

BÀI TẬP LÝ THUYẾT TRƯỜNG ĐIỆN TỪ

Chương 2: Khái niệm cơ bản về trường điện từ

1. Xét 2 điện tích điểm $Q_1 = 25\text{nC}$ đặt tại điểm $P_1(4, -2, 7)$, $Q_2 = 60\text{nC}$ đặt tại $P_2(-3, 4, -2)$ trong chân không.

a. Tính vector cường độ điện trường tại điểm $P_3(1, 2, 3)$.

$$Đ/S: \mathbf{E} = 4.58\mathbf{a}_x - 0.15\mathbf{a}_y + 5.51\mathbf{a}_z$$

b. Tìm điểm P_4 trên trục y tại đó $E_x = 0$.

$$Đ/S: y_1 = -6.89 \quad ; \quad y_2 = -22.11$$

2. Đặt 2 điện tích 120nC tại 2 điểm $A(0, 0, 1)$ và $B(0, 0, -1)$ trong chân không.

a. Tính vector cường độ điện trường tại $P(0.5, 0, 0)$

$$Đ/S: \mathbf{E} = 790.63\mathbf{a}_x$$

b. Thay 2 điện tích trên bằng một điện tích đặt tại gốc tọa độ. Tính giá trị của điện tích để vector cường độ điện trường tại P không đổi.

$$Đ/S: Q = 21.47\text{C}$$

3. Một điện tích điểm $2\mu\text{C}$ đặt tại điểm $A(4, 3, 5)$ trong chân không. Tính E_ρ , E_ϕ , E_z tại điểm $P(8, 12, 2)$.

$$Đ/S: E_\rho = 159.7\text{V/m}, E_\phi = 27.4\text{V/m}, E_z = -49.4\text{V/m}$$

4. Xét một điện tích điểm Q_0 đặt tại gốc tọa độ trong chân không, tạo ra cường độ điện trường $E_z = 1\text{kV/m}$ tại điểm $P(-2, 1, -1)$.

a. Tìm giá trị Q_0

$$Đ/S: Q_0 = -1,63\mu\text{C}$$

b. Tính \mathbf{E} tại điểm $M(1, 6, 5)$ trong hệ tọa độ Descartes, hệ tọa độ trụ tròn và hệ tọa độ cầu.

$$Đ/S:$$

$$\text{Descartes: } \mathbf{E}_M = -30.11\mathbf{a}_x - 180.63\mathbf{a}_y - 150.53\mathbf{a}_z$$

$$\text{Trụ tròn: } \mathbf{E}_M = -183.12\mathbf{a}_\rho - 150.53\mathbf{a}_z$$

$$\text{Cầu: } E_r = \mathbf{E}_M \cdot \mathbf{a}_r = -237.1\text{V/m}$$

5. Xét một vật mang điện cầu tạo bởi khoảng không gian giữa 2 mặt cầu đồng tâm có bán kính từ $r_1 = 3\text{cm}$ đến $r_2 = 5\text{cm}$. Hàm mật độ điện tích khối trong khoảng không gian này $\rho_V = 0.2\mu\text{C/m}^3$. Tại các vùng không gian khác $\rho_V = 0$.

a. Tính tổng lượng điện tích Q của vật mang điện.

$$Đ/S: Q = 82.1\text{C}$$

b. Tính giá trị r_2 để vật mang điện kể trên ($3\text{cm} < r < r_2$) có tổng lượng điện tích Q bằng $\frac{1}{2}$ tổng lượng điện tích ban đầu.

$$Đ/S: r_2 = 4.24\text{cm}$$

6. Xét một dây dẫn thẳng dài vô hạn đặt trong chân không tại giao của 2 mặt phẳng $y = -2$, $z = 5$, biết mật độ điện tích đường $\rho_L = 16\text{nC/m}$.

a. Tính \mathbf{E} tại điểm $P(1, 2, 3)$.

$$\text{Đ/S: } \mathbf{E}_P = 57.5\mathbf{a}_y - 28.\mathbf{a}_z \text{ V/m}$$

b. Tìm \mathbf{E} tại điểm trên mặt $z = 0$ tại đó hướng của vector cường độ điện trường cùng hướng với vector $1/3\mathbf{a}_y - 2/3\mathbf{a}_z$

$$\text{Đ/S: } \mathbf{E} = 23\mathbf{a}_y - 46\mathbf{a}_z$$

7. Một dây dẫn thẳng dài, tích điện với mật độ điện tích đường $\rho_L = 2\mu\text{C/m}$ đặt trên trục z . Tính \mathbf{E} trong hệ tọa độ Descartes tại điểm $P_I(1, 2, 3)$ nếu

a. Dây dẫn thẳng có chiều dài vô hạn.

$$\text{Đ/S: } 7.2\mathbf{a}_x + 14.4\mathbf{a}_y \text{ KV/m}$$

b. Dây dẫn thẳng có chiều dài từ $z = -4$ đến $z = 4$

$$\text{Đ/S: } 4.9\mathbf{a}_x + 9.8\mathbf{a}_y + 4.9\mathbf{a}_z \text{ KV/m}$$

