

ĐỀ I

(Thời gian: 90 phút)

★ Lưu ý: Khi tính lấy ít nhất 7 chữ số sau dấu phẩy

Câu 1. Cho hệ phương trình:

$$\begin{cases} x_1 + 0,1x_2 - 0,1x_3 = 0,8 \\ 0,2x_1 - 1,6x_2 - 0,1x_3 = 0,3 \\ 0,1x_1 + 0,1x_2 + x_3 = 0,3 \end{cases}$$

1. Kiểm tra điều kiện hội tụ của phương pháp lặp đơn đối với hệ trên (sử dụng chuẩn hàng).
2. Tính đến nghiệm gần đúng $X^{(2)}$, với xấp xỉ đầu $X^{(0)} = (0; 0; 0)^T$.
3. Đánh giá sai số của nghiệm gần đúng $X^{(2)}$ bằng công thức sai số qua hai xấp xỉ liên tiếp.
4. Tìm số lần lặp tối thiểu để tính được nghiệm gần đúng đạt độ chính xác $< 10^{-6}$ với xấp xỉ đầu $X^{(0)} = (0; 0; 0)^T$.

Câu 2. Cho bảng giá trị của hàm số $y = f(x)$ như sau:

x	0	1	3	6
y	-20	-14,58	-6,98	-1,28

1. Viết đa thức nội suy Lagrange của hàm số $y(x)$ ứng với bảng giá trị trên (dạng tối giản).
2. Dùng đa thức vừa nhận được để tính gần đúng $y'(5)$.

Câu 3.

Cho
$$I = \int_1^3 \ln(5x+7)dx.$$

1. Tính gần đúng tích phân trên bằng công thức hình thang, với phép chia đoạn $[1; 3]$ thành 10 đoạn bằng nhau. Đánh giá sai số của giá trị gần đúng nhận được.
2. Nếu sử dụng công thức Simpson thì cần chia $[1; 3]$ thành ít nhất bao nhiêu đoạn bằng nhau để giá trị gần đúng nhận được có sai số $< 10^{-4}$.

Câu 4. Viết hàm Matlab tính gần đúng nghiệm của phương trình $f(x)=0$ trên khoảng phân ly nghiệm $[a,b]$ với sai số tuyệt đối ε cho trước bằng phương pháp dây cung.

ĐỀ II

(Thời gian: 90 phút)

★ Lưu ý: Khi tính lấy ít nhất 7 chữ số sau dấu phẩy

Câu 1. Cho hệ phương trình:

$$\begin{cases} 1,6x_1 - 0,1x_2 - 0,1x_3 = 0,5 \\ 0,1x_1 - x_2 - 0,1x_3 = 0,8 \\ -0,1x_1 + 0,1x_2 + x_3 = 0,3 \end{cases}$$

1. Kiểm tra điều kiện hội tụ của phương pháp lặp đơn đối với hệ trên (sử dụng chuẩn hàng).
2. Tính đến nghiệm gần đúng $X^{(2)}$, với xấp xỉ đầu $X^{(0)} = (0; 0; 0)^T$.
3. Đánh giá sai số của nghiệm gần đúng $X^{(2)}$ bằng công thức sai số qua hai xấp xỉ liên tiếp.
4. Tìm số lần lặp tối thiểu để tính được nghiệm gần đúng đạt độ chính xác $< 10^{-6}$ với xấp xỉ đầu $X^{(0)} = (0; 0; 0)^T$.

Câu 2. Cho bảng giá trị của hàm số $y = f(x)$ như sau:

x	0	1	3	6
y	-20	-14,58	-6,98	-1,28

1. Viết đa thức nội suy Newton tiến xuất phát từ $x_0 = 0$, của hàm số $y(x)$ ứng với bảng giá trị trên (dạng tối giản).
2. Dùng đa thức vừa nhận được để tính gần đúng $y'(-1)$.

Câu 3.

