



TRƯỜNG ĐẠI HỌC
BÁCH KHOA HÀ NỘI

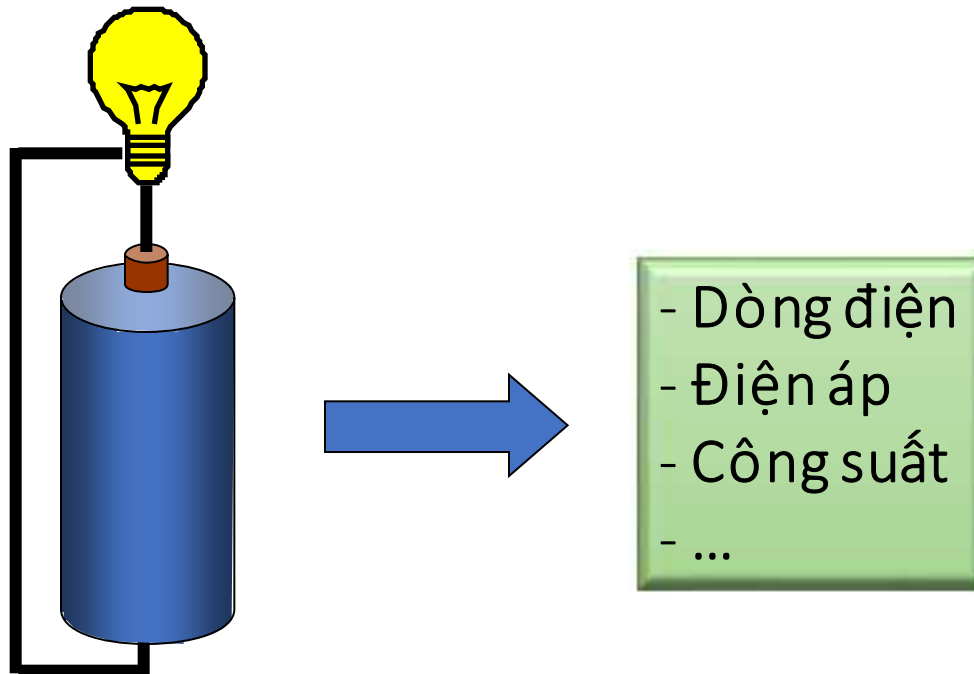


NGUYỄN CÔNG PHƯƠNG

LÝ THUYẾT MẠCH II

QUÁ TRÌNH QUÁ ĐỘ

Lý thuyết mạch II





Sách tham khảo

1. C. K. Alexander, M. N. O. Sadiku. *Fundamentals of Electric Circuits*. McGraw-Hill, 2001
2. J. Bird. *Electrical Circuit Theory and Technology*. Newnes, 2003
3. W. K. Chen. *The Electrical Engineering Handbook*. Elsevier, 2004
4. Nguyễn Bình Thành, Nguyễn Trần Quân, Phạm Khắc Chương. *Cơ sở kỹ thuật điện*. Đại học & trung học chuyên nghiệp, 1971
5. J. W. Nilsson, S. A. Riedel. *Electric Circuits*. Addison-Wesley, 1996
6. J. O'Malley. *Theory and Problems of Basic Circuit Analysis*. McGraw-Hill, 1992
7. A. L. Shenkman. *Transient Analysis of Electric Power Circuits Handbook*. Springer, 2005
8. <https://sites.google.com/site/ncpdhbkh/home>





Lý thuyết mạch II

I. Quá trình quá độ

1. Giới thiệu
2. Sơ kiện
3. Phương pháp tích phân kinh điển
4. Phương pháp toán tử

II. Mạch phi tuyến

III. Đường dây dài





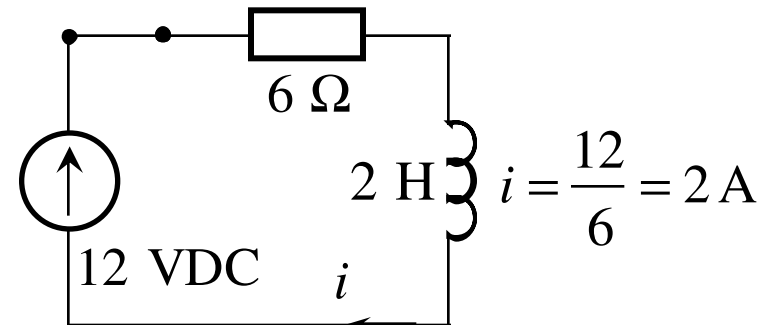
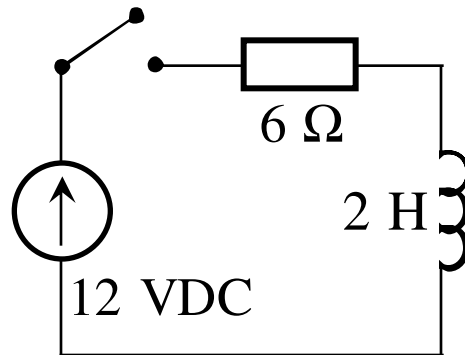
Giới thiệu (1)

- Tất cả các mạch điện trong Lý thuyết mạch I đều ở trạng thái/chế độ xác lập.
- *Chế độ xác lập*: mọi thông số trong mạch điện (dòng điện, điện áp, công suất, năng lượng) đều là hằng số (mạch một chiều) hoặc biến thiên chu kỳ (mạch xoay chiều).
- *Quá độ* (Từ điển tiếng Việt): chuyển từ chế độ này sang chế độ khác.
- *Quá trình quá độ* (kỹ thuật điện): quá trình mạch điện chuyển từ chế độ xác lập này sang chế độ xác lập khác.

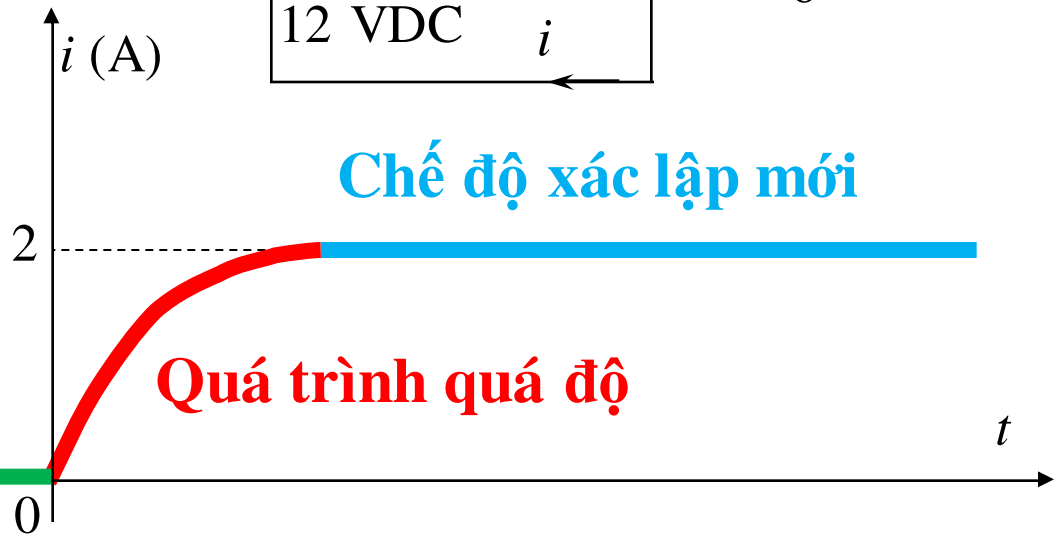


Giới thiệu (2)

- *Quá trình quá độ* (kỹ thuật điện): quá trình mạch điện chuyển từ chế độ xác lập này sang chế độ xác lập khác.

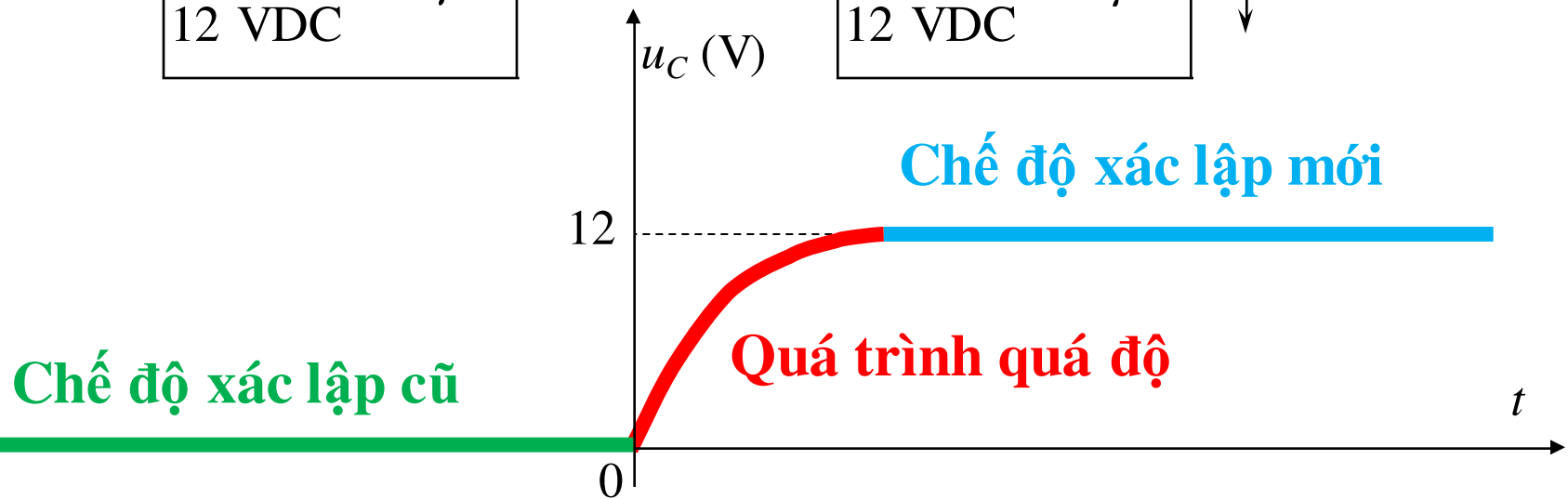
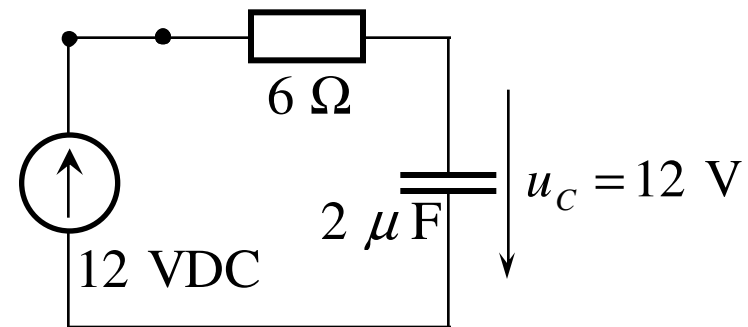
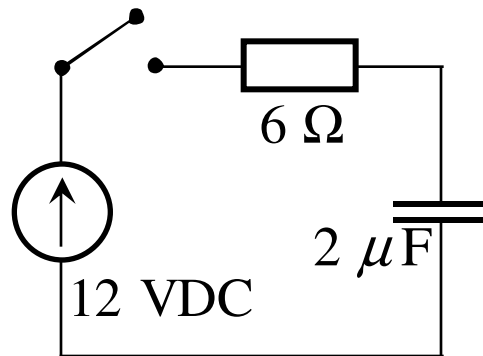


Chế độ xác lập cũ



Giới thiệu (3)

- *Quá trình quá độ* (kỹ thuật điện): quá trình mạch điện chuyển từ chế độ xác lập này sang chế độ xác lập khác.






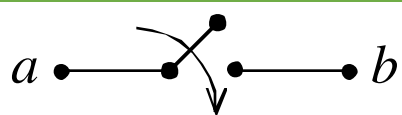
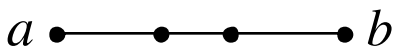
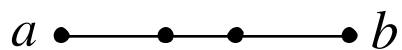
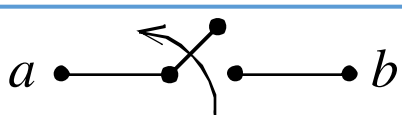
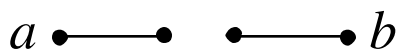
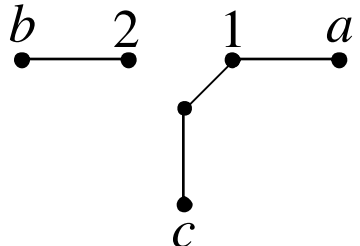
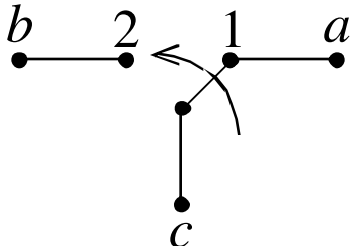
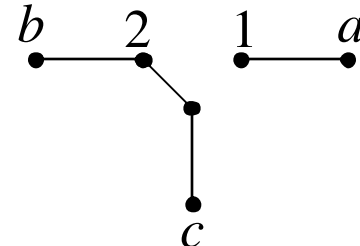
Giới thiệu (4)

- Quá trình quá độ xảy ra khi có thay đổi đột ngột về cấu trúc hoặc thông số của các mạch điện quán tính.
- *Quán tính*: có cuộn dây hoặc/và tụ điện.
- Một số giả thiết đơn giản hóa:
 - Các phần tử lý tưởng (điện trở của cuộn dây bằng 0, điện trở của tụ điện vô cùng lớn),
 - Động tác đóng mở lý tưởng:
 - Thay khóa (K) bằng R ,
 - R chỉ nhận các giá trị 0 (khi K đóng) & ∞ (khi K mở),
 - Thời gian đóng mở bằng 0.
 - Luật Kirchhoff luôn đúng.





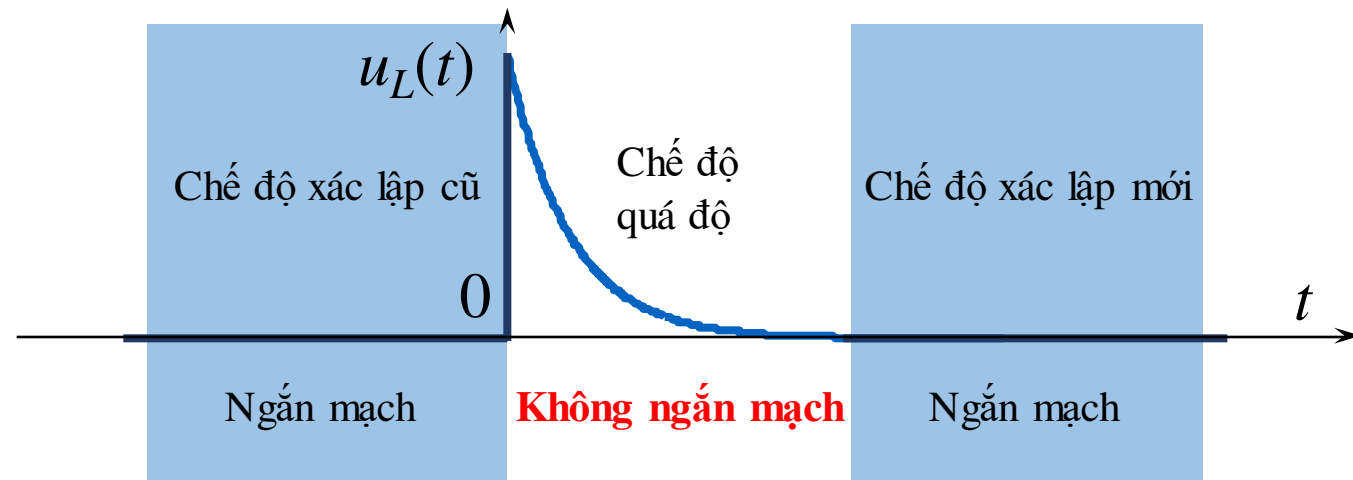
Giới thiệu (5)

Chế độ cũ	$t = 0$	Chế độ mới
 $R_{ab} \rightarrow \infty$		 $R_{ab} = 0$
 $R_{ab} = 0$		 $R_{ab} \rightarrow \infty$
 $R_{ac} = 0$ $R_{bc} \rightarrow \infty$		 $R_{ac} \rightarrow \infty$ $R_{bc} = 0$

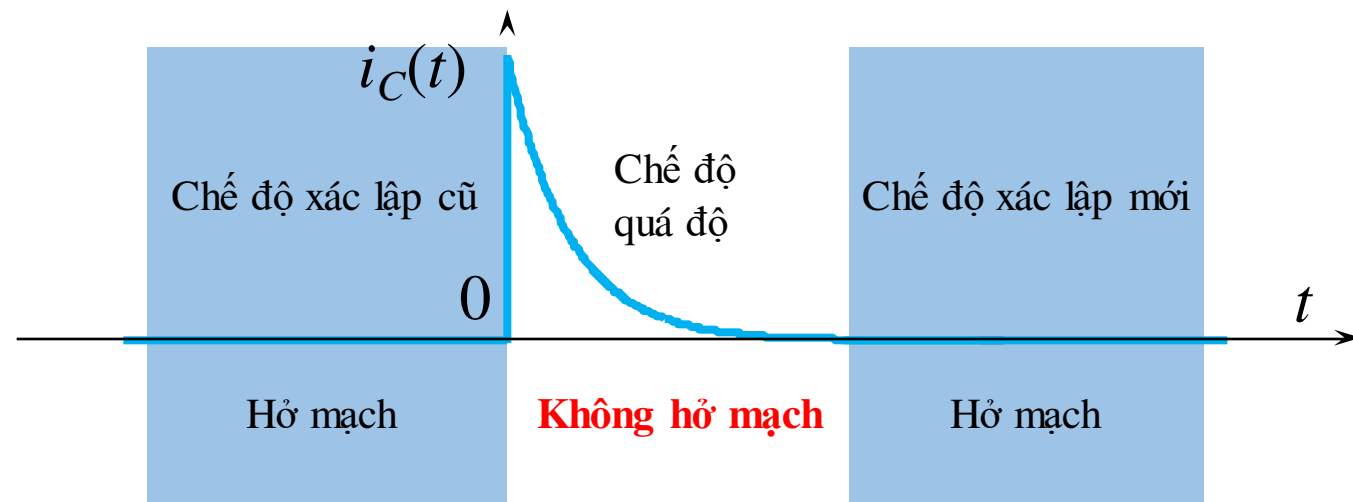


Giới thiệu (6)