8. Một mặt phẳng tích điện có mật độ điện tích mặt $\rho_S = 2\mu\text{C/m}^2$, giới hạn bởi $\rho < 0.2\text{m}$, $z = 0$. Ngoài mặt phẳng trên, trong không gian không có vật mang điện nào khác. Tính vector cường độ điện trường \mathbf{E} tại

a. Điểm $A(\rho = 0, z = 0.5)$

$$\text{Đ/S: } E_z = 8.1\text{kV/m}$$

b. Điểm $B(\rho = 0, z = -0.5)$

$$\text{Đ/S: } E_z = -8.1\text{kV/m}$$

9. Tính vector cường độ điện trường \mathbf{E} tại gốc của hệ tọa độ trong chân không bao gồm: điện tích điểm $Q = 12\text{nC}$ đặt tại $P(2, 0, 6)$, dây dẫn thẳng, dài vô hạn $\rho_L = 3\text{nC/m}$ tại $x = -2$, $y = 3$, và mặt phẳng tích điện $\rho_S = 0.2\text{nC/m}^2$ đặt tại $x = 2$.

$$\text{Đ/S: } -3.9\mathbf{a}_x - 12.4\mathbf{a}_y - 2.5\mathbf{a}_z \text{ V/m}$$

Chương 3: Dịch chuyển điện - Luật Gauss – Dive

1. Xét không gian Descartes gồm: 01 điện tích điểm $Q = 20 \text{ nC}$ đặt tại $A(4, -1, 3)$, và 01 dây dẫn thẳng dài vô hạn có $\rho_L = -25 \text{ nC/m}$ đặt tại giao điểm của 2 mặt phẳng $x = -4, z = 6$.

a. Tính \mathbf{D} tại điểm $B(3, -1, 0)$

$$\text{Đ/S: } -277,34\mathbf{a}_x + 129,87\mathbf{a}_z \text{ pC/m}^2$$

b. Xác định thông lượng Φ chảy ra khỏi mặt cầu, có bán kính 5m, tâm đặt tại gốc tọa độ

$$\text{Đ/S: } 0$$

c. Thông lượng dịch Φ chảy ra khỏi mặt cầu sẽ thay đổi như thế nào khi bán kính của mặt cầu là 10m.

$$\text{Đ/S: } \Phi = -319,12 \text{ nC}$$

2. Xét không gian Descartes gồm: 01 điện tích điểm $Q = 12 \text{ nC}$ đặt ở gốc tọa độ, 04 dây dẫn thẳng dài cùng nằm trên mặt phẳng $x = 0$, có tọa độ lần lượt là: $\rho_{L1} = 80 \text{ nC/m}$ tại $y = -1 \text{ m}$ và $y = -5 \text{ m}$, $\rho_{L2} = -50 \text{ nC/m}$ tại $y = -2$ và $y = -4$.

a. Tính \mathbf{D} tại điểm $P(0, -3, 2)$

$$\text{Đ/S: } \mathbf{D}_P = -0,061\mathbf{a}_y + 0,041\mathbf{a}_z$$

b. Xác định số lượng và hướng thông lượng Φ chảy qua mặt phẳng $y = -3$

$$\text{Đ/S: } \Phi = 6 \text{ nC}$$

c. Xác định thông lượng dịch chuyển điện Φ chảy ra khỏi mặt cầu, có bán kính 4m, tâm đặt tại điểm $C(0, -3, 0)$

$$\text{Đ/S: } \Phi = -208,34 \text{ nC}$$

3. Cho mặt trụ tròn bán kính $\rho = 8 \text{ cm}$ có hàm mật độ điện tích mặt $\rho_S = 5e^{-20|z|} \text{ nC/m}^2$.

a. Tính tổng điện tích Q chứa trong mặt trụ tròn.

$$\text{Đ/S: } Q = 0,25 \text{ nC}$$

b. Tính tổng thông lượng Φ đi ra khỏi mặt cong giới hạn bởi: $\rho = 8 \text{ cm}$, $1 \text{ cm} < z < 5 \text{ cm}$, $30^\circ < \varphi < 90^\circ$

$$\text{Đ/S: } \Phi = 9,45 \text{ pC}$$

4. Xét ba mặt trụ tròn có bán kính là $\rho = 1 \text{ cm}$, 2 cm và 3 cm , các mặt tròn này có mật độ điện tích mặt lần lượt là $\rho_S = 20, -8, \text{ và } 5 \text{ nC/m}^2$.

a. Tính tổng thông lượng Φ đi qua mặt kín giới hạn bởi $\rho = 5 \text{ cm}$, $0 < z < 1 \text{ m}$

$$\text{Đ/S: } \Phi = 5,34 \text{ nC}$$

b. Tính \mathbf{D} tại điểm $P(1 \text{ cm}, 2 \text{ cm}, 3 \text{ cm})$

$$\text{Đ/S: } D_\rho = 3,667 \text{ nC/m}^2$$

5. Cho $\mathbf{D} = 4xy\mathbf{a}_x + 2(x^2 + z^2)\mathbf{a}_y + 4yz\mathbf{a}_z$. Tính tổng thông lượng đi qua mặt kín của hình hộp giới hạn bởi các mặt phẳng $0 < x < 2, 0 < y < 3, 0 < z < 5 \text{ m}$.

$$\text{Đ/S: } \Phi = 360 \text{ C}$$

6. Trong chân không, xét một vật mang điện dạng hình cầu $0 < r < 1\text{mm}$ có mật độ điện tích khối $\rho_V = 2e^{-1000r} \text{ nC/m}^3$. Ngoài khoảng không gian trên, không có vật mang điện nào khác.