Cho
$$I = \int_1^3 \ln(7x+5)dx$$

1. Tính gần đúng tích phân trên bằng công thức Simpson, với phép chia đoạn $[1; 3]$ thành 8 đoạn bằng nhau. Đánh giá sai số của giá trị gần đúng nhận được.
2. Nếu sử dụng công thức hình thang thì cần chia $[1; 3]$ thành ít nhất bao nhiêu đoạn bằng nhau để giá trị gần đúng nhận được có sai số $< 10^{-4}$.

Câu 4. Viết hàm Matlab tính gần đúng nghiệm của phương trình $f(x)=0$ trên khoảng phân ly nghiệm $[a,b]$ với sai số tuyệt đối ε cho trước bằng phương pháp tiếp tuyến.

ĐỀ I

(Thời gian: 90 phút)

★ Lưu ý: Khi tính lấy ít nhất 7 chữ số sau dấu phẩy

Câu 1. Cho hệ phương trình:

$$\begin{cases} 0,3x_1 - 2x_2 + 0,5x_3 = -3,2 \\ 0,1x_1 + 0,2x_2 + 2,5x_3 = 3 \\ 1,5x_1 + 0,2x_2 - 0,2x_3 = 1,7 \end{cases}$$

- 1) Kiểm tra điều kiện hội tụ của phương pháp lặp đơn (sử dụng chuẩn hàng).
- 2) Tính đến nghiệm gần đúng $X^{(3)}$, với xấp xỉ đầu $X^{(0)} = (0; 0; 0)^T$.
- 3) Đánh giá sai số của nghiệm gần đúng $X^{(3)}$ bằng công thức sai số qua hai xấp xỉ liên tiếp.
- 4) Tìm số lần lặp tối thiểu để tính được nghiệm gần đúng đạt độ chính xác $< 10^{-6}$ với xấp xỉ đầu $X^{(0)} = (0; 0; 0)^T$.

Câu 2. Cho bảng giá trị của hàm số $y = f(x)$ như sau:

x	0	1	2	3	4
y	-7	2	65	344	1001

- 1) Viết đa thức nội suy Newton tiến, xuất phát từ $x_0 = 0$, của hàm số $f(x)$ ứng với bảng giá trị trên (dạng tối giản).
- 2) Dùng đa thức vừa nhận được để tính gần đúng $f(0,5)$ và $f'(0,5)$.

Câu 3. Cho

$$I = \int_{3,2}^{4,8} \frac{1}{(3x + 5)^2} dx$$

- 1) Tính gần đúng tích phân trên bằng công thức hình thang, với phép chia đoạn $[3,2; 4,8]$ thành 8 đoạn bằng nhau.
- 2) Nếu sử dụng công thức Simpson thì cần chia $[3,2; 4,8]$ thành ít nhất bao nhiêu đoạn bằng nhau để giá trị gần đúng nhận được có sai số $< 10^{-7}$.

Câu 4. Viết hàm Matlab tính gần đúng nghiệm của phương trình $f(x)=0$ trên khoảng phân ly nghiệm $[a,b]$ với sai số tuyệt đối ε cho trước bằng phương pháp chia đôi với điều kiện dừng: $\left| \frac{x_{n+1} - x_n}{ax_n} \right| < \varepsilon$

ĐỀ II

(Thời gian: 90 phút)

★ Lưu ý: Khi tính lấy ít nhất 7 chữ số sau dấu phẩy

Câu 1. Cho hệ phương trình:

$$\begin{cases} 0,5x_1 - 2x_2 + 0,3x_3 = -3,2 \\ 0,2x_1 + 0,1x_2 + 2,5x_3 = 2,9 \\ 1,5x_1 + 0,2x_2 - 0,1x_3 = 1,8 \end{cases}$$

- 1) Kiểm tra điều kiện hội tụ của phương pháp lặp đơn (sử dụng chuẩn hàng).
- 2) Tính đến nghiệm gần đúng $X^{(3)}$, với xấp xỉ đầu $X^{(0)} = (0; 0; 0)^T$.
- 3) Đánh giá sai số của nghiệm gần đúng $X^{(3)}$ bằng công thức sai số qua hai xấp xỉ liên tiếp.
- 4) Tìm số lần lặp tối thiểu để tính được nghiệm gần đúng đạt độ chính xác $< 10^{-6}$ với xấp xỉ đầu $X^{(0)} = (0; 0; 0)^T$.