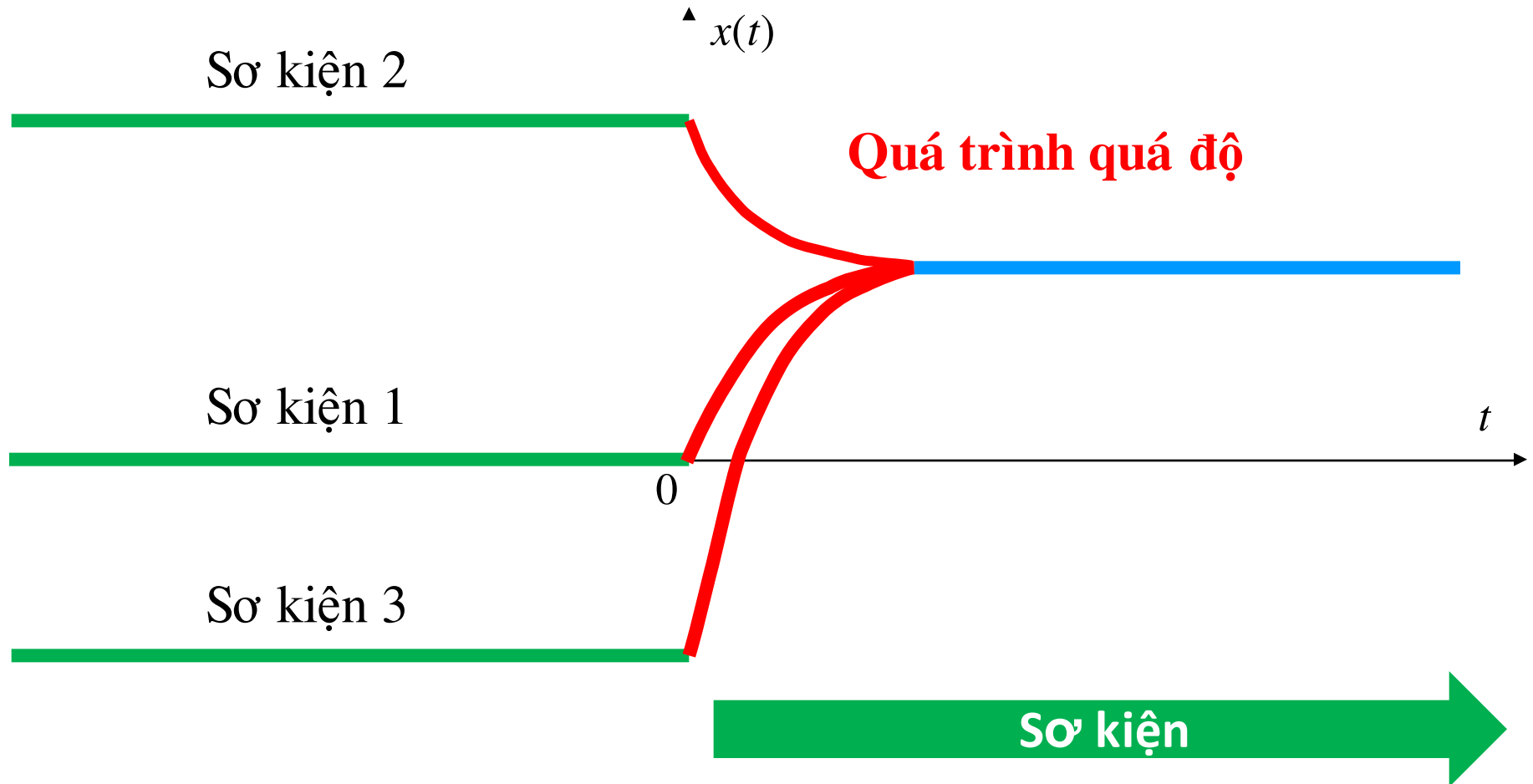
Cuộn cảm
trong mạch
quá độ
một chiều



Tụ điện
trong mạch
quá độ
một chiều



Giới thiệu (7)





Lý thuyết mạch II

I. Quá trình quá độ

1. Giới thiệu
- 2. Sơ kiện**
3. Phương pháp tích phân kinh điển
4. Phương pháp toán tử

II. Mạch phi tuyến

III. Đường dây dài

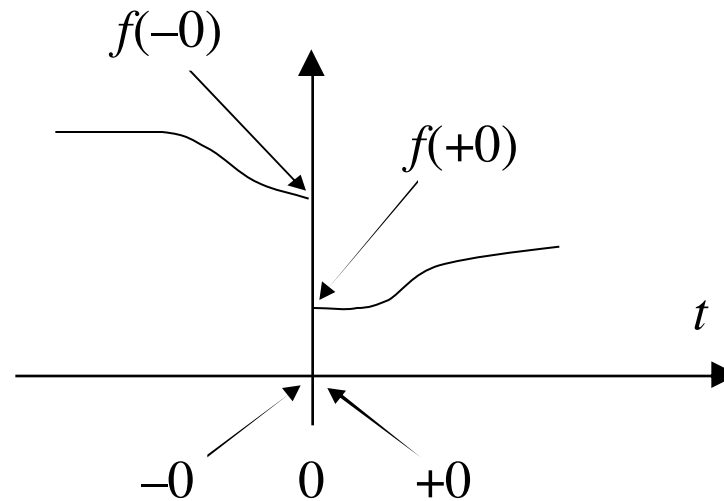


Sơ kiện (1)

- *Định nghĩa*: giá trị (& đạo hàm các cấp) ngay sau thời điểm đóng mở của **dòng điện qua cuộn cảm & điện áp trên tụ điện**.
- $i_L(0), u_C(0), i'_L(0), u'_C(0), i''_L(0), u''_C(0), \dots$
- Việc tính sơ kiện dựa vào:
 - Thông số mạch ngay trước thời điểm đóng mở (chế độ cũ): $i_L(-0), u_C(-0)$,
 - Hai luật Kirchhoff,
 - Hai luật đóng mở.



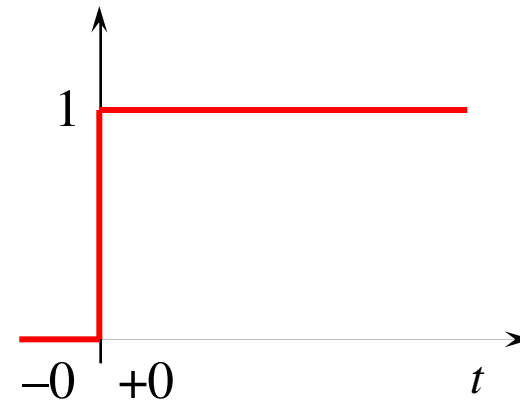
Sơ kiện (2)



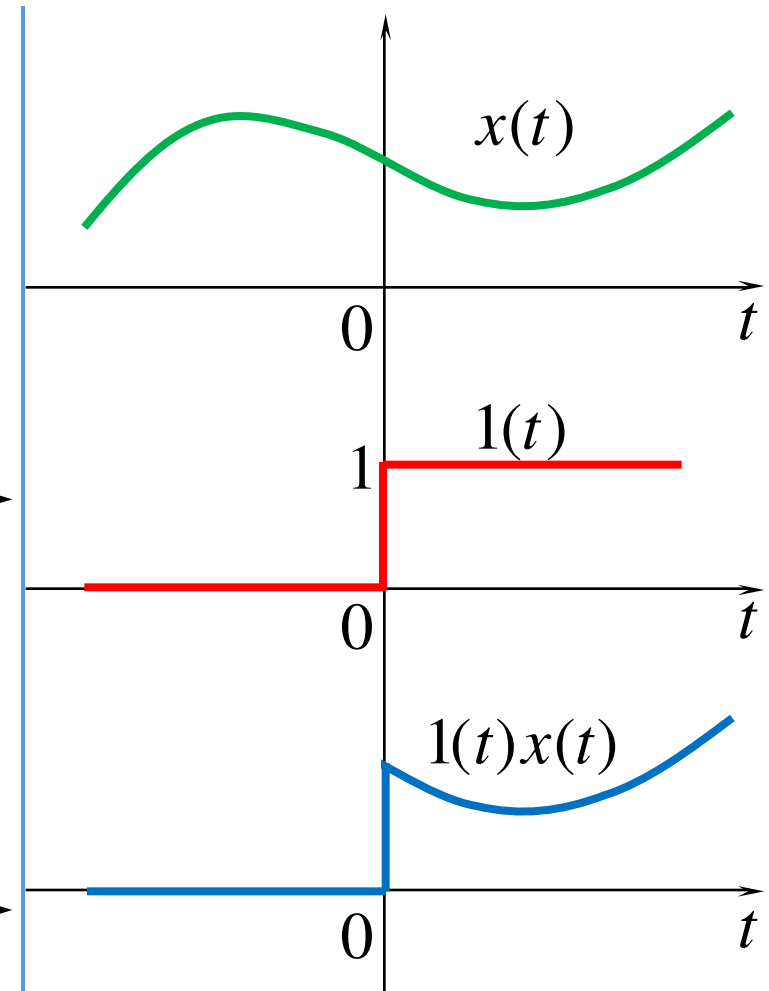
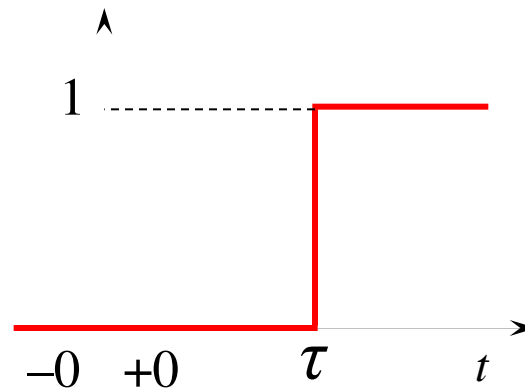
Sơ kiện (3)

Hàm bước nhảy đơn vị $1(t)$ (hoặc $u(t)$):

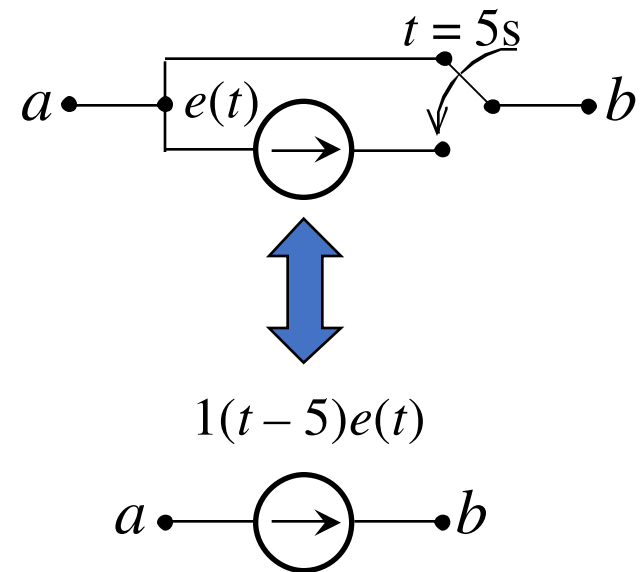
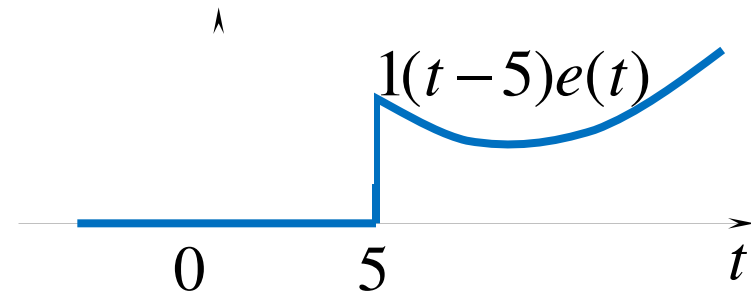
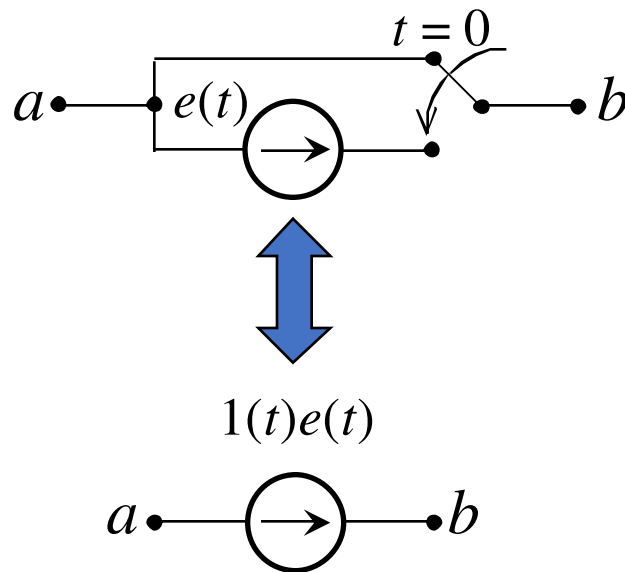
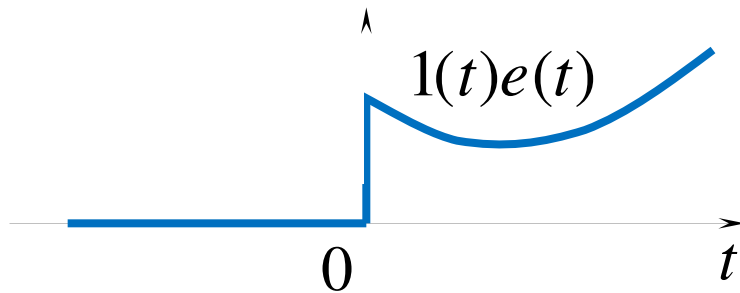
$$1(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 & t \geq 0 \end{cases}$$



$$1(t - \tau) = \begin{cases} 0 & t < \tau \\ 1 & t \geq \tau \end{cases}$$



Sơ kiện (4)



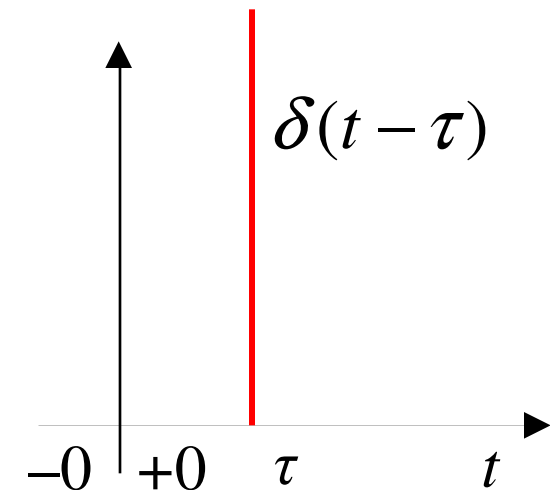
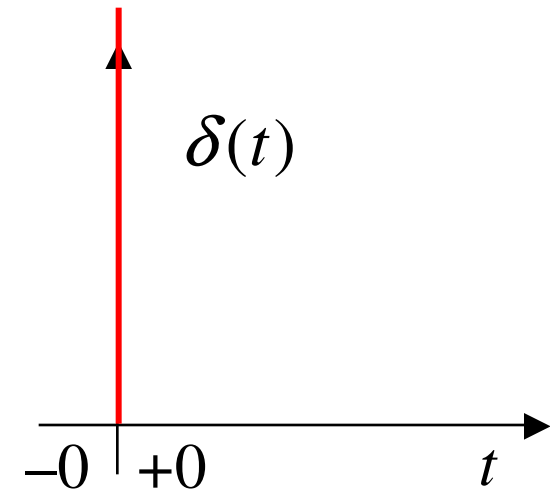
Sơ kiện (5)

Hàm Dirac $\delta(t)$

$$\delta(t) = \frac{d}{dt} 1(t) = \begin{cases} 0 & t \leq -0 \text{ \& } t \geq +0 \\ \rightarrow \infty & -0 < t < +0 \end{cases}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t) dt = 1$$

$$\delta(t - \tau) = \frac{d}{dt} 1(t - \tau)$$





Sơ kiện (6)

- *Luật/quy tắc đóng mở 1*: dòng điện trong một cuộn cảm ngay sau khi đóng mở $i_L(+0)$ bằng dòng điện trong cuộn cảm đó ngay trước khi đóng mở $i_L(-0)$

$$i_L(+0) = i_L(-0)$$

- *Luật/quy tắc đóng mở 2*: điện áp trên một tụ điện ngay sau khi đóng mở $u_C(+0)$ bằng điện áp trên tụ điện đó ngay trước khi đóng mở $u_C(-0)$

$$u_C(+0) = u_C(-0)$$

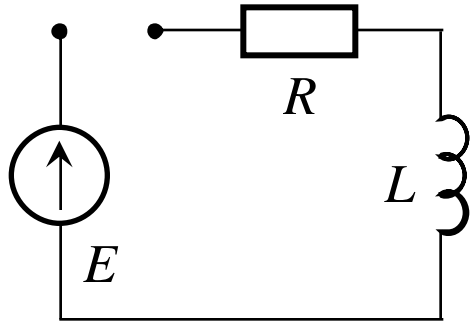


Sơ kiện (7)

VD1

$E = 12 \text{ VDC}; R = 6 \Omega; L = 2 \text{ H}$. Tính $i_L(0)$ & $i'_L(0)$?