a. Tính tổng điện tích của vật mang điện bao bởi mặt cầu có bán kính $r = 1\text{mm}$.

$$\text{Đ/S: } Q = 4.10^{-9} \text{ nC}$$

b. Sử dụng luật Gauss để tính giá trị D_r trên mặt cong có bán kính $r = 1\text{mm}$

$$\text{Đ/S: } D_r = 3,2.10^{-4} \text{ nC/m}^2$$

7. Một vật mang điện có $\rho_V = 80\mu\text{C/m}^3$ giới hạn trong không gian $8\text{mm} < r < 10\text{mm}$, có $\rho_V = 0$ với $0 < r < 8\text{mm}$.

a. Tính tổng lượng điện tích được bao bởi cầu có bán kính $r = 10\text{mm}$.

$$\text{Đ/S: } Q = 164\text{pC}$$

b. Tính D_r tại $r = 10\text{mm}$.

$$\text{Đ/S: } D_r = 130\text{nC/m}^2$$

c. Coi ngoài khoảng không gian trên ($r > 10\text{mm}$) không tồn tại vật mang điện nào khác. Tính D_r tại $r = 20\text{mm}$.

$$\text{Đ/S: } D_r = 32,5\text{nC/m}^2$$

8. Xét một trụ tròn biết: $\rho_V = 0$ với $\rho < 1\text{mm}$, và $\rho_V = 2\sin 2000\pi\rho \text{ nC/m}^3$ với $1\text{mm} < \rho < 1,5\text{mm}$, và $\rho_V = 0$ với $\rho > 1,5\text{mm}$. Tính vector mật độ dịch chuyển điện \mathbf{D} trong không gian với:

a. $\rho < 1\text{mm}$

$$\text{Đ/S: } D_\rho = 0$$

b. $1\text{mm} < \rho < 1,5\text{mm}$

$$\text{Đ/S: } D_\rho = \frac{10^{-15}}{2\pi^2\rho} \{ \sin(2000\pi\rho) - 2000\pi\rho \cos(2000\pi\rho) + 6,136 \} \text{ C / m}^2$$

c. $\rho > 1,5 \text{ .mm}$

$$\text{Đ/S: } D_\rho = \frac{-1,51.10^{-16}}{\rho} \text{ C / m}^2$$

9. Xét ba mặt cầu có bán kính $r = 2, 4, 6\text{m}$, có hàm mật độ điện tích mặt lần lượt là 20nC/m^2 , -4nC/m^2 , và ρ_{s0} .

a. Tính vector mật độ dịch chuyển điện \mathbf{D} tại $r = 1\text{m}$, $r = 3\text{m}$ và $r = 5\text{m}$

Đ/S:

$$\text{Tại } r = 1\text{m: } D_r = 0$$

$$\text{Tại } r = 3\text{m: } D_r = 8,9.10^{-9} \text{ C/m}^2$$

$$\text{Tại } r = 5\text{m: } D_r = 6,4.10^{-10} \text{ C/m}^2$$

b. Xác định ρ_{s0} để vector mật độ dịch chuyển điện $\mathbf{D} = 0$ tại $r = 7\text{m}$

$$\text{Đ/S: } \rho_{s0} = -0,44.10^{-9} \text{ C/m}^2$$

10. Một vật mang điện có $\rho_V = 0$ khi $\rho < 1\text{mm}$, $\rho > 2\text{mm}$, và $\rho_V = 4\rho \mu\text{C/m}^3$ khi $1 < \rho < 2\text{mm}$.

a. Tính tổng điện tích Q của vật mang điện trong không gian giới hạn bởi $0 < \rho < \rho_1$, $0 < z < L$ trong đó $1 < \rho_1 < 2\text{mm}$

$$Đ/S: Q = \frac{8\pi L}{3}(\rho_1^3 - 10^{-9})\mu C$$

b. Áp dụng luật Gauss xác định $D\rho$ tại $\rho = \rho_1$

$$Đ/S: D_\rho(\rho_1) = \frac{4(\rho_1^3 - 10^{-9})}{3\rho_1}\mu C / m^2$$

c. Tính $D\rho$ tại $\rho = 0,8mm$, $\rho = 1,6mm$ và $\rho = 2,4mm$

Đ/S:

$$D_\rho(\rho = 0,8mm) = 0$$

$$D_\rho(\rho = 1,6mm) = 2,58 \cdot 10^{-6} \mu C / m^2$$

$$D_\rho(\rho = 2,4mm) = 3,9 \cdot 10^{-6} \mu C / m^2$$

11. Một hình lập phương giới hạn bởi các mặt phẳng $1 < x, y, z < 1.2$, biết vector mật độ dịch chuyển điện $\mathbf{D} = 2x^2y\mathbf{a}_x + 3x^2y^2\mathbf{a}_y$ C/m².

a. Áp dụng luật Gauss để tính tổng thông lượng Φ đi ra khỏi mặt kín của hình lập phương.

$$Đ/S: \Phi = 0,1028C$$

b. Tính $\frac{\partial D_x}{\partial x} + \frac{\partial D_y}{\partial y} + \frac{\partial D_z}{\partial z}$ tại tâm của hình lập phương.