Câu 2. Cho bảng giá trị của hàm số $y = f(x)$ như sau:

x	-2	-1	0	1	2
y	-511	-124	-7	2	65

- 1) Viết đa thức nội suy Newton lùi, xuất phát từ $x_4 = 2$, của hàm số $f(x)$ ứng với bảng giá trị trên (dạng tối giản).
- 2) Dùng đa thức vừa nhận được để tính gần đúng $f(1,7)$ và $f'(1,7)$.

Câu 3. Cho
$$I = \int_{2,2}^{3,8} \frac{1}{(5x+2)^2} dx$$

- 1) Tính gần đúng tích phân trên bằng công thức Simpson, với phép chia đoạn $[2,2; 3,8]$ thành 8 đoạn bằng nhau.
- 2) Nếu sử dụng công thức hình thang thì cần chia $[2,2; 3,8]$ thành ít nhất bao nhiêu đoạn bằng nhau để giá trị gần đúng nhận được có sai số $< 10^{-5}$.

Câu 4. Viết hàm Matlab tính gần đúng nghiệm của phương trình $f(x)=0$ trên khoảng phân ly nghiệm $[a,b]$ với sai số tuyệt đối ε cho trước bằng phương pháp chia đôi với điều kiện dừng: $\left| \frac{x_{n+1}-x_n}{bx_{n+1}} \right| < \varepsilon$

ĐÁP ÁN ĐỀ 1: Nếu SV lấy ít hơn 4 chữ số phần thập phân ở câu nào thì trừ 0,5 điểm của câu đó.

Câu 1. (4 điểm)

1) Sắp xếp lại thứ tự các pt để hpt có phần tử chéo trội

$$B = \begin{bmatrix} 0 & -0.1333333 & 0.1333333 \\ 0.15 & 0 & 0.25 \\ -0.04 & -0.08 & 0 \end{bmatrix} \quad g = (1.1333333; 1.6; 1.2)^T$$

$$\|B\|_0 = 0.4 < 1$$

Phương pháp lặp đơn hội tụ

2) $x^{(1)} = (1.1333333; 1.6; 1.2)^T$

$x^{(2)} = (1.08; 2.07; 1.0266667)^T$

$x^{(3)} = (0.9942222; 2.0186667; 0.9912)^T$

3) $\|x^{(3)} - x^{(2)}\|_0 = 0.0857778$; Sai số là: $\|x^{(3)} - x^*\|_0 \leq 0.0571852$

4) $\|x^{(1)} - x^{(0)}\|_0 = 1.6$; $n=17$

Câu 2. (2 điểm)

1) -7.0000000

9.0000000

2.0000000

54.0000000

63.0000000

162.0000000

65.0000000

216.0000000

0.0000000

279.0000000

162.0000000

344.0000000

378.0000000

657.0000000

1001.0000000

Đặt $x = x_0 + th = t.h$. Đa thức ns Newton tiến là: $P(x_0 + th) = 27*t^3 - 54*t^2 + 36*t - 7$

2) Tại $x = 0.5 \rightarrow t = 0.5$. $f(0,5) \approx 0.875$.

$P' = 81*t^2 - 108*t + 36 \rightarrow f'(0,5) \approx 2.25$

Câu 3. (2 điểm)

	i	x_i	$f(x_i)$	$h = 0.2$
1)	0	3.2000000	0.0046913	
	1	3.4000000	0.0043282	
	2	3.6000000	0.0040057	
	3	3.8000000	0.00371802	
	4	4.0000000	0.0034602	
	5	4.2000000	0.0032283	
	6	4.4000000	0.0030189	
	7	4.6000000	0.0028293	
	8	4.8000000	0.00265703	Tích phân theo CT hình thang là $I_T = 0.0056526$

2) $f^{(4)}(x) = \frac{9720}{(3x+5)^6} \leq f^{(4)}(3.2) = 0.00100357 = M_4$. Từ $\frac{M_4 h^4}{180} (4,8 - 3,2) \leq 10^{-7}$,

$n \geq 2.4586050$. Vậy cần chia thành 6 đoạn bằng nhau.