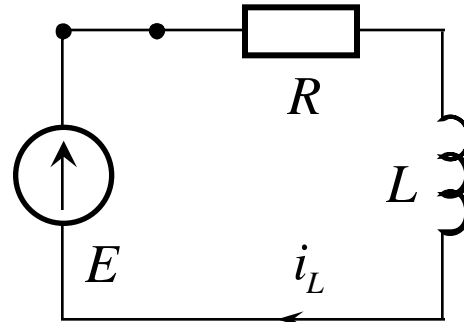
Chế độ cũ



$$\begin{cases} i_L(-0) = 0 \\ i_L(0) = i_L(-0) \end{cases}$$

$$\rightarrow \boxed{i_L(0) = 0}$$

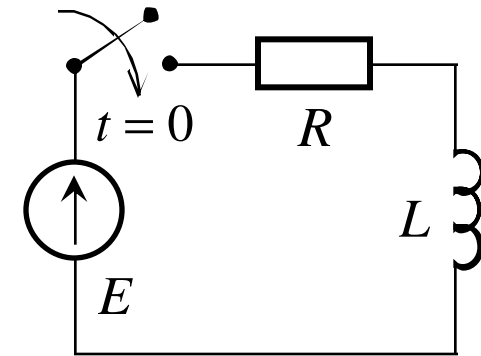
Chế độ mới



$$Ri_L + Li'_L = E$$

$$\rightarrow Ri_L(0) + Li'_L(0) = E$$

$$\rightarrow i'_L(0) = \frac{E - Ri_L(0)}{L} = \frac{12 - 0}{2} = \boxed{6 \text{ A/s}}$$



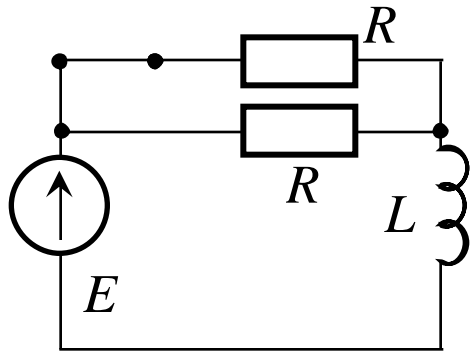


Sơ kiện (8)

VD2

$E = 12 \text{ VDC}; R = 6 \Omega; L = 2 \text{ H}$. Tính $i_L(0)$ & $i'_L(0)$?

Chế độ cũ

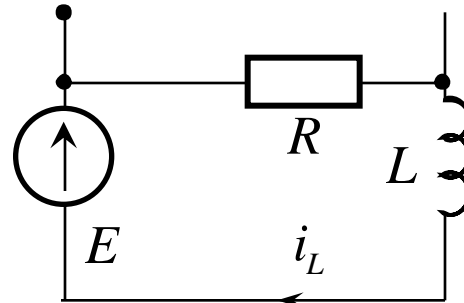


$$i_L(0) = i_L(-0)$$

$$= \frac{E}{R/2} = \frac{12}{6/2}$$

$$= \boxed{4 \text{ A}}$$

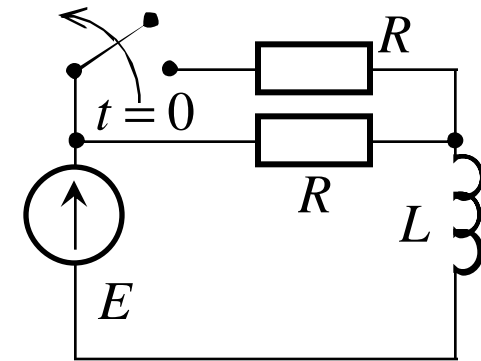
Chế độ mới



$$Ri_L + Li'_L = E$$

$$\rightarrow Ri_L(0) + Li'_L(0) = E$$

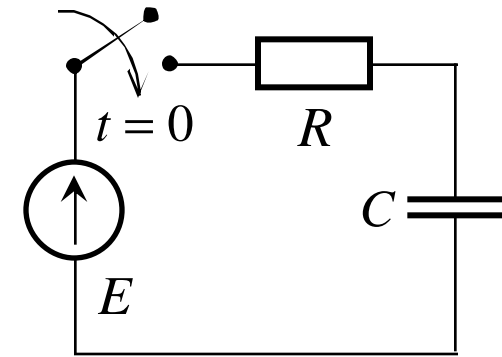
$$\rightarrow i'_L(0) = \frac{E - Ri_L(0)}{L} = \frac{12 - 6 \cdot 4}{2} = \boxed{-6 \text{ A/s}}$$



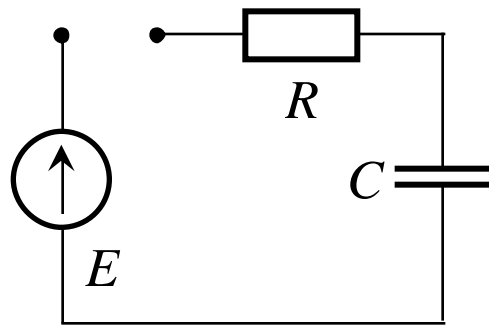
Sơ kiện (9)

VD3

$E = 12 \text{ VDC}; R = 6 \Omega; C = 1 \mu\text{F}$. Tính $u_C(0)$ & $u'_C(0)$?

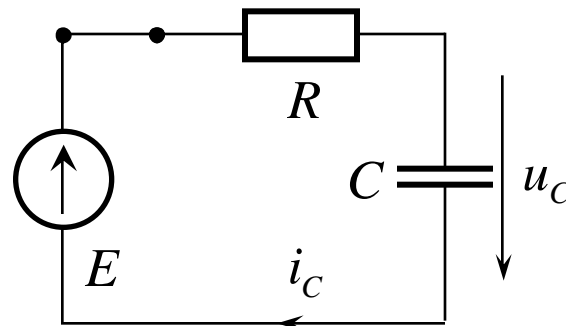


Chế độ cũ



$$u_C(0) = u_C(-0) = \boxed{0 \text{ V}}$$

Chế độ mới



$$\left. \begin{aligned} Ri_C + u_C &= E \\ i_C &= C du_C / dt \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &\rightarrow RC \frac{du_C}{dt} + u_C = E \\ &\rightarrow RC u'_C(0) + u_C(0) = E \end{aligned}$$

$$\rightarrow u'_C(0) = \frac{E - u_C(0)}{RC} = \frac{12 - 0}{6 \cdot 1 \cdot 10^{-6}} = \boxed{2 \cdot 10^6 \text{ V/s}}$$

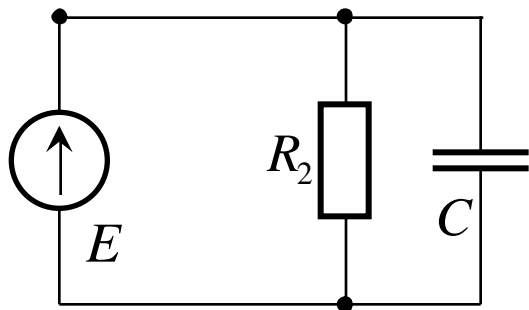


Sơ kiện (10)

VD4

$E = 12 \text{ VDC}; R_1 = 6 \Omega; R_2 = 3 \Omega;$
 $C = 1 \mu\text{F}$. Tính $u_C(0)$ & $u'_C(0)$?

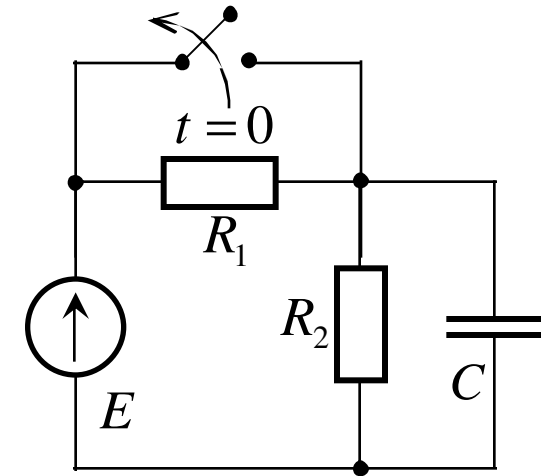
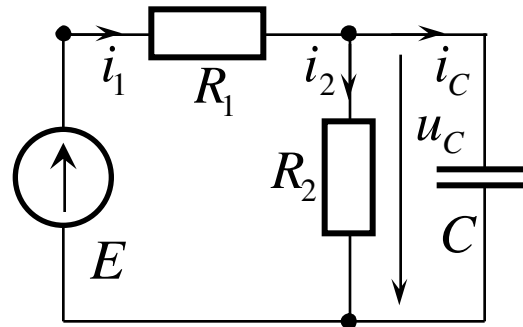
Chế độ cũ



$$u_C(0) = u_C(-0)$$

$$= E = \boxed{12 \text{ V}}$$

Chế độ mới



$$\left\{ \begin{array}{l} i_1 - i_2 - i_C = 0 \\ R_1 i_1 + R_2 i_2 = E \\ R_2 i_2 - u_C = 0 \end{array} \right.$$

$$i_C = C du_C / dt$$

$$\rightarrow (R_1 + R_2)u_C + R_1 R_2 C u'_C = R_2 E$$

$$\rightarrow (R_1 + R_2)u_C(0) + R_1 R_2 C u'_C(0) = R_2 E$$



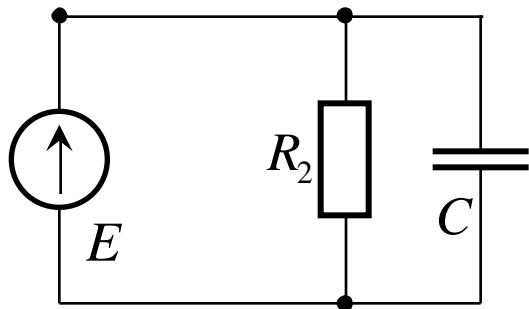


Sơ kiện (11)

VD4

$E = 12 \text{ VDC}; R_1 = 6 \Omega; R_2 = 3 \Omega;$
 $C = 1 \mu\text{F}$. Tính $u_C(0)$ & $u'_C(0)$?

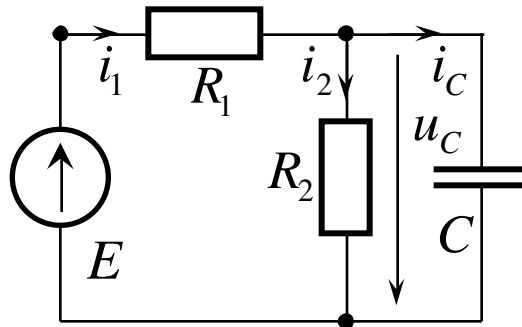
Chế độ cũ



$$u_C(0) = u_C(-0)$$

$$= E = \boxed{12 \text{ V}}$$

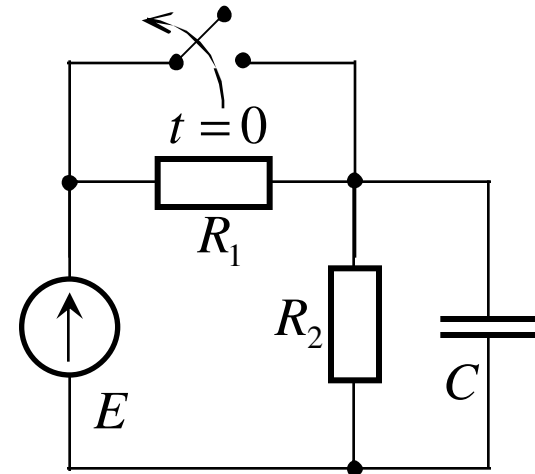
Chế độ mới



$$(R_1 + R_2)u_C(0) + R_1R_2Cu'_C(0) = R_2E$$

$$\rightarrow u'_C(0) = \frac{R_2E - (R_1 + R_2)u_C(0)}{R_1R_2C}$$

$$= \frac{3 \cdot 12 - (6 + 3)12}{6 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 10^{-6}} = \boxed{-4 \cdot 10^6 \text{ V/s}}$$



Sơ kiện (12)

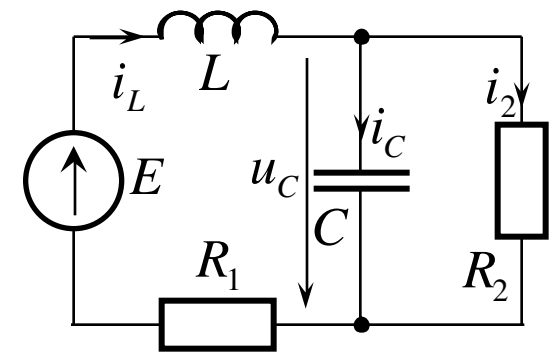
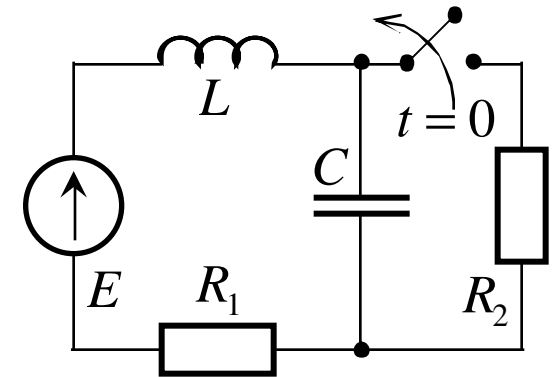
VD5

$E = 12 \text{ VDC}; R_1 = 20 \text{ } \Omega; R_2 = 45 \text{ } \Omega; L = 20 \text{ mH};$
 $C = 4 \text{ mF}$. Tính các sơ kiện?

Chế độ cũ

$$\left. \begin{cases} i_L - i_C - i_2 = 0 \\ R_1 i_L + u_L + R_2 i_2 = E \\ R_2 i_2 - u_C = 0 \\ u_L = 0; i_C = 0 \end{cases} \right\}$$

$$\rightarrow \begin{cases} i_L(0) = i_2(0) = \frac{E}{R_1 + R_2} = \frac{12}{20 + 45} = \boxed{0,18 \text{ A}} \\ u_C(0) = R_2 i_2(0) = 45 \cdot 0,18 = \boxed{8,31 \text{ V}} \end{cases}$$



Sơ kiện (13)

VD5

$E = 12 \text{ VDC}; R_1 = 20 \text{ } \Omega; R_2 = 45 \text{ } \Omega; L = 20 \text{ mH};$
 $C = 4 \text{ mF}$. Tính các sơ kiện?