$$Đ/S: 12,83$$

12. Tính giá trị $\text{div } \mathbf{D}$ nếu biết:

a. $\mathbf{D} = \frac{1}{z^2} [10xyz\mathbf{a}_x + 5x^2z\mathbf{a}_y + (2z^3 - 5x^2y)\mathbf{a}_z]$ tại điểm P(-2, 3, 5)

$$Đ/S: 8,96$$

b. $\mathbf{D} = 5z^2\mathbf{a}_\rho + 10\rho z\mathbf{a}_z$ tại điểm P(3, -45°, 5)

$$Đ/S: 71,67$$

c. $\mathbf{D} = 2r \sin \theta \sin \phi \mathbf{a}_r + r \cos \theta \sin \phi \mathbf{a}_\theta + r \cos \phi \mathbf{a}_\phi$ tại điểm P(3, 45°, -45°)

$$Đ/S: -2$$

13. Xét một điện tích điểm Q nằm tại gốc tọa độ.

a. Hãy chứng minh rằng, $\text{div } \mathbf{D} = 0$ tại mọi vị trí trong không gian trừ điểm gốc tọa độ.

b. Thay điện tích điểm Q bằng một điện tích khối có hàm phân bố điện tích khối ρ_{V0} tại $0 \leq r \leq a$. Tính ρ_{V0} theo Q và a để vật mang điện có cùng tổng điện tích bằng Q . Tính $\text{div } \mathbf{D}$ tại mọi vị trí trong không gian.

$$Đ/S: \rho_{V0} = \frac{3Q}{4\pi a^3} C / m^3 ; \text{div } \mathbf{D} = 0$$

14. Bên trong mặt trụ có bán kính $3 < \rho < 4m$, hàm mật độ dịch chuyển điện $\mathbf{D} = 5(r - 3)^3\mathbf{a}_r$ C/m².

a. Tính hàm mật độ điện tích khối ρ_V tại $r = 4m$

$$Đ/S: \rho_V = 17,5C/m^3$$

b. Tính hàm mật độ dịch chuyển điện tích \mathbf{D} tại $r = 4\text{m}$

$$\text{Đ/S: } \mathbf{D} = 5\mathbf{a}_r \text{ C/m}^2$$

c. Tính số thông lượng Φ đi ra khỏi mặt cầu bán kính $r = 4\text{m}$

$$\text{Đ/S: } \Phi = 1005,3 \text{ C}$$

d. Tính tổng điện tích chứa bên trong mặt cầu $r = 4\text{m}$

$$\text{Đ/S: } Q = 1005,3 \text{ C}$$

15. Cho vector mật độ dịch chuyển điện $\mathbf{D} = 5r^2\mathbf{a}_r \text{ mC/m}^2$ với $r \leq 0,08\text{m}$, và $\mathbf{D} = \frac{0,205}{r^2}\mathbf{a}_r \mu\text{C/m}^2$ với $r \geq 0,08\text{m}$.

a. Tính hàm mật độ phân bố điện tích khối ρ_V với $r = 0,06\text{m}$ và $r = 0,1\text{m}$

Đ/S:

$$\rho_V (r = 0,06\text{m}) = 1,2 \text{ mC/m}^3$$

$$\rho_V (r = 0,1\text{m}) = 0$$

b. Tính hàm mật độ phân bố điện tích mặt ρ_S tại $r = 0,08\text{m}$ để hàm mật độ dịch chuyển điện $\mathbf{D} = 0$ tại $r > 0,08\text{m}$

$$\text{Đ/S: } \rho_S = -16,04 \mu\text{C/m}^2$$

16. Trong chân không, xét một vật mang điện có kích thước giới hạn bởi $2 < x, y, z < 3$, biết vector mật độ dịch chuyển điện $\mathbf{D} = \frac{2}{z^2}(yz\mathbf{a}_x + xz\mathbf{a}_y - 2xy\mathbf{a}_z) \text{ C/m}^2$.

a. Tính tích phân khối của $\int_V \nabla \cdot \mathbf{D} dv$ của vật mang điện.

$$\text{Đ/S: } 3,47\text{C}$$

b. Tính tích phân mặt $\oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S}$ của vật mang điện.

$$\text{Đ/S: } 3,47\text{C}$$

17. Cho hàm mật độ dịch chuyển điện $\mathbf{D} = \frac{16}{r} \cos 2\theta \mathbf{a}_\theta \text{ C/m}^2$. Sử dụng hai phương pháp khác nhau tính tổng điện tích của vật mang điện giới hạn bởi $1 < r < 2\text{m}$, $1 < \theta < 2\text{rad}$, $1 < \varphi < 2\text{rad}$.