Câu 4. (2 điểm) -Viết được input tham số đầu vào (0.5 điểm).

-Viết đúng cú pháp function, vòng lặp while, if theo thuật toán (1 điểm).

-Viết được output đầu ra cho (0.5 điểm).

ĐÁP ÁN ĐỀ 2: Nếu SV lấy ít hơn 4 chữ số phần thập phân ở câu nào thì trừ 0,5 điểm của câu đó.

Câu 1. (4 điểm)

$$B = \begin{pmatrix} 0 & -0.1333333 & 0.0666667 \\ 0.25 & 0 & 0.15 \\ -0.08 & -0.04 & 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{g} = (1.2; 1.6; 1.16)^T$$

$\|B\|_0 = 0.4 \leq 1$
Phương pháp lặp đơn hội tụ.

2) $\mathbf{x}^{(1)} = (1.2; 1.6; 1.16)^T$
 $\mathbf{x}^{(2)} = (1.064; 2.074; 1)^T$
 $\mathbf{x}^{(3)} = (0.9901333; 2.016; 0.99192)^T$

3) $\|\mathbf{x}^{(3)} - \mathbf{x}^{(2)}\|_0 = 0.0738667$; Sai số là: $\|\mathbf{x}^{(3)} - \mathbf{x}^*\|_0 \leq 0.0492444$

4) $\|\mathbf{x}^{(1)} - \mathbf{x}^{(0)}\|_0 = 1.6$; $n=17$

Câu 2. (2 điểm)

1) 65

	<u>63.0000000</u>		
2		<u>54.0000000</u>	
	9.0000000		<u>162.0000000</u>
-7		-108.0000000	<u>0.0000000</u>
	117.0000000		162.0000000
-124		-270.0000000	
	387.0000000		
-511			

Đặt $x = x_4 + th$, Đa thức nội suy Newton lùi: $27*t^3 + 108*t^2 + 144*t + 65$

2) Tại $x = 1.7$, $t = -0.3$. $f(1,7) \approx 30.791$

$$f'(x) = \frac{f'(t)}{h} = f'(t) ; \quad f'(1,7) \approx 86.4899999$$

Câu 3. (2 điểm)

i	x_i	$f(x_i)$	
0	2.2000000	0.0059171	
1	2.4000000	0.0051020	
2	2.6000000	0.0044444	
3	2.8000000	0.0039062	
4	3.0000000	0.0034602	
5	3.2000000	0.0030864	
6	3.4000000	0.0027700	
7	3.6000000	0.0025000	
8	3.8000000	0.0022675	Tích phân theo CT Simpson là $I_S = 0.0058608$.

2) $f''(x) = \frac{150}{(5x+2)^4} \leq f''(2.2) = 0.0052519 = M_2$

Từ $\frac{M_2 h^2}{12} (3,8 - 2.2) \leq 10^{-4}$, $n \geq 6.6944912$. Vậy $n \geq 7$.

Câu 4. (2 điểm) - Viết được input tham số đầu vào (0.5 điểm).

- Viết đúng cú pháp function, vòng lặp while, if theo thuật toán (1 điểm).
- Viết được output đầu ra cho (0.5 điểm).

ĐỀ I**ĐỀ THI CUỐI KỲ MÔN PHƯƠNG PHÁP TÍNH & MATLAB**Tg: **90 phút** Học kỳ: **20191** Mã HP: **MI2110****Lưu ý:** - Các kết quả tính đều lấy ít nhất 7 chữ số sau dấu phẩy.

- Không sử dụng tài liệu.

Câu 1. Cho hệ phương trình:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 8x_3 = 4 \\ 10x_1 - x_2 + x_3 = 2 \\ -x_1 + 8x_2 - x_3 = 4 \end{cases}$$

1. Kiểm tra điều kiện hội tụ của phương pháp lặp đơn, dùng chuẩn hàng.
2. Tính đến nghiệm gần đúng $x^{(3)}$, với xấp xỉ đầu $x^{(0)} = (0.2; 0.5; 0.5)^T$.
3. Đánh giá sai số của nghiệm gần đúng $x^{(3)}$ theo công thức sai số qua hai xấp xỉ liên tiếp.
4. Cần ít nhất bao nhiêu lần lặp để được nghiệm gần đúng có sai số không quá 10^{-5} .