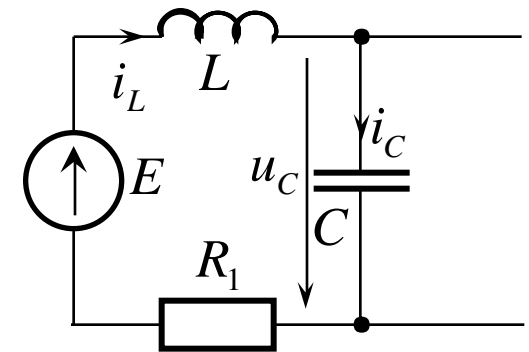
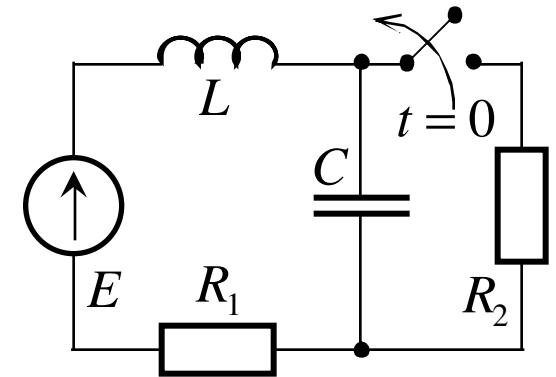
$$i_L(0) = 0,18 \text{ A}; u_C(0) = 8,31 \text{ V}$$

Chế độ mới

$$\begin{cases} R_1 i_L + L i_L' + u_C = E \\ i_L = i_C = C u_C' \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} R_1 i_L(0) + L i_L'(0) + u_C(0) = E \\ i_L(0) = C u_C'(0) \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} i_L'(0) = \frac{E - R_1 i_L(0) - u_C(0)}{L} = \frac{12 - 20 \cdot 0,18 - 8,31}{20 \cdot 10^{-3}} = \boxed{0 \text{ A/s}} \\ u_C'(0) = \frac{i_L(0)}{C} = \frac{0,18}{4 \cdot 10^{-3}} = \boxed{46,15 \text{ V/s}} \end{cases}$$

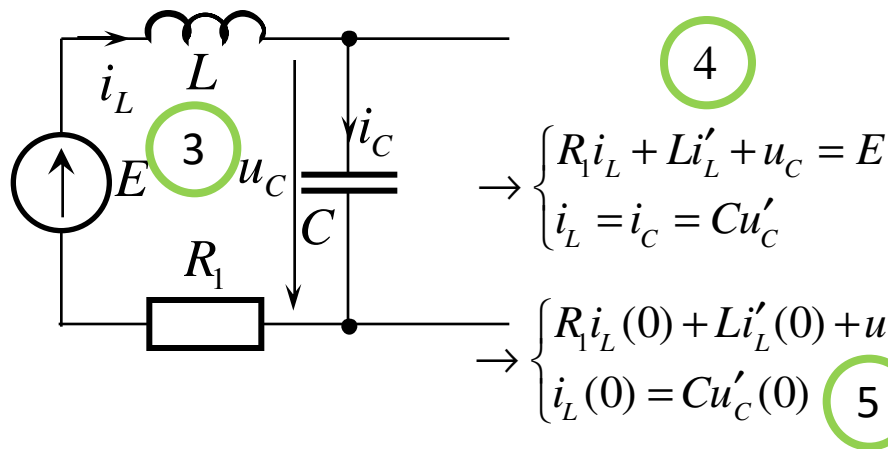
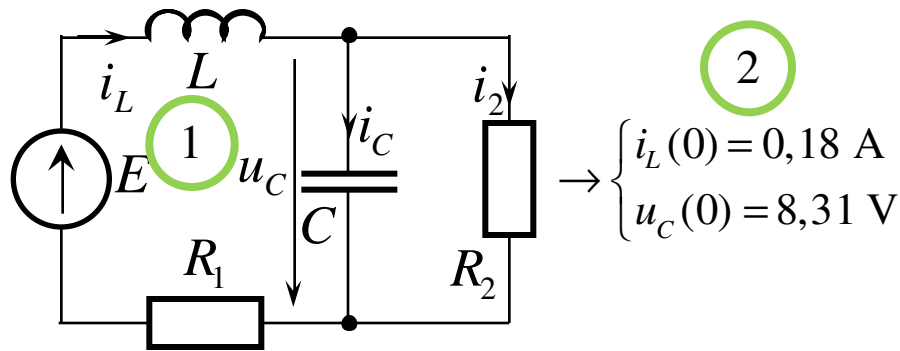
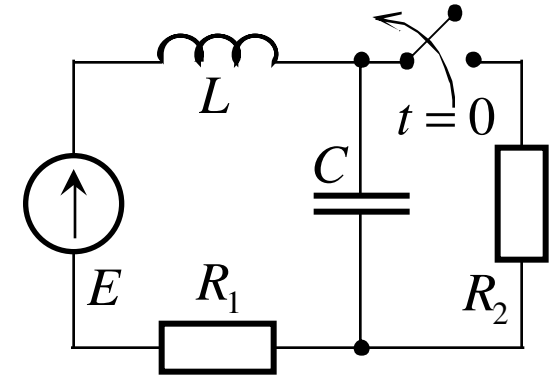




Sơ kiện (14)

VD5

$E = 12 \text{ VDC}; R_1 = 20 \Omega; R_2 = 45 \Omega; L = 20 \text{ mH};$
 $C = 4 \text{ mF}$. Tính các sơ kiện?



1. Xét mạch ở chế độ cũ (chìa ở vị trí cũ),
2. Tìm $i_L(0)$ & $u_C(0)$,
3. Xét mạch ở chế độ mới (chìa ở vị trí mới),
4. Viết hệ phương trình dòng nhánh, thay thế $u_L = Li'_L$ & $i_C = Cu'_C$,
5. Xét hệ phương trình với $t = 0$,
6. Thay số (với $i_L(0)$ & $u_C(0)$ ở bước 2) & giải hệ để có $i'_L(0)$ & $u'_C(0)$.

$$\rightarrow \begin{cases} i'_L(0) = 0 \text{ A/s} \\ u'_C(0) = 46,15 \text{ V/s} \end{cases}$$

Sơ kiện (15)

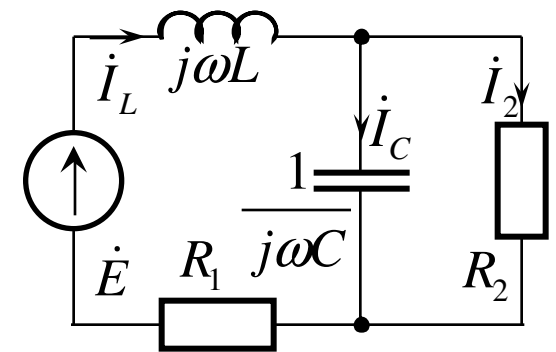
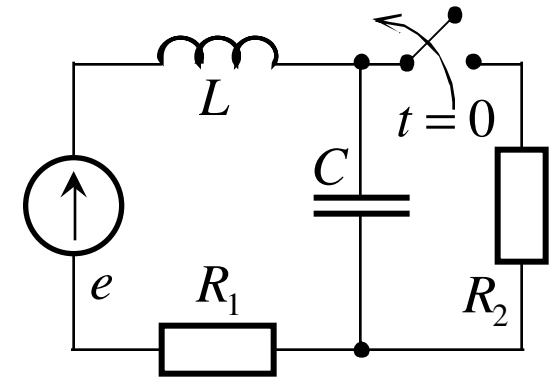
VD6

$e = 60 \sin 100t$ V; $R_1 = 20 \Omega$; $R_2 = 100 \Omega$; $L = 0,2$ H;
 $C = 0,4$ mF. Tính các sơ kiện?

Chế độ cũ

$$\begin{aligned} \dot{I}_L &= \frac{\dot{E}}{R_1 + j\omega L + \frac{R_2(1/j\omega C)}{R_2 + 1/j\omega C}} \\ &= \frac{60}{20 + j100 \cdot 0,2 + \frac{45(1/j100 \cdot 0,4 \cdot 10^{-3})}{45 + 1/j100 \cdot 0,4 \cdot 10^{-3}}} \\ &= 2,30 / \underline{7,77^\circ} \text{ A} \rightarrow i_L(t) = 2,30 \sin(100t + 7,77^\circ) \text{ A} \end{aligned}$$

$$i_L(0) = 2,30 \sin(100 \cdot 0 + 7,77^\circ) = 2,30 \sin(7,77^\circ) = \boxed{0,31 \text{ A}}$$



Sơ kiện (16)

VD6

$e = 60 \sin 100t$ V; $R_1 = 20 \Omega$; $R_2 = 100 \Omega$; $L = 0,2$ H;
 $C = 0,4$ mF. Tính các sơ kiện?

Chế độ cũ

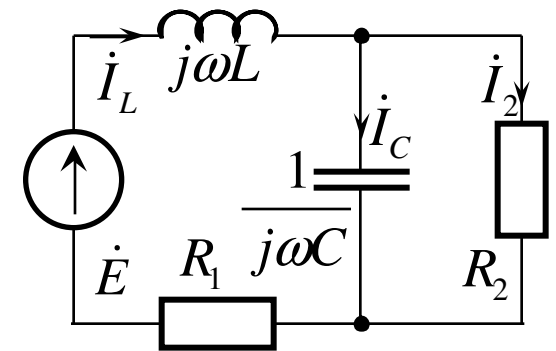
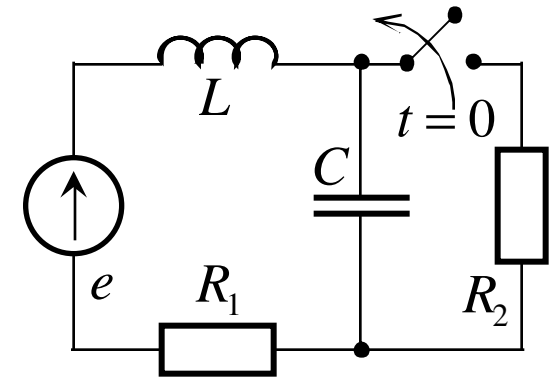
$$\dot{I}_L = 2,30 / 7,77^\circ \text{ A}$$

$$\dot{U}_C = \dot{I}_L \frac{R_2 (1 / j\omega C)}{R_2 + 1 / j\omega C}$$

$$= 2,30 / 7,77^\circ \frac{45 (1 / j100.0,4.10^{-3})}{45 + 1 / j100.0,4.10^{-3}}$$

$$= 55,71 / -68,20^\circ \text{ V} \rightarrow u_C(t) = 55,71 \sin(100t - 68,20^\circ) \text{ V}$$

$$u_C(0) = 55,71 \sin(100.0 - 68,20^\circ) = 55,71 \sin(-68,20^\circ) = \boxed{-51,72 \text{ V}}$$





Sơ kiện (17)

VD7

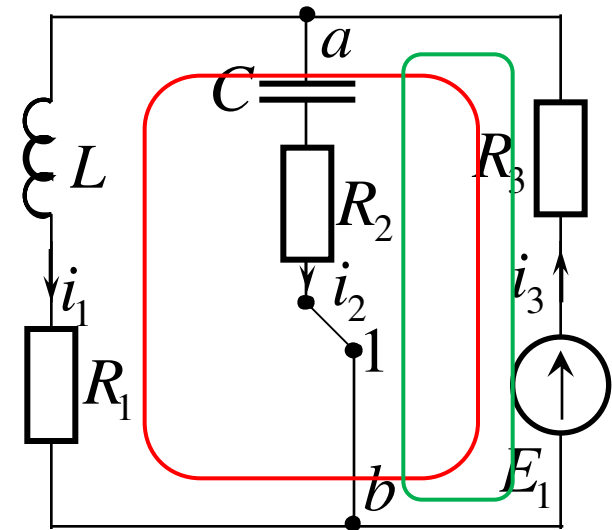
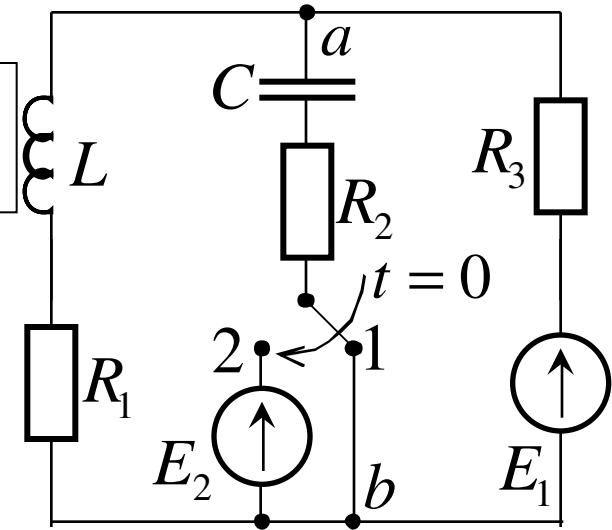
$E_1 = 120 \text{ V}; E_2 = 40 \text{ V}; R_1 = 10 \text{ } \Omega; R_2 = 20 \text{ } \Omega; R_3 = 30 \text{ } \Omega;$
 $L = 1 \text{ H}; C = 1 \text{ mF}$. Tính các sơ kiện?

Chế độ cũ

$$\left\{ \begin{array}{l} a: i_1 + i_2 - i_3 = 0 \\ R_1 i_1 + R_3 i_3 + u_L = E_1 \\ R_2 i_2 + R_3 i_3 + u_C = E_1 \end{array} \right.$$

$$i_2 = 0, u_L = 0$$

$$\rightarrow \left\{ \begin{array}{l} i_L(0) = i_1(0) = \frac{E_1}{R_1 + R_3} = \frac{120}{10 + 30} = \boxed{3 \text{ A}} \\ u_C(0) = E_1 - R_3 i_3 = \boxed{30 \text{ V}} \end{array} \right.$$





Sơ kiện (18)

VD7

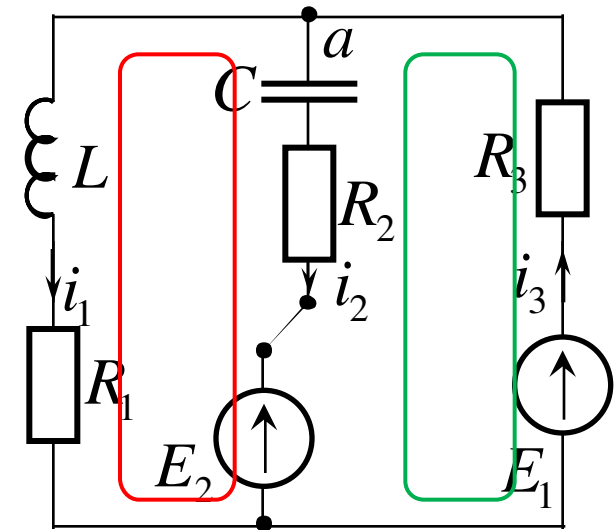
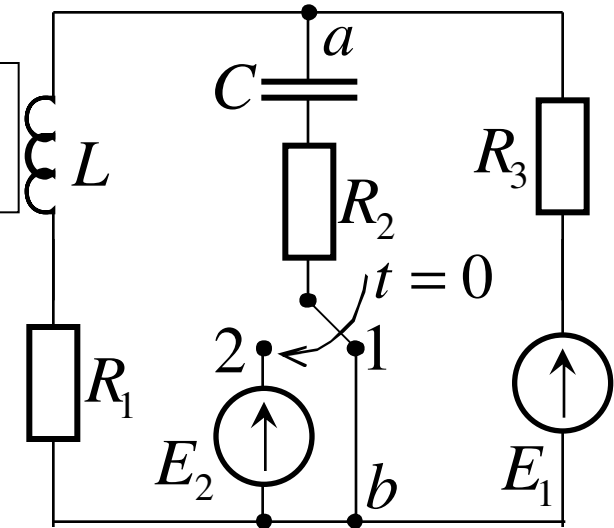
$E_1 = 120 \text{ V}; E_2 = 40 \text{ V}; R_1 = 10 \Omega; R_2 = 20 \Omega; R_3 = 30 \Omega;$
 $L = 1 \text{ H}; C = 1 \text{ mF}$. Tính các sơ kiện?

Chế độ mới

$$\left. \begin{array}{l} a: i_1 + i_2 - i_3 = 0 \\ R_1 i_1 - R_2 i_2 - u_C + u_L = E_2 \\ R_2 i_2 + R_3 i_3 + u_C = E_1 - E_2 \end{array} \right\}$$

$$u_L = Li'_1, i_2 = Cu'_C$$

$$\rightarrow \begin{cases} i_1 + Cu'_C - i_3 = 0 \\ R_1 i_1 - R_2 i_2 - u_C + Li'_1 = E_2 \\ R_2 Cu'_C + R_3 i_3 + u_C = E_1 - E_2 \end{cases}$$



Sơ kiện (19)

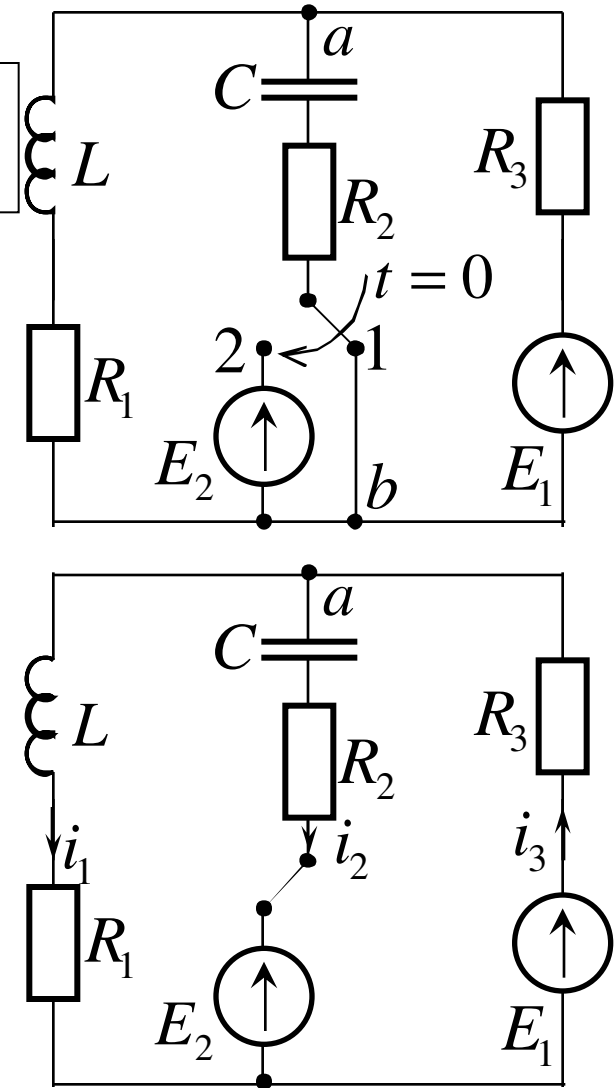
VD7

$E_1 = 120 \text{ V}; E_2 = 40 \text{ V}; R_1 = 10 \text{ } \Omega; R_2 = 20 \text{ } \Omega; R_3 = 30 \text{ } \Omega;$
 $L = 1 \text{ H}; C = 1 \text{ mF}.$ Tính các sơ kiện?