$$\text{Đ/S: } -3,91\text{C}$$

Chương 4: Năng lượng - Điện thế

- Xét điểm $P(\rho = 2, \varphi = 40^\circ, z = 3)$ trong không gian có vector cường độ điện trường $\mathbf{E} = 100\mathbf{a}_\rho - 200\mathbf{a}_\varphi + 300\mathbf{a}_z$. Tính vi phân công dịch chuyển một điện tích $Q = 20\mu\text{C}$ đi một quãng đường $6\mu\text{m}$:
 - Theo hướng \mathbf{a}_ρ
 $D/S: dW = -12\text{nJ}$
 - Theo hướng \mathbf{a}_φ
 $D/S: dW = 24\text{nJ}$
 - Theo hướng \mathbf{a}_z
 $D/S: dW = -36\text{nJ}$
 - Theo hướng vector cường độ điện trường \mathbf{E}
 $D/S: dW = -44,91\text{nJ}$
 - Theo hướng vector $\mathbf{G} = 2\mathbf{a}_x - 3\mathbf{a}_y + 4\mathbf{a}_z$
 $D/S: dW = -41,8\text{nJ}$
- Xét không gian có cường độ điện trường $\mathbf{E} = 120\mathbf{a}_\rho$ V/m. Tính vi phân công dịch chuyển một điện tích $50\mu\text{C}$ di chuyển một quãng đường 2mm từ:
 - Điểm $P(1, 2, 3)$ về phía điểm $Q(2, 1, 4)$
 $D/S: dW = 3,1\mu\text{J}$
 - Điểm $Q(2, 1, 4)$ về phía điểm $P(1, 2, 3)$
 $D/S: dW = 3,1\mu\text{J}$
- Trong chân không xét một mặt cầu mang điện bán kính $r = 0,6\text{cm}$, biết $\rho_S = 20\text{nC/m}^2$.
 - Tính điện thế tuyệt đối của điểm $P(r = 1\text{cm}, \theta = 25^\circ, \varphi = 50^\circ)$.
 $D/S: V_P = 8,14\text{V}$
 - Tính hiệu điện thế giữa 2 điểm $A(r = 2\text{cm}, \theta = 30^\circ, \varphi = 60^\circ)$ và $B(r = 3\text{cm}, \theta = 45^\circ, \varphi = 90^\circ)$
 $D/S: V_{AB} = 1,36\text{V}$
- Xét mặt phẳng tích điện rộng vô hạn có $\rho_S = 5\text{nC/m}^2$ đặt tại $z = 0$, một điện tích đường dài vô hạn có $\rho_L = 8\text{nC/m}$ đặt tại $x = 0$ và $z = 4$, và một điện tích $Q = 2\mu\text{C}$ đặt tại $P(2, 0, 0)$. Coi $M(0, 0, 5)$ là điểm tham chiếu của hệ. Tính điện thế của điểm $N(1, 2, 3)$.
 $D/S: V_N = 1,98\text{kV}$
- Trong chân không, xét hai điện tích đường có $\rho_L = 8\text{nC/m}$ đặt lần lượt tại $x = 1, z = 2$ và $x = -1, y = 2$. Tìm điện thế của điểm $P(4, 1, 3)$ nếu biết điện thế của điểm gốc tọa độ là 100V.
 $D/S: V_P = -68,4\text{V}$

6. Trong chân không, xét 2 mặt tích điện có $\rho_{S1} = 6\text{nC/m}^2$ và $\rho_{S2} = 2\text{nC/m}^2$ đặt tại $\rho_1 = 2\text{cm}$ và $\rho_2 = 6\text{cm}$. Giả thiết mặt cong $\rho = 4\text{cm}$ có điện thế bằng 0. Hãy tính điện thế các mặt cong có:

a. $\rho = 5\text{cm}$

$$Đ/S: V_5 = -3,026\text{V}$$

b. $\rho = 7\text{cm}$

$$Đ/S: V_7 = -9,678\text{V}$$

7. Xét một hình vành khăn kích thước $1\text{cm} < \rho < 3\text{cm}$, $z = 0$ có mật độ điện tích mặt $\rho_S = 5\rho \text{ nC/m}^2$. Tính điện thế của điểm $P(0, 0, 2\text{cm})$ nếu điểm tham chiếu của hệ thống ở $\rho = \infty$.

$$Đ/S: V_P = 0,081\text{V}$$

8. Trong chân không, biết hàm điện thế phân bố theo dạng $V = 80\rho^{0,6}$ (V).

a. Tính vector cường độ điện trường \mathbf{E}

$$Đ/S: \mathbf{E} = -48\rho^{-0,4} \text{ (V/m)}$$

b. Tính hàm mật độ điện tích khối ρ_V tại $\rho = 0,5\text{m}$

$$Đ/S: \rho_V = -673\text{pC/m}^3$$

c. Tính tổng thông lượng điện tích trên mặt kín $\rho = 0,6$; $0 < z < 1$

$$Đ/S: Q = -1,92\text{nC}$$

9. Trong chân không, xét hình trụ tròn kích thước $\rho = 2$, $0 < z < 1$, điện thế $V = 100 + 50\rho + 150\rho\sin\varphi$ (V).

a. Tính V , \mathbf{E} , \mathbf{D} và ρ_V tại điểm $P(1; 60^\circ; 0,5)$.

$$Đ/S:$$

$$V_P = 279,9\text{V}$$

$$\mathbf{E} = -179\mathbf{a}_\rho - 75\mathbf{a}_\varphi$$

$$\mathbf{D}_\rho = -1,59\mathbf{a}_\rho - 0,664\mathbf{a}_\varphi$$

$$\rho_V = -443\text{pC/m}^3$$

b. Tính tổng điện tích Q của trụ tròn.

$$Đ/S: Q = -5,56 \text{ nC}$$

10. Trong chân không xét 2 điện tích điểm: 1nC đặt tại $A(0; 0; 0,1)$, và -1nC đặt tại $B(0; 0; -0,1)$.

a. Tính điện thế của điểm $P(0,3; 0; 0,4)$.

$$Đ/S: V_P = 5,784\text{V}$$

b. Tính độ lớn vector cường độ điện trường \mathbf{E} tại điểm P .