Câu 2. Tìm hàm thực nghiệm $y = ax^2 + b \sin x$ biết bảng dữ liệu sau:

x	1.5	1.7	1.8	1.9	2.1	2.2	2.3
y	2.88	3.84	4.37	4.94	6.18	6.85	7.56

Câu 3. Tính gần đúng $\int_0^1 \frac{15}{3x+10} dx$ bằng công thức hình thang với phépchia $[0; 1]$ thành 4 đoạn bằng nhau và đánh giá sai số. Cần chia $[0; 1]$ thành ít nhất bao nhiêu đoạn bằng nhau để giá trị gần đúng nhận được có sai số không quá 10^{-5} .**Câu 4.** Cho bài toán Cauchy $y' = 0.15(x^2 - y^2) \cos y; y(1) = 2$.Tính gần đúng $y(1.1); y(1.2)$ bằng phương pháp RK4 với $h = 0.1$.**Câu 5.** Đa thức Legendre $P_n(x)$ được định nghĩa theo công thức truy hồi sau: $(n+1)P_{n+1}(x) - (2n+1)xP_n(x) + nP_{n-1}(x) = 0$ với $P_0(x) = 1, P_1(x) = x$ và $P_2(x) = \frac{3x^2 - 1}{2}$. Lập chương trình Matlab tính đa thức Legendre bậc n .

ĐỀ II**ĐỀ THI CUỐI KỲ MÔN PHƯƠNG PHÁP TÍNH & MATLAB**
Tg: 90 phút Học kỳ: 20191 Mã HP: MI2110

Lưu ý: - Các kết quả tính đều lấy ít nhất 7 chữ số sau dấu phẩy.
- Không sử dụng tài liệu.

Câu 1. Cho hệ phương trình:

$$\begin{cases} -0.1x_1 + 0.8x_2 - 0.1x_3 = 0.4 \\ x_1 - 0.1x_2 + 0.1x_3 = 0.2 \\ 0.1x_1 - 0.2x_2 + 0.8x_3 = 0.4 \end{cases}$$

1. Kiểm tra điều kiện hội tụ của phương pháp lặp đơn, dùng chuẩn hàng.
2. Tính đến nghiệm gần đúng $x^{(3)}$, với xấp xỉ đầu $x^{(0)} = (0; 0; 0)^T$.
3. Đánh giá sai số của nghiệm gần đúng $x^{(3)}$ theo công thức sai số qua hai xấp xỉ liên tiếp.
4. Cần ít nhất bao nhiêu lần lặp để được nghiệm gần đúng có 4 chữ số đáng tin sau dấu phẩy.

Câu 2. Tìm hàm thực nghiệm $y = ax^2 + b \cos x$ biết bảng dữ liệu sau:

x	1.7	1.8	1.9	2.1	2.2	2.3	2.5
y	4.39	4.97	5.57	6.86	7.55	8.26	9.77

Câu 3. Tính gần đúng $\int_1^2 \frac{15}{3x+10} dx$ bằng công thức Simpson với phép chia

$[1; 2]$ thành 4 đoạn bằng nhau và đánh giá sai số. Cần chia $[1; 2]$ thành ít nhất bao nhiêu đoạn bằng nhau để giá trị gần đúng nhận được có sai số không quá 10^{-7} .

Câu 4. Cho bài toán Cauchy $y' = 1.5(x^2 - y) \sin y; y(1) = 2$.

Tính gần đúng $y(1.1); y(1.2)$ bằng phương pháp RK4 với $h = 0.1$.

Câu 5. Đa thức Chebyshev $T_n(x)$ được định nghĩa theo công thức truy hồi sau: $T_{n+1}(x) = 2xT_n(x) - T_{n-1}(x)$ với $T_0(x) = 1, T_1(x) = x$. Lập chương trình Matlab tính đa thức Chebyshev bậc n .