Chế độ mới

$$\begin{cases} i_1 + Cu'_C - i_3 = 0 \\ R_1 i_1 - R_2 Cu'_C - u_C + Li'_1 = E_2 \\ R_2 Cu'_C + R_3 i_3 + u_C = E_1 - E_2 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} i_1(0) + Cu'_C(0) - i_3(0) = 0 \\ R_1 i_1(0) - R_2 Cu'_C(0) - u_C(0) + Li'_1(0) = E_2 \\ R_2 Cu'_C(0) + R_3 i_3(0) + u_C(0) = E_1 - E_2 \end{cases}$$





Sơ kiện (20)

VD7

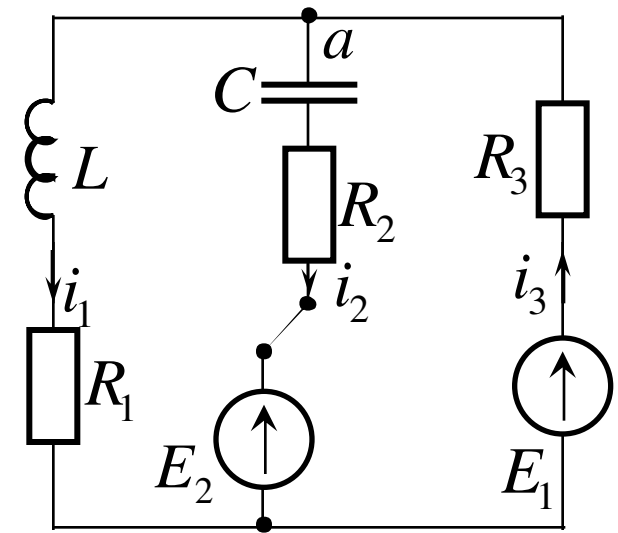
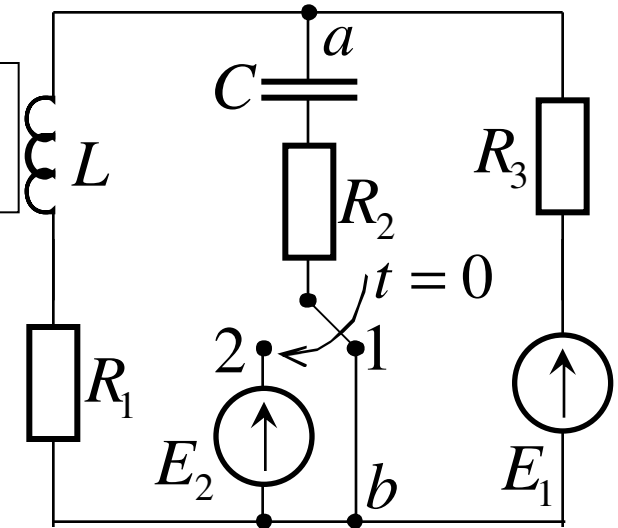
$E_1 = 120 \text{ V}; E_2 = 40 \text{ V}; R_1 = 10 \Omega; R_2 = 20 \Omega; R_3 = 30 \Omega;$
 $L = 1 \text{ H}; C = 1 \text{ mF}$. Tính các sơ kiện?

$$\left\{ \begin{array}{l} i_1(0) + Cu'_C(0) - i_3(0) = 0 \\ R_1 i_1(0) - R_2 Cu'_C(0) - u_C(0) + Li'_1(0) = E_2 \\ R_2 Cu'_C(0) + R_3 i_3(0) + u_C(0) = E_1 - E_2 \end{array} \right.$$

$i_1(0) = 3 \text{ A}; u_C(0) = 30 \text{ V}$

$$\rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 3 + Cu'_C(0) - i_3(0) = 0 \\ 3R_1 - R_2 Cu'_C(0) - 30 + Li'_1(0) = E_2 \\ R_2 Cu'_C(0) + R_3 i_3(0) + 30 = E_1 - E_2 \end{array} \right.$$

$$\rightarrow \left\{ \begin{array}{l} i'_1(0) = 24 \text{ A/s} \\ u'_C(0) = -800 \text{ V/s} \end{array} \right.$$



Sơ kiện (21)

VD8

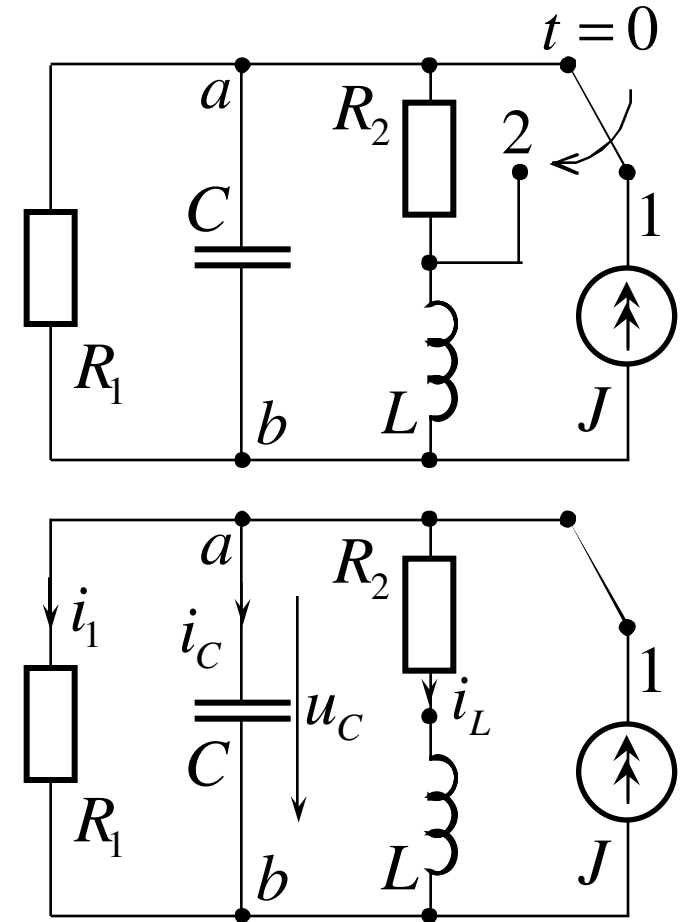
$J = 5 \text{ A (DC)}$; $R_1 = 10 \ \Omega$; $R_2 = 20 \ \Omega$; $L = 2 \text{ H}$;
 $C = 5 \text{ mF}$. Tính các sơ kiện?

Chế độ cũ

$$u_L = 0; \quad i_C = 0$$

$$i_L(0) = R_1 \frac{J}{R_1 + R_2} = 10 \frac{5}{10 + 20} = \boxed{1,67 \text{ A}}$$

$$u_C(0) = R_2 i_L(0) = 20 \cdot 1,67 = \boxed{33,33 \text{ V}}$$



Sơ kiện (22)

VD8

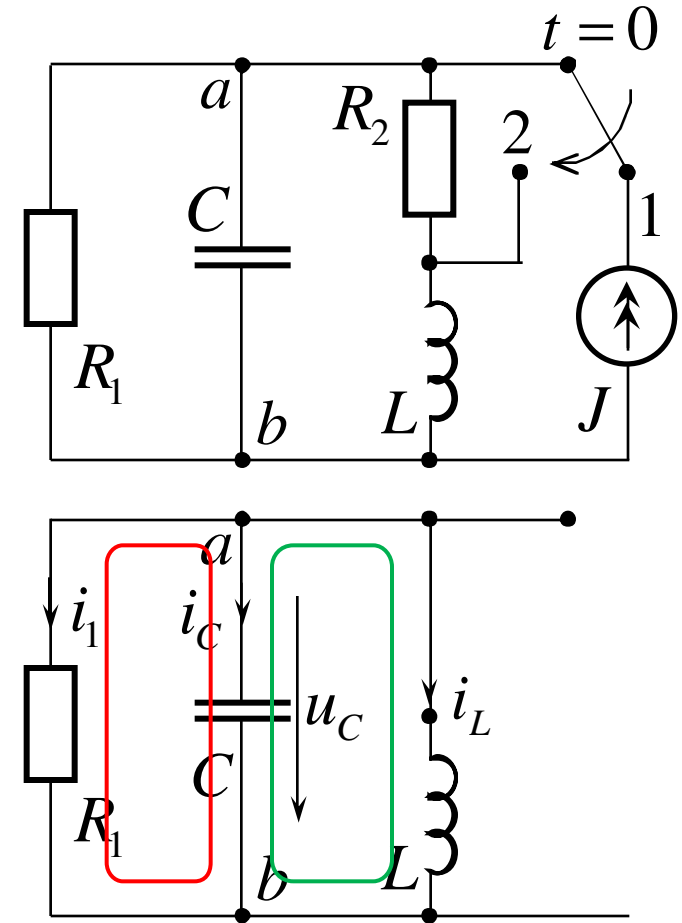
$J = 5 \text{ A (DC)}$; $R_1 = 10 \ \Omega$; $R_2 = 20 \ \Omega$; $L = 2 \text{ H}$;
 $C = 5 \text{ mF}$. Tính các sơ kiện?

Chế độ mới

$$\begin{cases} a: i_1 + i_C + i_L = 0 \\ R_1 i_1 - u_C = 0 \\ u_C - u_L = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} i_1 + Cu'_C + i_L = 0 \\ R_1 i_1 = u_C \\ u_C = Li'_L \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} i_1(0) + Cu'_C(0) + i_L(0) = 0 \\ R_1 i_1(0) = u_C(0) \\ u_C(0) = Li'_L(0) \end{cases}$$

$$\rightarrow i'_L(0) = \boxed{16,67 \text{ A/s}}; \quad u'_C(0) = \boxed{-1000 \text{ V/s}}$$





Sơ kiện (23)

VD9

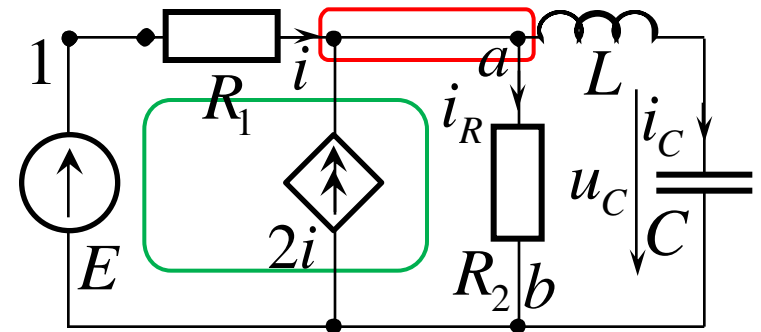
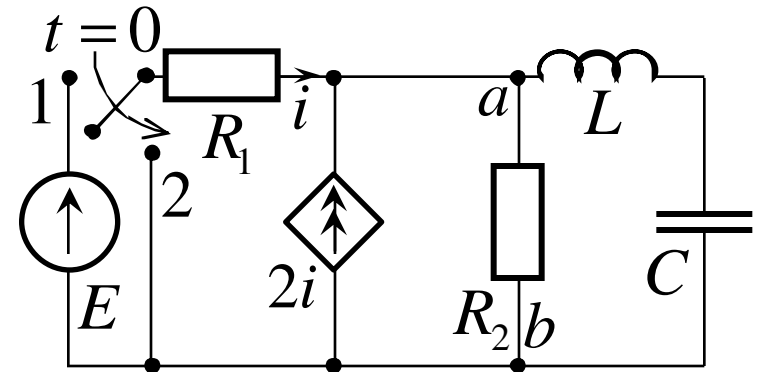
$E = 12 \text{ VDC}; R_1 = 6 \Omega; R_2 = 3 \Omega; L = 2 \text{ H};$
 $C = 5 \text{ mF}$. Tính các sơ kiện?

Chế độ cũ

$$i_L(0) = i_C = 0$$

$$\begin{cases} i + 2i - i_R - i_L = 0 \\ R_1 i + R_2 i_R = E \end{cases}$$

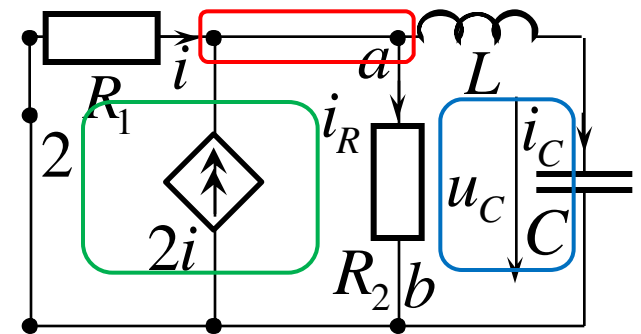
$$\rightarrow i_R = 2,4 \text{ A} \rightarrow u_C(0) = R_2 i_R = 7,2 \text{ V}$$



Chế độ mới

$$\begin{cases} i + 2i - i_R - i_C = 0 \\ R_1 i + R_2 i_R = 0 \\ u_L + u_C - R_2 i_R = 0 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} 3i - i_R - i_L = 0 \\ R_1 i + R_2 i_R = 0 \\ L i'_L + u_C - R_2 i_R = 0 \end{cases}$$



Sơ kiện (24)

VD9

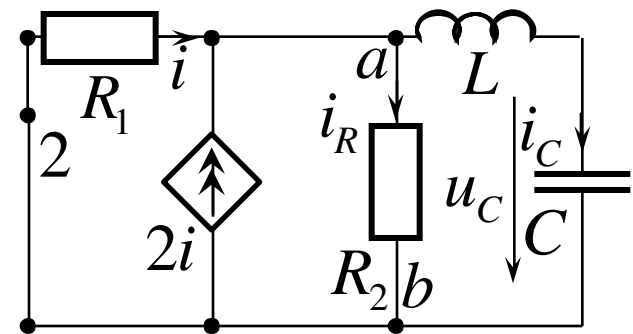
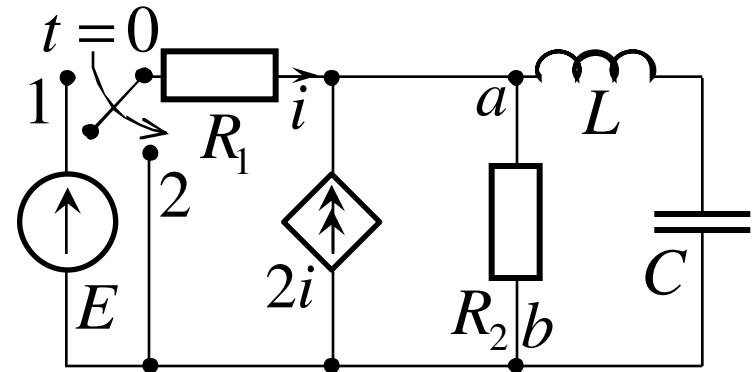
$E = 12 \text{ VDC}; R_1 = 6 \Omega; R_2 = 3 \Omega; L = 2 \text{ H};$
 $C = 5 \text{ mF}$. Tính các sơ kiện?

Chế độ mới

$$\begin{cases} 3i - i_R - i_L = 0 \\ R_1 i + R_2 i_R = 0 \\ Li'_L + u_C - R_2 i_R = 0 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} 3i(0) - i_R(0) - i_L(0) = 0 \\ R_1 i(0) + R_2 i_R(0) = 0 \\ Li'_L(0) + u_C(0) - R_2 i_R(0) = 0 \end{cases} \rightarrow \boxed{i'_L(0) = -3,6 \text{ A/s}}$$

$$i_L = Cu'_C \rightarrow u'_C(0) = \frac{i_L(0)}{C} = \frac{0}{C} = \boxed{0}$$



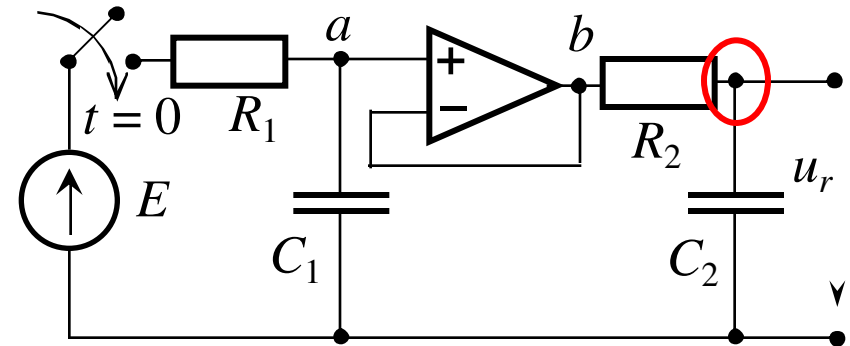


Sơ kiện (25)

VD10

$R_1 = R_2 = 10 \text{ k}\Omega$; $C_1 = 20 \text{ }\mu\text{F}$; $C_2 = 100 \text{ }\mu\text{F}$;
 $E = 4\text{V}$. Tính các sơ kiện của u_r ?

$$\varphi_a(0) = 0; \quad \boxed{u_r(0) = 0}$$



$$\left. \begin{array}{l} \frac{\varphi_b - u_r}{R_2} = C_2 u_r' \\ \varphi_a = \varphi_b \end{array} \right\} \rightarrow \frac{\varphi_a - u_r}{R_2} = C_2 u_r'$$

$$\rightarrow \frac{\varphi_a(0) - u_r(0)}{R_2} = C_2 u_r'(0) \rightarrow \boxed{u_r'(0) = 0}$$



Sơ kiện (26)

VD11

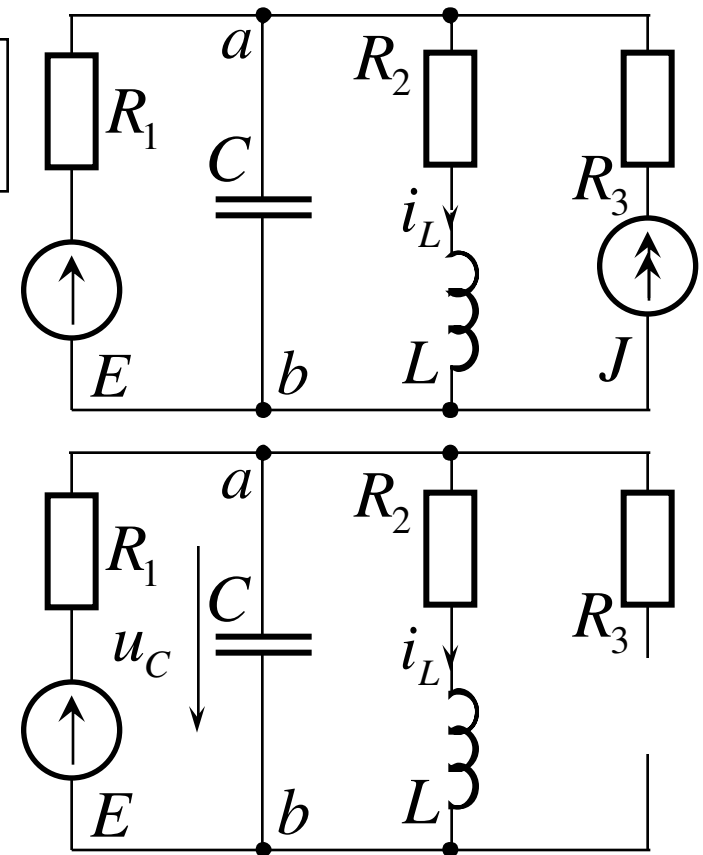
$E = 120 \text{ V}; J = 5.1(t) \text{ A}; R_1 = 10 \ \Omega; R_2 = 20 \ \Omega; R_3 = 30 \ \Omega;$
 $L = 0,2 \text{ H}; C = 0,4 \text{ mF}.$ Tính các sơ kiện?