$$Đ/S: E = 25,185 \text{ V/m}$$

c. Coi 2 điện tích điểm đóng vai trò như lưỡng cực điện đặt tại gốc tọa độ. Tính điện thế tại điểm P .

$$Đ/S: V_P = 5,76 \text{ V}$$

11. Trong chân không, xét trường thế $V = \frac{20}{xyz}$ (V).

a. Tính tổng năng lượng của hình hộp kích thước $1 < x, y, z < 2$.

$$Đ/S: W_E = 386\text{pJ}$$

b. Tính mật độ năng lượng nếu giả thiết hàm mật độ năng lượng có giá trị bằng năng lượng xét tại điểm trọng tâm của hình hộp này.

$$Đ/S: w_E = 2,07 \cdot 10^{-10} \text{ J/m}^3$$

12. Trong chân không, xét quả cầu bằng đồng có bán kính 4cm, có tổng điện tích $Q = 5\mu\text{C}$, phân bố đều trên bề mặt của quả cầu.

a. Hãy dùng luật Gauss để xác định vector dịch chuyển điện \mathbf{D} ở bên ngoài quả cầu.

$$Đ/S: \mathbf{D} = \frac{5 \cdot 10^{-6}}{4\pi r^2} \mathbf{a}_r \text{ (C / m}^2\text{)}$$

b. Tính tổng năng lượng của trường tĩnh điện gây ra bởi quả cầu.

$$Đ/S: W_E = 2,81\text{J}$$

13. Trong chân không, xét 4 điện tích điểm $Q = 0,8 \text{ nC}$ đặt tại 4 góc của một hình vuông có cạnh dài 4cm.

a. Tính tổng thế năng của hệ gồm 4 điện tích điểm.

$$Đ/S: W_E = 0,779\mu\text{J}$$

b. Xét điện tích điểm $Q_5 = 0,8\text{nC}$ đặt tại tâm của hình vuông. Xác định tổng năng lượng của hệ gồm 5 điện tích điểm.

$$Đ/S: W_E = 1,592\mu\text{J}$$

Chương 5: Vật dẫn - Điện môi - Điện dung

1. Cho hàm mật độ dòng điện $\mathbf{J} = -10^4(\sin 2x.e^{-2y}\mathbf{a}_x + \cos 2x.e^{-2y}\mathbf{a}_y)$ kA/m².
- a. Tìm tổng dòng điện chảy qua mặt phẳng $y = 1$ theo hướng \mathbf{a}_y trong vùng giới hạn bởi $0 < x < 1, 0 < z < 2$.
- D/S: $I = -1,23$ MA*
- b. Tính tổng dòng điện đi ra khỏi mặt kín giới hạn bởi hình lập phương $0 < x, y < 1, 2 < z < 3$ theo 2 phương pháp:
- Tích phân $\mathbf{J} \cdot d\mathbf{S}$
 - Theo định lý divergence
- D/S: $I = 0$*
2. Cho hàm mật độ dòng điện $\mathbf{J} = \frac{400 \sin \theta}{r^2 + 4} \mathbf{a}_r$ A/m²
- a. Tính tổng dòng điện chảy qua 1 phần của mặt cầu giới hạn bởi $r = 0,8$; $0 < \varphi < 2\pi$; $0,1\pi < \theta < 0,3\pi$.
- D/S: $I = 77,4233$ A*
- b. Tính giá trị trung bình của dòng điện trên phần mặt cầu trên
- D/S: $53\mathbf{a}_r$ A/m²*
3. Cho hàm mật độ dòng điện $\mathbf{J} = \frac{25}{\rho} \mathbf{a}_\rho - \frac{20}{\rho^2 + 0,01} \mathbf{a}_z$ A/m²
- a. Tính tổng dòng điện chảy qua mặt phẳng $z = 0,2$ theo hướng \mathbf{a}_z và giới hạn bởi $\rho < 4$.
- D/S: $I = -178,016$ A*
- b. Tính $\frac{\partial \rho_v}{\partial t}$
- D/S: $\frac{\partial \rho_v}{\partial t} = 0$*
- c. Tính tổng dòng điện qua mặt kín xác định bởi $0,01 < \rho < 0,4$; $0 < z < 0,2$
- D/S: $I = 0$*
4. Tính đường kính của dây dẫn dài $2m$ làm bằng Nichrome tiêu thụ công suất $P = 450W$ khi đặt lên nó 1 điện áp xoay chiều tần số $60Hz$ có trị hiệu dụng $U = 120V$. Biết điện dẫn suất của Nichrome $\sigma = 10^6$ S/m. Tính giá trị hiệu dụng của hàm mật độ dòng điện chảy trong dây dẫn kể trên.
- D/S:*
 $d = 2,8 \cdot 10^{-4} m$
 $J = 6,09 \cdot 10^7 A/m^2$

5. Xét 2 mặt trụ đồng tâm lý tưởng có chiều dài L có kích thước $\rho = 3\text{cm}$ và $\rho = 5\text{cm}$. Tổng dòng điện chảy qua mặt cong giữa 2 mặt trụ theo phương bán kính là $3A$. Biết điện dẫn xuất của vật liệu kim loại trong vùng $3 < \rho < 5\text{m}$ là $\sigma = 0,05\text{S/m}$

a. Tính vector cường độ điện trường \mathbf{E} tại vùng không gian giữa 2 mặt trụ.