Chế độ cũ

$$J = 0$$

$$i_L(0) = \frac{E}{R_1 + R_2} = \frac{120}{10 + 20} = 4 \text{ A}$$

$$u_C(0) = u_{R_2} = R_2 \frac{E}{R_1 + R_2} = 20 \frac{120}{10 + 20} = 80 \text{ V}$$



Sơ kiện (27)

VD11

$E = 120 \text{ V}; J = 5.1(t) \text{ A}; R_1 = 10 \ \Omega; R_2 = 20 \ \Omega; R_3 = 30 \ \Omega;$
 $L = 0,2 \text{ H}; C = 0,4 \text{ mF}$. Tính các sơ kiện?

$$i_L(0) = 4 \text{ A}; u_C(0) = 80 \text{ V}$$

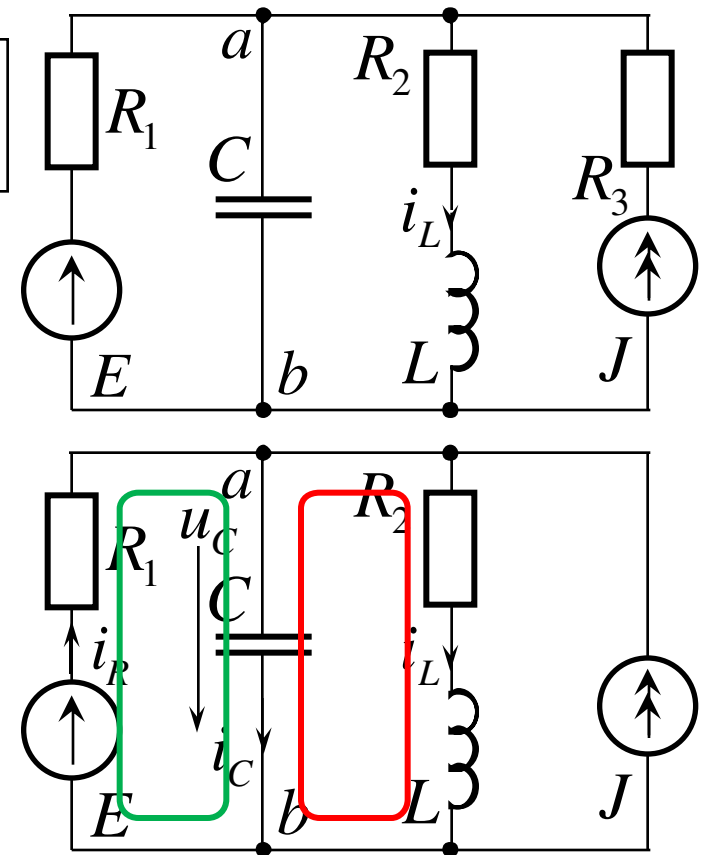
Chế độ mới

$$\left\{ \begin{array}{l} a: i_R - i_C - i_L + J = 0 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} R_1 i_R + u_C = E \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} R_2 i_L + L i_L' - u_C = 0 \end{array} \right.$$

$$\rightarrow \left\{ \begin{array}{l} i_R - C u_C' - i_L + J = 0 \\ R_1 i_R + u_C = E \\ R_2 i_L + L i_L' - u_C = 0 \end{array} \right.$$

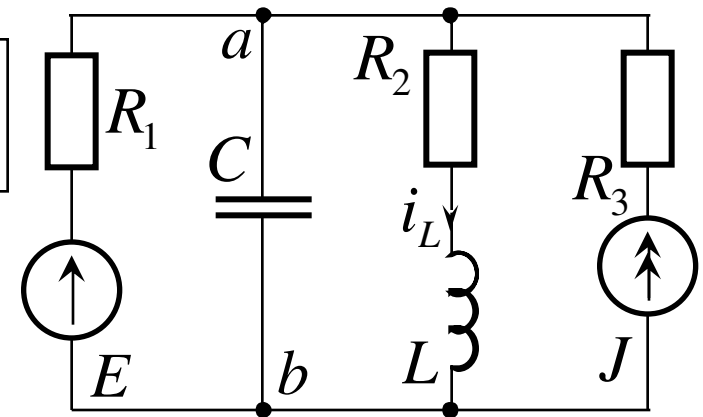




Sơ kiện (28)

VD11

$E = 120 \text{ V}; J = 5.1(t) \text{ A}; R_1 = 10 \ \Omega; R_2 = 20 \ \Omega; R_3 = 30 \ \Omega;$
 $L = 0,2 \text{ H}; C = 0,4 \text{ mF}.$ Tính các sơ kiện?



$$i_L(0) = 4 \text{ A}; u_C(0) = 80 \text{ V}$$

$$\begin{cases} i_R - Cu'_C - i_L + J = 0 \\ R_1 i_R + u_C = E \\ R_2 i_L + Li'_L - u_C = 0 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} i_R(0) - Cu'_C(0) - i_L(0) = -j \\ R_1 i_R(0) + u_C(0) = E \\ R_2 i_L(0) + Li'_L(0) - u_C(0) = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} i'_L(0) = 0 \\ u'_C(0) = 12500 \text{ V/s} \end{cases}$$





Sơ kiện (29)

VD12

$$E = 120 \text{ V}; R_1 = 10 \ \Omega; R_2 = 30 \ \Omega; L_1 = 1 \text{ H}; L_2 = 2 \text{ H}.$$

Chế độ cũ

$$i_1(-0) = \frac{E}{R_1} = \frac{120}{10} = 12 \text{ A}$$

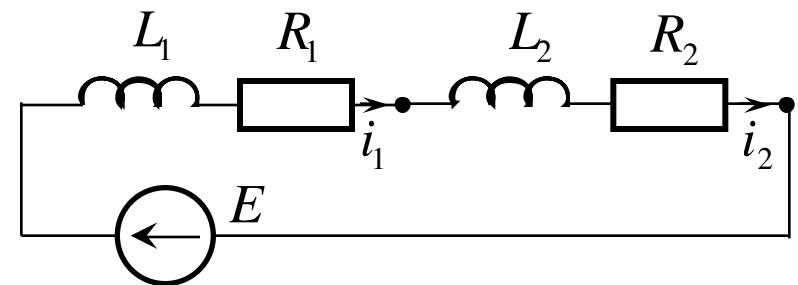
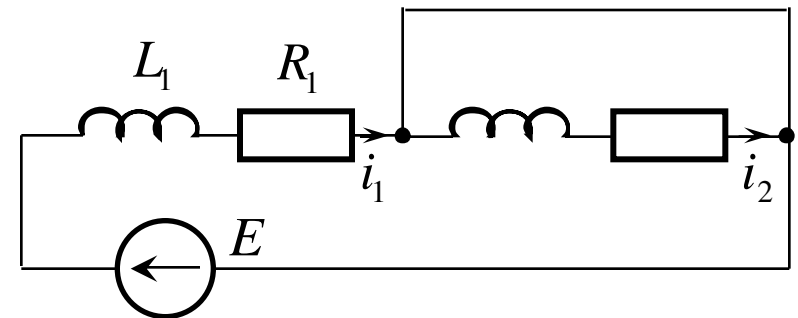
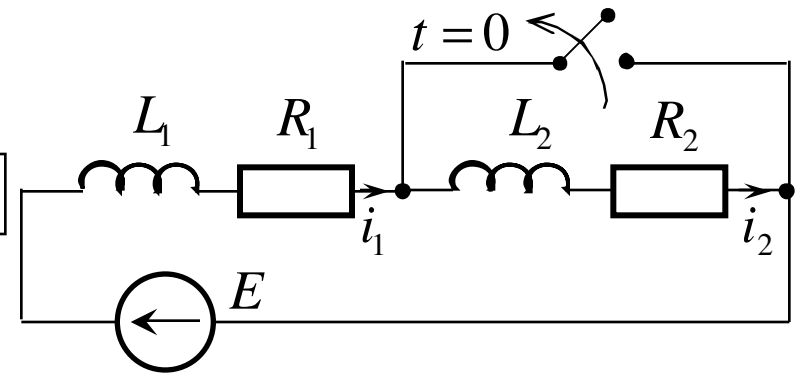
$$i_2(-0) = 0$$

$$i_1(-0) \neq i_2(-0)$$

Chế độ mới

$$i_1(0) = i_2(0)$$

$$i_1(-0) \neq i_1(0) ?$$



Luật đóng mở tổng quát



Sơ kiện (30)

- *Luật/quy tắc đóng mở tổng quát 1*: tổng từ thông trong một vòng kín ngay sau khi đóng mở $\sum \Psi(+0)$ bằng tổng từ thông trong vòng kín đó ngay trước khi đóng mở $\sum \Psi(-0)$

$$\sum \Psi(+0) = \sum \Psi(-0)$$

- *Luật/quy tắc đóng mở tổng quát 2*: tổng điện tích ở một đỉnh ngay sau khi đóng mở $\sum q(+0)$ bằng tổng điện tích ở đỉnh đó ngay trước khi đóng mở $\sum q(-0)$

$$\sum q(+0) = \sum q(-0)$$





Sơ kiện (31)

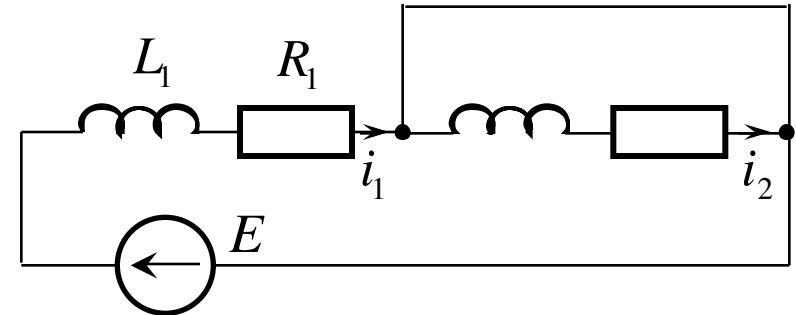
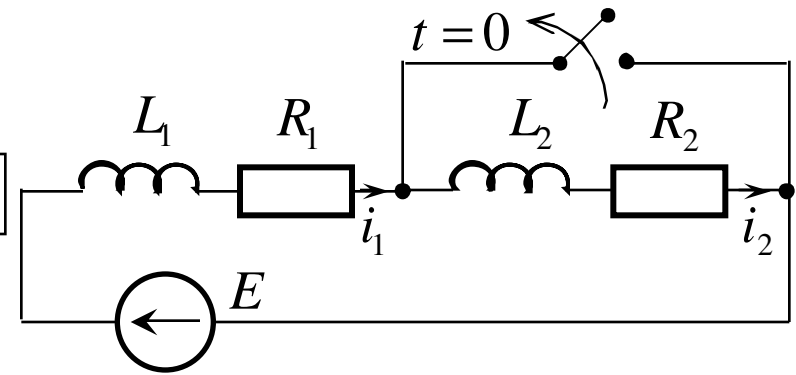
VD12

$$E = 100 \text{ V}; R_1 = 10 \text{ } \Omega; R_2 = 30 \text{ } \Omega; L_1 = 4 \text{ H}; L_2 = 1 \text{ H.}$$

Chế độ cũ

$$i_1(-0) = E / R_1 = 10 \text{ A}; i_2(-0) = 0$$

$$\sum \psi(-0) = L_1 i_1(-0) + L_2 i_2(-0)$$

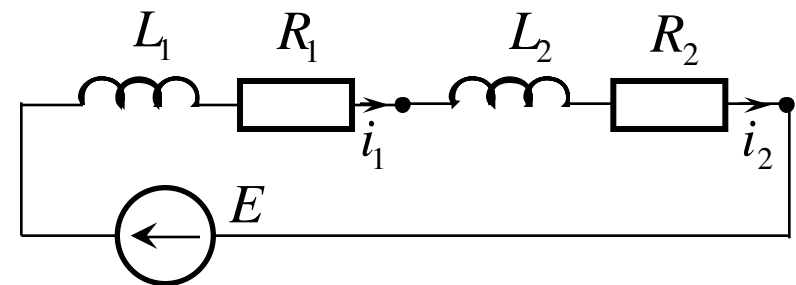


Chế độ mới

$$\sum \psi(0) = L_1 i_1(0) + L_2 i_2(0) = L_1 i_1(0) + L_2 i_1(0)$$

$$\sum \psi(-0) = \sum \psi(0)$$

$$\rightarrow i_1(0) = \frac{L_1 i_1(-0) + L_2 i_2(-0)}{L_1 + L_2} = \frac{4 \cdot 10 + 2 \cdot 0}{4 + 1} = \boxed{8 \text{ A}} = i_2(0)$$





Sơ kiện (32)

VD12

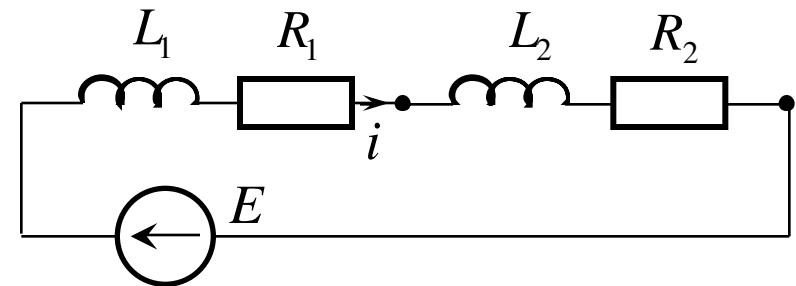
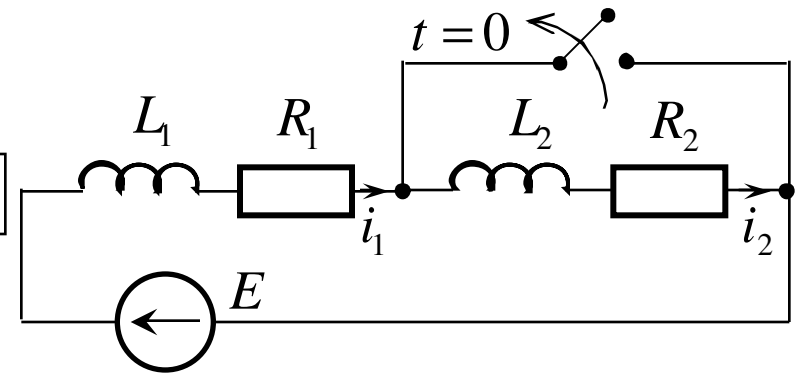
$$E = 100 \text{ V}; R_1 = 10 \text{ } \Omega; R_2 = 30 \text{ } \Omega; L_1 = 4 \text{ H}; L_2 = 1 \text{ H.}$$

$$i(0) = 8 \text{ A}$$

$$(R_1 + R_2)i + (L_1 + L_2)i' = E$$

$$\rightarrow (R_1 + R_2)i(0) + (L_1 + L_2)i'(0) = E$$

$$\rightarrow i'(0) = \frac{E - (R_1 + R_2)i(0)}{L_1 + L_2} = \frac{100 - (10 + 30)8}{4 + 1} = \boxed{-44 \text{ A/s}}$$





Sơ kiện (33)

VD13

$$E = 120 \text{ V}; R = 10 \Omega; C_1 = 1 \text{ mF}; C_2 = 2 \text{ mF}.$$

Chế độ cũ

$$Ri_R + u_{C_1}(-0) = E$$

$$i_R = 0 \rightarrow u_{C_1}(-0) = E = 120 \text{ V}$$

$$u_{C_2}(-0) = 0$$

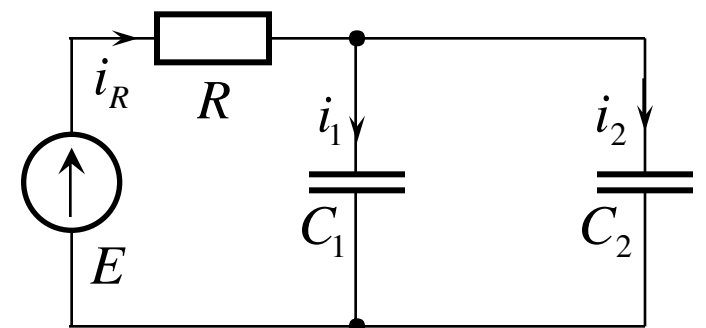
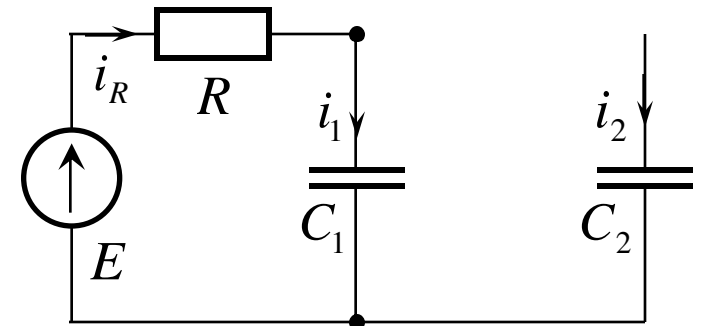
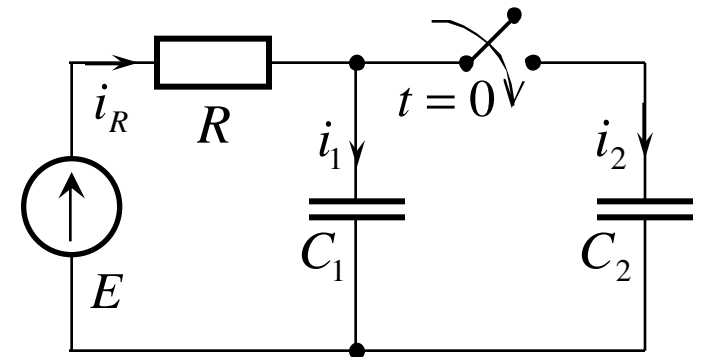
$$\sum q(-0) = C_1 u_{C_1}(-0) + C_2 u_{C_2}(-0) = C_1 u_{C_1}(-0)$$

Chế độ mới

$$\sum q(0) = C_1 u_{C_1}(0) + C_2 u_{C_2}(0) = (C_1 + C_2) u_{C_1}(0)$$

$$\sum q(-0) = \sum q(0) \rightarrow C_1 u_{C_1}(-0) = (C_1 + C_2) u_{C_1}(0)$$

$$\rightarrow u_{C_1}(0) = \frac{C_1 u_{C_1}(-0)}{C_1 + C_2} = \frac{1 \cdot 120}{1 + 2} = \boxed{40 \text{ V}} = u_{C_2}(0)$$



Sơ kiện (34)

VD13

$$E = 120 \text{ V}; R = 10 \Omega; C_1 = 1 \text{ mF}; C_2 = 2 \text{ mF}.$$

$$u_{C_1}(0) = u_{C_2}(0) = 40 \text{ V}$$

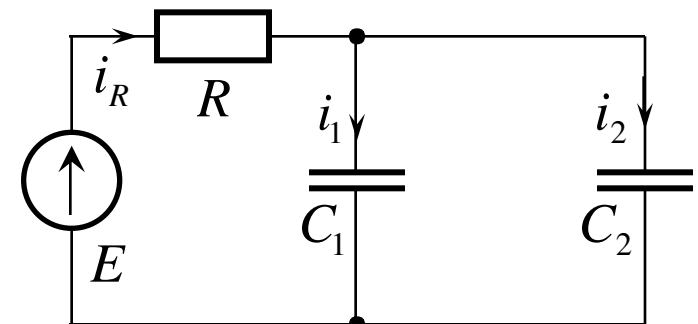
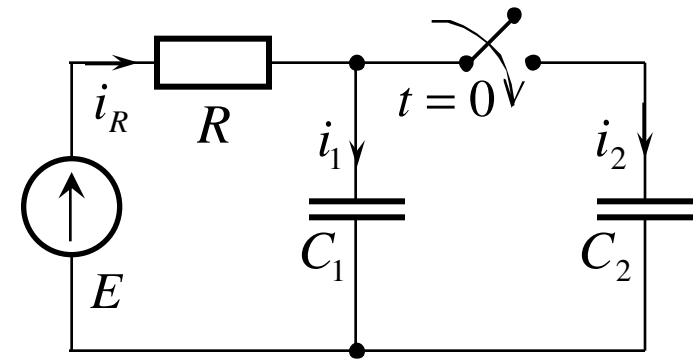
$$\begin{cases} i_R = i_1 + i_2 \\ Ri_R + u_{C_1} = E \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} i_R = C_1 u'_{C_1} + C_2 u'_{C_2} = C_1 u'_{C_1} + C_2 u'_{C_1} = (C_1 + C_2) u'_{C_1} \\ Ri_R + u_{C_1} = E \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} i_R(0) = (C_1 + C_2) u'_{C_1}(0) \\ Ri_R(0) + u_{C_1}(0) = E \end{cases}$$

$$\rightarrow R(C_1 + C_2) u'_{C_1}(0) + u_{C_1}(0) = E$$

$$\rightarrow u'_{C_1}(0) = \frac{E - u_{C_1}(0)}{R(C_1 + C_2)} = \frac{120 - 40}{10(1 + 2)10^{-3}} = \boxed{2666,67 \text{ V/s}}$$



Sơ kiện (35)

- *Định nghĩa*: giá trị (& đạo hàm các cấp) ngay sau thời điểm đóng mở của **dòng điện qua cuộn cảm & điện áp trên tụ điện**.
- $i_L(0), u_C(0), i'_L(0), u'_C(0), i''_L(0), u''_C(0), \dots$
- Thường tính bằng phương pháp dòng nhánh.
- Sơ kiện **PHẢI** là số thực.
- Sơ kiện **KHÔNG PHẢI** là số phức.
- Sơ kiện **KHÔNG PHẢI** là hàm số.





Lý thuyết mạch II

I. Quá trình quá độ

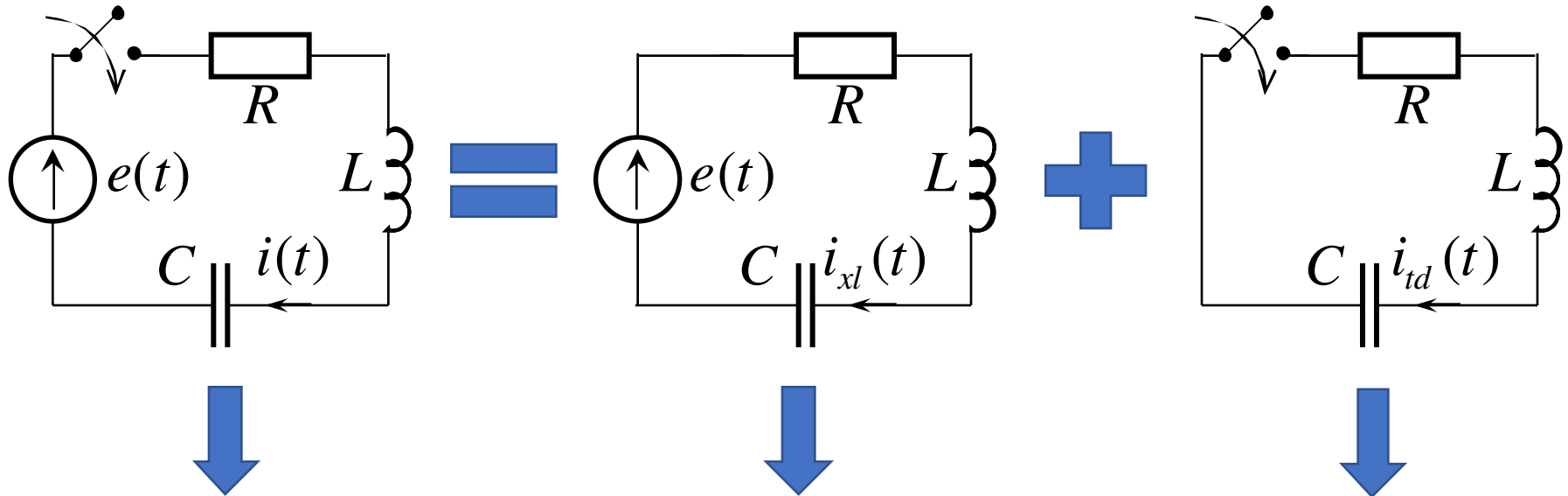
1. Giới thiệu
2. Sơ kiện
- 3. Phương pháp tích phân kinh điển**
4. Phương pháp toán tử

II. Mạch phi tuyến

III. Đường dây dài



Phương pháp tích phân kinh điển (1)



Nghiệm quá độ

Nghiệm xác lập

Nghiệm tự do

$$x(t) = x_{xl}(t) + x_{td}(t)$$

$$x_{xl}(t)$$

$$x_{td}(t)$$

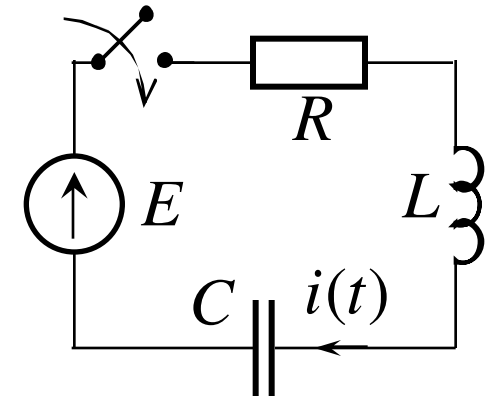


Phương pháp tích phân kinh điển (2)

VD1

$$E = 24 \text{ VDC}; R = 25 \Omega; L = 5 \text{ H}; C = 50 \text{ mF}.$$

1. $i_L(0) = 0; i'_L(0) = 4,8 \text{ A/s};$
2. $i_{xl}(t) = 0;$
3. Nghiệm tự do:
 - a) $LCp^2 + RCp + 1 = 0,$
 $\rightarrow p_1 = -4, p_2 = -1;$
 - b) $i_{td}(t) = Ae^{-4t} + Be^{-t};$
4. $A = -1,6; B = 1,6;$
5. $i(t) = 0 - 1,6e^{-4t} + 1,6e^{-t} \text{ A}.$



1. Tính các sơ kiện;
2. Tìm nghiệm xác lập $x_{xl}(t);$
3. Tìm nghiệm tự do:
 - a) lập phương trình đặc trưng & giải;
 - b) viết nghiệm tự do $x_{td}(t);$
4. Tìm các hằng số tích phân;
5. Tổng hợp kết quả: $x(t) = x_{xl}(t) + x_{td}(t).$



Phương pháp tích phân kinh điển (3)

1. Tính các sơ kiện (*đã có ở phần trước*);
2. Tìm nghiệm xác lập (*dùng các phương pháp (dòng nhánh, thế nút, dòng vòng, xếp chồng, mạng một cửa, mạng hai cửa,...) trong Lý thuyết mạch I*);
3. Tìm nghiệm tự do:
 - a) **Lập phương trình đặc trưng** & giải;
 - b) Viết nghiệm tự do;
4. Tìm các hằng số tích phân;
5. Tổng hợp kết quả: $x(t) = x_{xl}(t) + x_{td}(t)$.





Lập phương trình đặc trưng (1)

VD1

$$E = 24 \text{ VDC}; R = 25 \Omega; L = 5 \text{ H}; C = 50 \text{ mF.}$$

$$Ri_{td} + u_L + u_C = 0$$

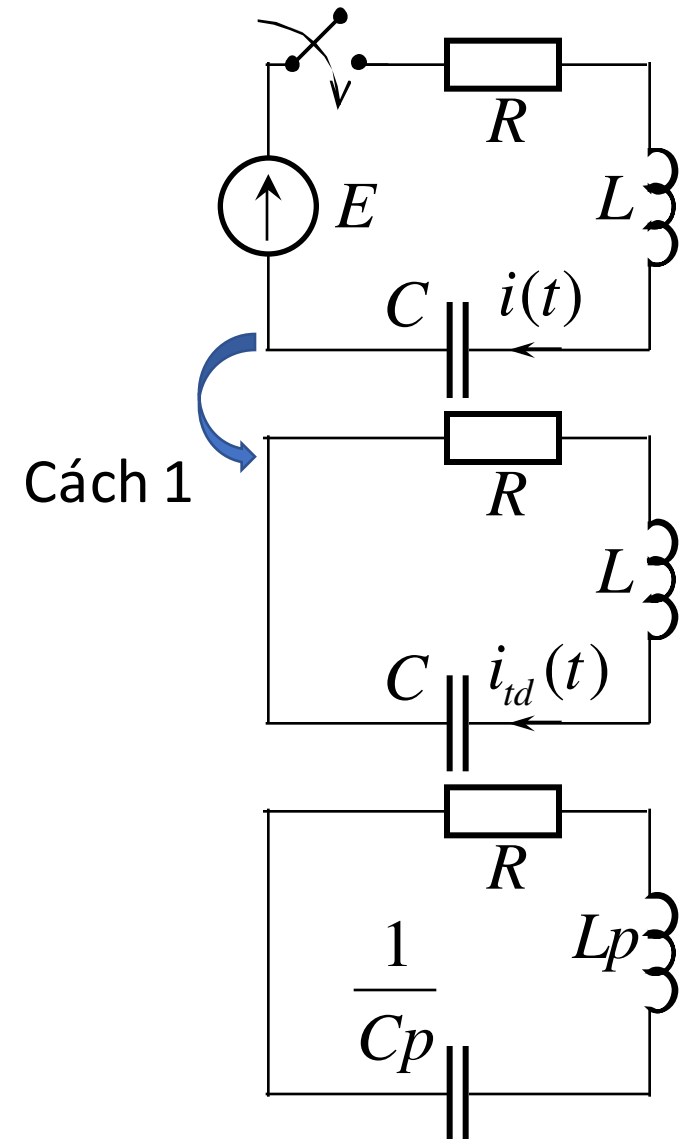
$$\rightarrow Ri_{td} + Li'_{td} + \frac{1}{C} \int i_{td} dt = 0$$

$$i_{td} = Ae^{pt}$$

$$\rightarrow RAe^{pt} + LApe^{pt} + \frac{A}{Cp} e^{pt} = 0$$

$$\rightarrow R + Lp + \frac{1}{Cp} = 0$$

$$\rightarrow \boxed{LCp^2 + RCp + 1 = 0}$$



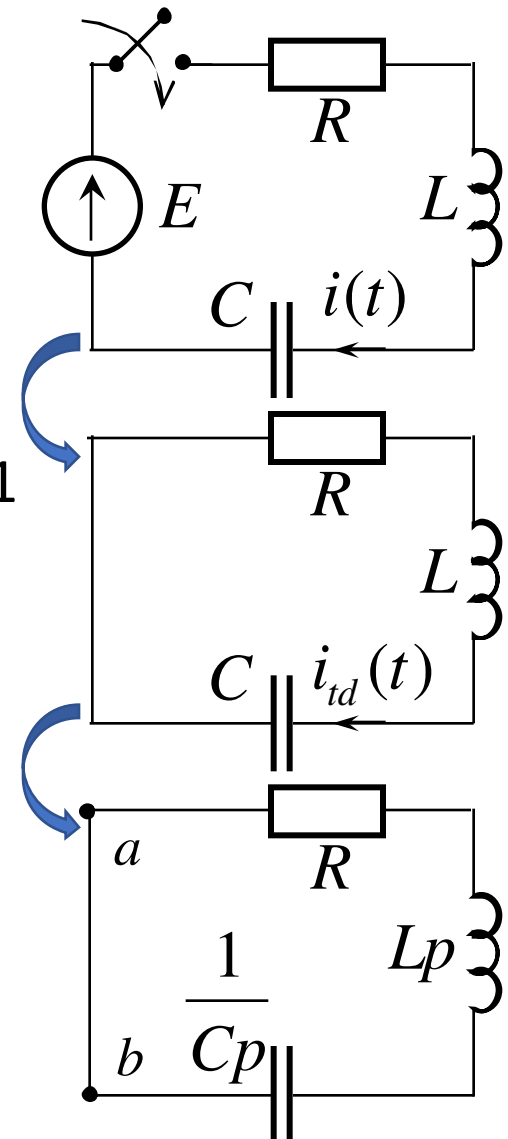
Lập phương trình đặc trưng (2)

VD1

$$E = 24 \text{ VDC}; R = 25 \Omega; L = 5 \text{ H}; C = 50 \text{ mF.}$$

$$Ri_{td} + Li'_{td} + \frac{1}{C} \int i_{td} dt = 0 \rightarrow LCp^2 + RCp + 1 = 0$$

$$Z_{ab} = R + Lp + \frac{1}{Cp} = 0 \rightarrow LCp^2 + RCp + 1 = 0$$



Lập phương trình đặc trưng (3)

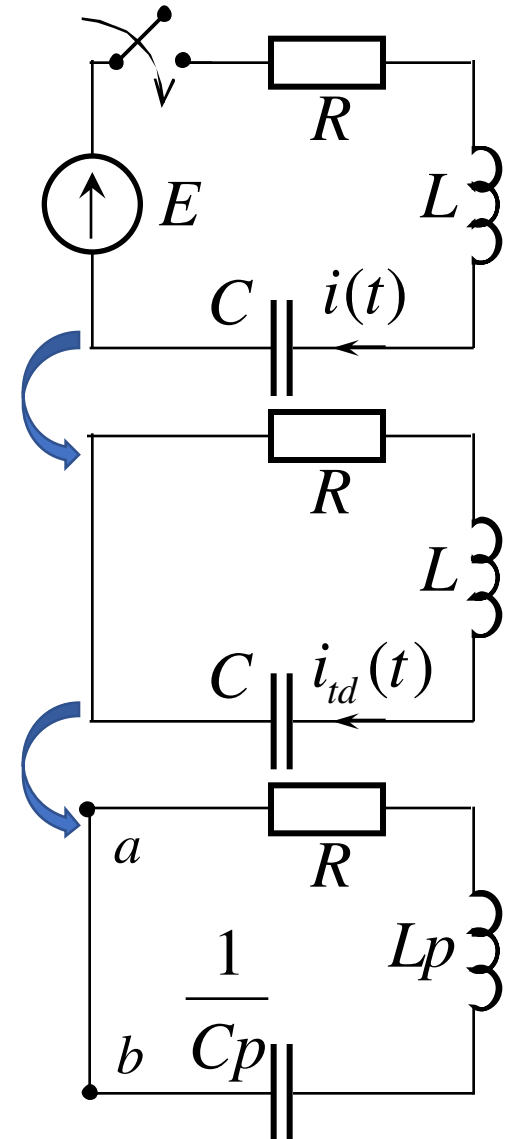
VD1

$$E = 24 \text{ VDC}; R = 25 \Omega; L = 5 \text{ H}; C = 50 \text{ mF.}$$

1. Xét mạch điện ở trạng thái mới (khóa đã chuyển sang vị trí mới);
2. Tắt (các) nguồn độc lập (nếu có);
3. Toán tử hóa các phần tử:

$$\left(R \rightarrow R; L \rightarrow Lp; C \rightarrow \frac{1}{Cp} \right);$$
4. Chọn hai điểm bất kỳ sát nhau a & b , tính tổng trở vào $Z_{ab}(p)$;
5. Cho $Z_{ab}(p) = 0 \rightarrow p/\text{tr}$ đặc trưng.