$$\text{Đ/S: } \mathbf{E} = \frac{9,55}{\rho L} \mathbf{a}_\rho \quad \text{V/m}$$

b. Tính điện áp và điện trở giữa 2 mặt trụ.

$$\text{Đ/S: } V = \frac{4,88}{L} \quad \text{V} \quad ; \quad R = \frac{1,63}{L} \quad \Omega$$

6. Trong chân không, xét một trường thế $V = 10(\rho + 1)z^2 \cos \rho \quad \text{V}$. Coi mặt dẫn là mặt đẳng thế có $V = 20\text{V}$.

a. Tính vector cường độ điện trường \mathbf{E} tại điểm $P(\varphi = 0, 2\pi ; z = 1,5)$ trên mặt dẫn.

$$\text{Đ/S: } \mathbf{E} = -18,2\mathbf{a}_\rho + 148,18\mathbf{a}_\varphi - 26,6\mathbf{a}_z$$

b. Tính hàm phân bố mật độ điện tích mặt ρ_S tại điểm P .

$$\text{Đ/S: } \rho_S = 1,34\text{nC/m}^2$$

7. Trong chân không, xét trường thế $V = \frac{100xz}{x^2 + 4} \quad \text{V}$

a. Tính vector mật độ dịch chuyển điện \mathbf{D} tại mặt phẳng $z = 0$.

$$\text{Đ/S: } \mathbf{D} = -\frac{100\varepsilon_0 x}{x^2 + 4} \mathbf{a}_z \quad \text{C/m}^2$$

b. Chứng minh rằng: Mặt phẳng $z = 0$ là một mặt đẳng thế.

c. Coi mặt $z = 0$ là mặt dẫn. Tính tổng điện tích của mặt dẫn giới hạn bởi $0 < x < 2, -3 < y < 0$.

$$\text{Đ/S: } Q = -0,921\text{nC}$$

8. Trong chân không, xét mặt dẫn lý tưởng rộng vô hạn đặt tại mặt phẳng $y = 0$, và 2 điện tích đường có $\rho_L = 30\text{nC/m}$ đặt tại $(x = 0, y = 1)$ và $(x = 0, y = 2)$.

a. Coi mặt dẫn trên có thế bằng 0. Tính điện thế tại điểm $P(1, 2, 0)$

$$\text{Đ/S: } V_P = -1,197\text{kV}$$

b. Tính vector cường độ điện trường \mathbf{E} tại điểm $P(1, 2, 0)$

$$\text{Đ/S: } \mathbf{E}_P = 723\mathbf{a}_x - 19,03\mathbf{a}_y \quad \text{V/m}$$

9. Xét lưỡng cực điện $\mathbf{p} = 0,1\mathbf{a}_z \mu\text{C.m}$ đặt tại $A(1, 0, 0)$ trong chân không, và một mặt phẳng dẫn lý tưởng đặt tại $x = 0$. Tính điện thế tại điểm $P(2, 0, 1)$.

$$\text{Đ/S: } V_P = 289,34\text{V}$$

10. Xét 2 mặt dẫn hình trụ đồng trục có bán kính $a = 0,8\text{mm}$, $b = 3\text{mm}$. Người ta điền đầy khoảng không gian giữa 2 mặt dẫn bằng chất điện môi polystyrene có hằng số phân cực

điện $\epsilon_r = 2,56$. Giả thiết đã biết vector phân cực điện trong chất điện môi $\mathbf{p} = \frac{2}{\rho} \mathbf{a}_p \text{ nC/m}^2$. Tính hiệu điện thế giữa 2 mặt dẫn.

$$Đ/S: V_{ab} = 191,39V$$

11. Xét 2 chất điện môi có mặt phân cách $x = 0$, trong đó chất điện môi 1 ở tọa độ $x > 0$ có $\epsilon_{r1} = 3$, chất điện môi 2 ở tọa độ $x < 0$ có $\epsilon_{r2} = 5$. Biết vector cường độ điện trường trong chất điện môi 1 có giá trị $\mathbf{E} = 80\mathbf{a}_x - 60\mathbf{a}_y - 30\mathbf{a}_z \text{ (V/m)}$.

a. Tính $\mathbf{E}_{N1}, E_{tt1}, E_1, \theta_1$ (góc lệch giữa \mathbf{E}_1 và \mathbf{E}_{n1})

Đ/S:

$$\mathbf{E}_{N1} = 80\mathbf{a}_x; E_{tt1} = 67,08V/m; E_1 = 104,4V/m; \theta_1 = 39,98^\circ$$

b. Tính $D_{N2}, D_{tt2}, \mathbf{D}_2, \mathbf{P}_2, \theta_2$ (góc lệch giữa \mathbf{E}_2 và \mathbf{E}_{n2})

Đ/S:

$$D_{N2} = 2,12nC/m^2; D_{tt2} = 2,97nC/m^2; \mathbf{D}_2 = 2,12\mathbf{a}_x - 2,65\mathbf{a}_y - 1,33\mathbf{a}_z \text{ nC/m}^2; \\ \mathbf{P}_2 = 1,7\mathbf{a}_x - 2,13\mathbf{a}_y - 1,06\mathbf{a}_z \text{ nC/m}^2; \theta_2 = 54,3^\circ$$

12. Xét 2 chất điện môi có hằng số phân cực điện $\epsilon_{r1} = 2, \epsilon_{r2} = 8$. Mặt phân cách giữa 2 chất điện môi: $x - y + 2z = 5$. Điểm gốc tọa độ nằm trong môi trường chất điện môi 1. Giả sử biết vector cường độ điện trường $\mathbf{E}_1 = 100\mathbf{a}_x + 200\mathbf{a}_y - 50\mathbf{a}_z$. Tính vector cường độ điện trường \mathbf{E}_2 trong chất điện môi thứ 2.

$$Đ/S: \mathbf{E}_2 = 125\mathbf{a}_x - 158,34\mathbf{a}_y \text{ V/m}$$

13. Xét hai chất điện môi có $\epsilon_{r1} = 2$ đặt tại $x \geq 0$, và $\epsilon_{r2} = 5$ đặt tại $x < 0$. Biết vector cường độ điện trường trong chất điện môi thứ nhất: $\mathbf{E}_1 = 20\mathbf{a}_x - 10\mathbf{a}_y + 50\mathbf{a}_z \text{ V/m}$.

a. Tính vector mật độ dịch chuyển điện \mathbf{D}_2

$$Đ/S: \mathbf{D}_2 = 0,354\mathbf{a}_x - 0,443\mathbf{a}_y + 2,21\mathbf{a}_z \text{ nC/m}^2$$

b. Tính mật độ năng lượng trong hai chất điện môi w_{e1}, w_{e2}

$$Đ/S: w_{e1} = 26,56 \text{ nJ/m}^3; w_{e2} = 58,97 \text{ nJ/m}^3$$

14. Xét 2 mặt trụ tròn đồng trục có bán kính $\rho_1 = 4\text{cm}, \rho_2 = 9\text{cm}$, chứa hai chất điện môi: Chất điện môi 1 có $\epsilon_{r1} = 2$ đặt tại vùng $0 < \varphi < \pi/2$; chất điện môi 2 có $\epsilon_{r2} = 5$ đặt tại $\pi/2 < \varphi < 2\pi$. Biết vector cường độ điện trường trong chất điện môi thứ nhất

$$\mathbf{E}_1 = \frac{2000}{\rho} \mathbf{a}_p \text{ V/m.}$$

a. Tính vector cường độ điện trường trong chất điện môi thứ hai \mathbf{E}_2

$$Đ/S: \mathbf{E}_2 = \mathbf{E}_1$$

b. Tính tổng năng lượng trường tính trên 1m độ dài của hai vùng điện môi trong hai mặt trụ trên.

$$Đ/S: W_{E1} = 45,11\mu\text{J}; W_{E2} = 338,35\mu\text{J}$$

15. Xét tụ phẳng cấu tạo bởi hai mặt phẳng đặt song song có diện tích $S = 120\text{cm}^2, d = 4\text{mm}$. Bên trong tụ điện chứa chất điện môi $\epsilon_r = 12$.

a. Tính giá trị điện dung C của tụ

$$Đ/S: C = 0,32nF$$

b. Đặt vào hai cực của tụ điện áp $V_0 = 40V$. Tính E , D , Q , và tổng năng lượng điện trường tĩnh W_E của tụ.

$$Đ/S: E = 10kV/m ; D = 1,063\mu C/m^2 ; Q = 12,8nC ; W_E = 256nJ$$

16. Xét hai mặt dẫn đặt tại $y = 0$ và $y = 5mm$. Bên trong hai mặt dẫn, người ta đặt 3 chất điện môi như sau : $\epsilon_{R1} = 2,5$ tại $0 < y < 1mm$; $\epsilon_{R2} = 4$ tại $1 < y < 3mm$; ϵ_{R3} tại $3 < y < 5mm$. Tính điện dung của tụ điện C cho mỗi mét vuông diện tích bề mặt mặt dẫn trong các trường hợp sau :

a. Chất điện môi thứ ba là không khí

$$Đ/S: C = 3,05pF$$

b. Chất điện môi thứ ba giống chất điện môi thứ nhất.

$$Đ/S: C = 5,21pF$$

c. Chất điện môi thứ ba giống chất điện môi thứ hai.

$$Đ/S: C = 6,32pF$$

d. Vùng ba chứa kim loại bạc dẫn điện.

$$Đ/S: C = 9,84nF$$

17. Xét 2 mặt dẫn hình trụ đồng trục có bán kính $\rho = 2cm$, và $\rho = 4cm$, có chiều dài 1m. Vùng không gian giữa 2 mặt dẫn chứa lớp điện môi $\epsilon_R = 4$ có kích thước từ $\rho = c$ đến $\rho = d$. Tính điện dung của tụ điện C trong 2 trường hợp :

a. $c = 2cm$, $d = 3cm$

$$Đ/S: C = 0,143nF$$

b. $d = 4cm$ và thể tích của chất điện môi bằng với thể tích điện môi trong câu a.

$$Đ/S: C = 0,178nF$$

18. Xét hai mặt cầu đồng tâm có bán kính $a = 3cm$, $b = 6cm$. Giữa 2 mặt cầu chứa chất điện môi $\epsilon_R = 8$.

a. Tính điện dung C

$$Đ/S: C = 53,41pF$$

b. Loại bỏ một phần chất điện môi trong khoảng không gian $0 < \varphi < \pi/2$. Tính giá trị điện dung C

$$Đ/S: C = 41,73pF$$