$$Z_{ab} = R + Lp + \frac{1}{Cp} = 0 \rightarrow LCp^2 + RCp + 1 = 0$$



Lập phương trình đặc trưng (4)

VD2

$$E_1 = 120 \text{ V}; E_2 = 40 \text{ V}; R_1 = 10 \Omega; R_2 = 20 \Omega; R_3 = 30 \Omega;$$

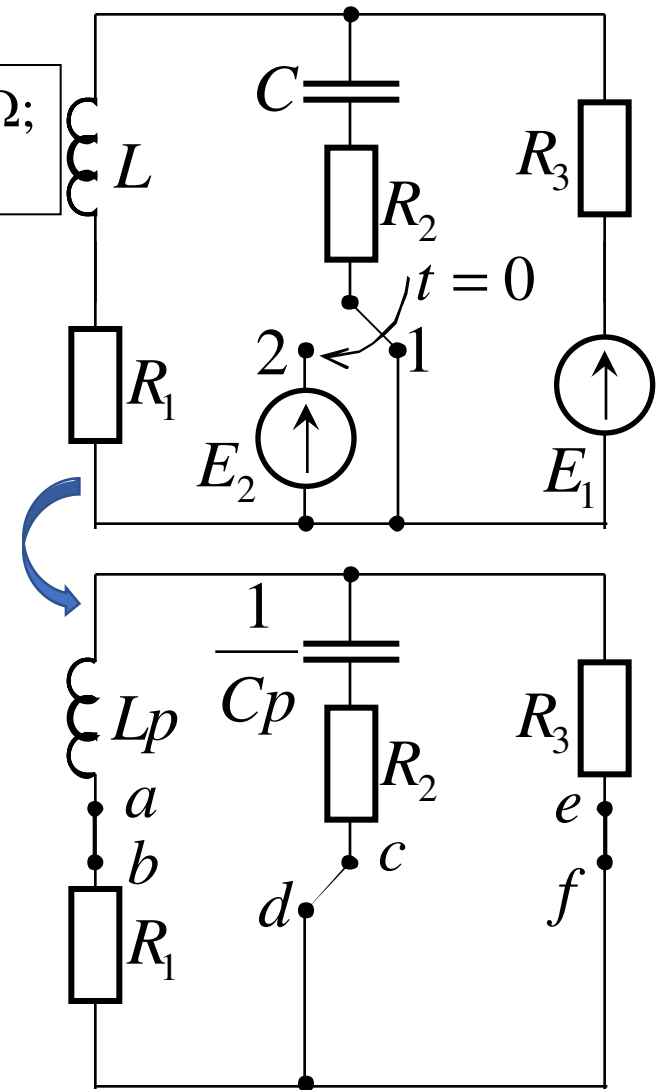
$$L = 1 \text{ H}; C = 1 \text{ mF}.$$

$$Z_{ab} = R_1 + Lp + \frac{R_3 \left(R_2 + \frac{1}{Cp} \right)}{R_3 + R_2 + \frac{1}{Cp}} = \frac{p^2 + 42p + 800}{p + 20}$$

$$Z_{ab} = 0 \rightarrow \boxed{p^2 + 42p + 800 = 0}$$

$$Z_{cd} = \boxed{R_2 + \frac{1}{Cp} + \frac{R_3(R_1 + Lp)}{R_3 + R_1 + Lp}} = \frac{50 \boxed{(p^2 + 42p + 800)}}{p(p + 40)}$$

$$Z_{ef} = R_3 + \frac{(R_1 + Lp) \left(R_2 + \frac{1}{Cp} \right)}{R_1 + Lp + R_2 + \frac{1}{Cp}} = \frac{50 \boxed{(p^2 + 42p + 800)}}{p^2 + 30p + 1000}$$



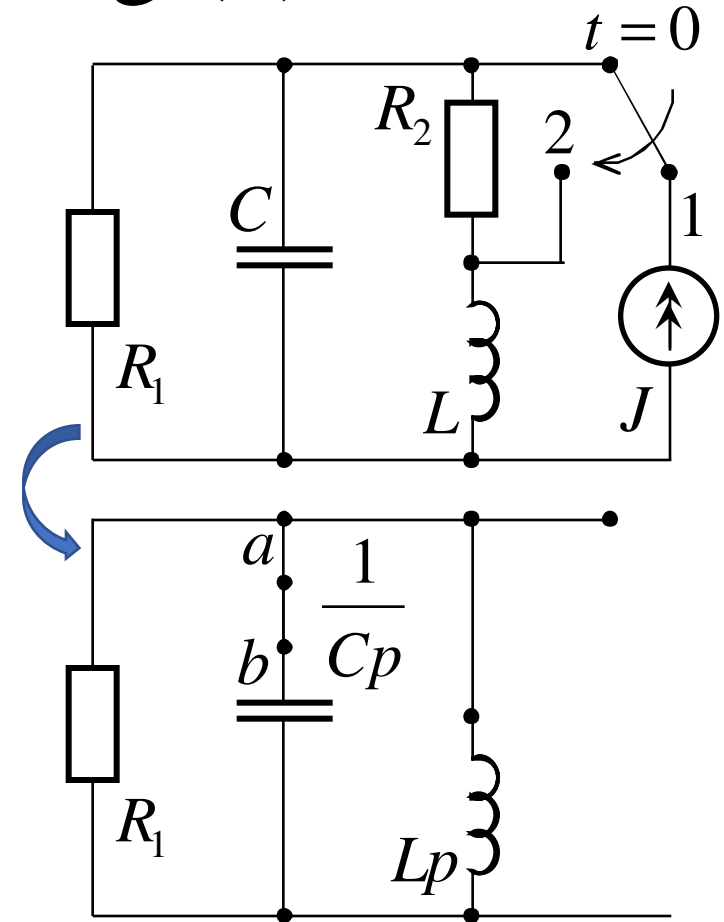
Lập phương trình đặc trưng (5)

VD3

$J = 5 \text{ A (DC)}$; $R_1 = 10 \ \Omega$; $R_2 = 20 \ \Omega$; $L = 2 \text{ H}$;
 $C = 5 \text{ mF}$.

$$Z_{ab} = \frac{1}{Cp} + \frac{R_1 L p}{R_1 + L p} = \frac{10(p+10)^2}{p(p+5)}$$

$$Z_{ab} = 0 \rightarrow \boxed{10(p+10)^2 = 0}$$

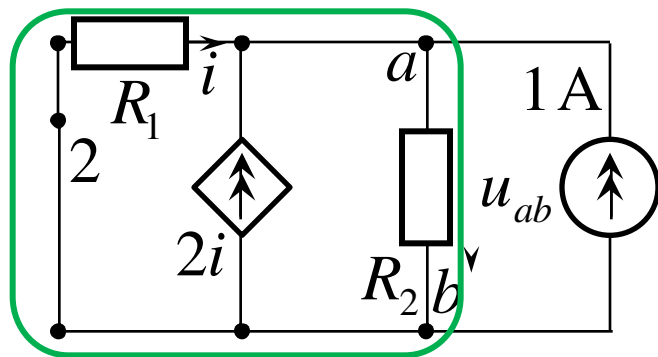


Lập phương trình đặc trưng (6)

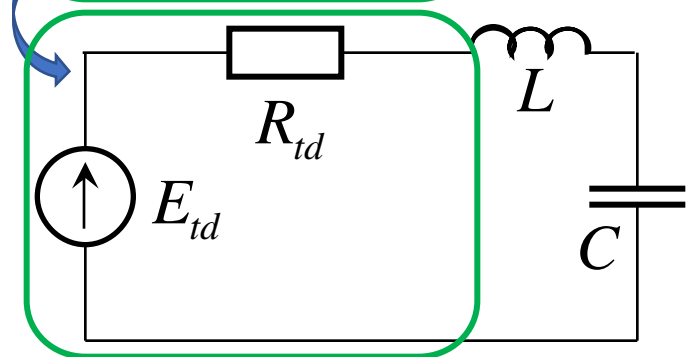
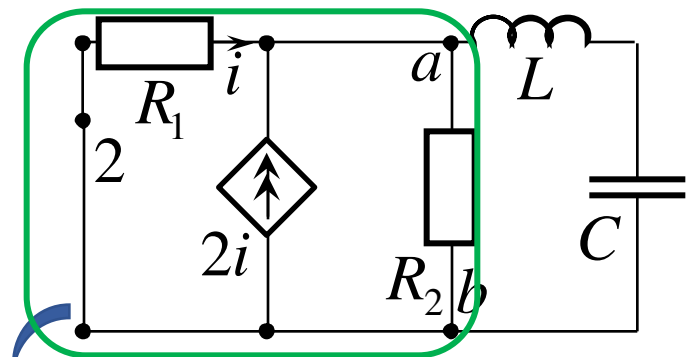
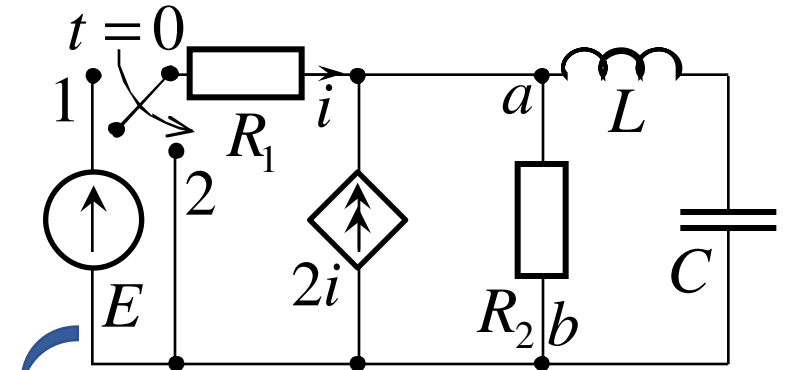
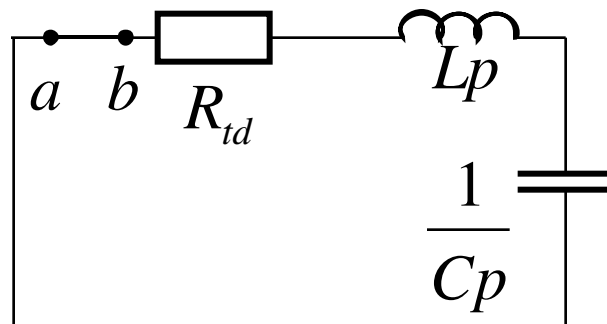
VD4

$E = 12 \text{ VDC}; R_1 = 6 \Omega; R_2 = 3 \Omega; L = 2 \text{ H};$
 $C = 5 \text{ mF}.$

$$Z_{ab} = R_{td} + Lp + \frac{1}{Cp}$$



$$R_{td} = \frac{u_{ab}}{1}$$

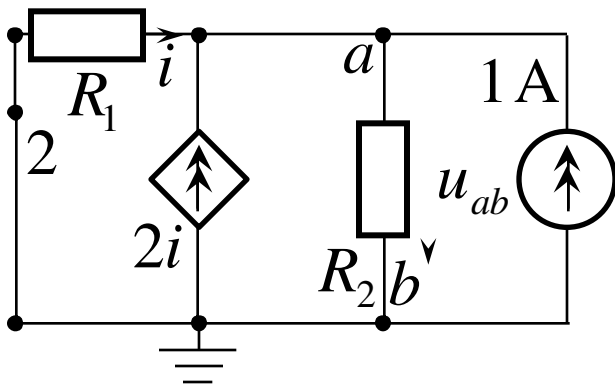
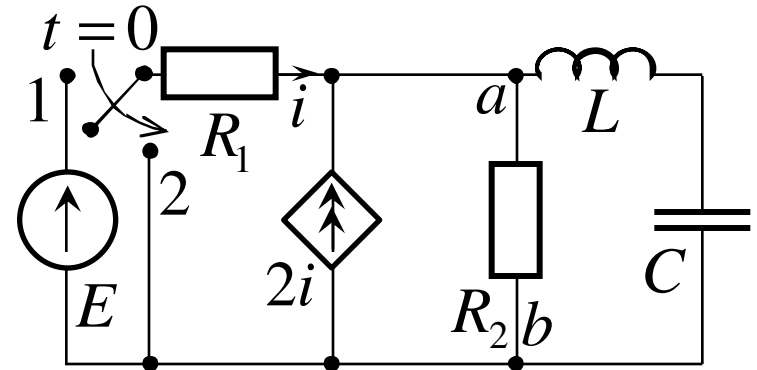


Lập phương trình đặc trưng (7)

VD4

$$E = 12 \text{ VDC}; R_1 = 6 \Omega; R_2 = 3 \Omega; L = 2 \text{ H}; C = 5 \text{ mF}.$$

$$Z_{ab} = R_{td} + Lp + \frac{1}{Cp}$$



$$R_{td} = \frac{u_{ab}}{1}$$

$$\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \varphi_a = 2i + 1$$

$$i = -\varphi_a / R_1$$

$$\rightarrow \varphi_a = 1,2 \text{ V} = u_{ab}$$

$$\rightarrow R_{td} = 1,2 \Omega$$

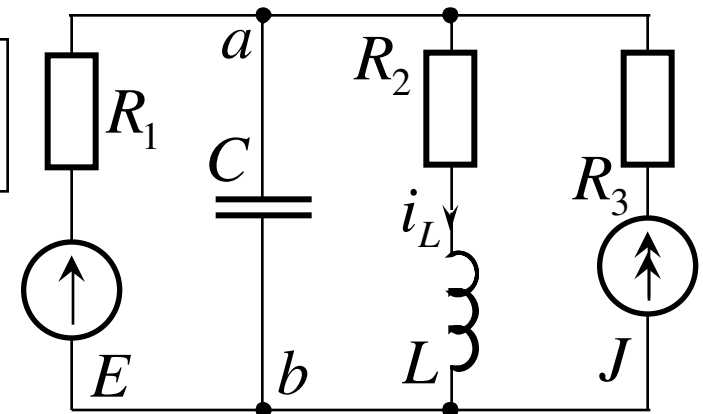
$$\rightarrow Z_{ab} = 1,2 + 2p + \frac{1}{5 \cdot 10^{-3} p}$$

$$= \frac{2p^2 + 1,2p + 200}{p}$$

Lập phương trình đặc trưng (8)

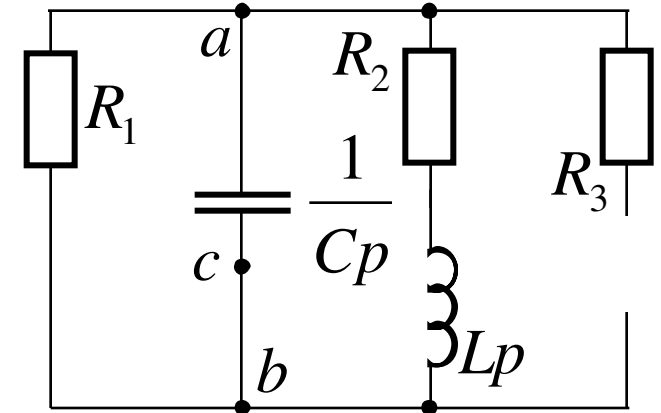
VD5

$E = 120 \text{ V}; J = 5.1(t) \text{ A}; R_1 = 10 \text{ } \Omega; R_2 = 20 \text{ } \Omega; R_3 = 30 \text{ } \Omega;$
 $L = 0,2 \text{ H}; C = 0,4 \text{ mF}.$



$$Z_{bc} = \frac{1}{Cp} + \frac{R_1(R_2 + Lp)}{R_1 + R_2 + Lp}$$

$$= \frac{10p^2 + 3500p + 375000}{p(p + 150)} \text{ } \Omega$$





Phương pháp tích phân kinh điển (3)

1. Tính các sơ kiện (*đã có ở phần trước*);
2. Tìm nghiệm xác lập (*dùng các phương pháp (dòng nhánh, thế nút, dòng vòng, xếp chồng, mạng một cửa, mạng hai cửa,...) trong Lý thuyết mạch I*);
3. Tìm nghiệm tự do:
 - a) Lập phương trình đặc trưng & giải;
 - b) **Viết nghiệm tự do;**
4. Tìm các hằng số tích phân;
5. Tổng hợp kết quả: $x(t) = x_{xl}(t) + x_{td}(t)$.





Viết nghiệm tự do (1)

$$ap^2 + bp + c = 0 \rightarrow p_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$\Delta > 0: x(t) = Ae^{p_1 t} + Be^{p_2 t}$$

$$\Delta = 0: x(t) = (A + Bt)e^{pt}$$

$$\begin{aligned} \Delta < 0, p_{1,2} = -\alpha \pm j\omega: x(t) &= (A \cos \omega t + B \sin \omega t)e^{-\alpha t} \\ &= Me^{-\alpha t} \cos(\omega t + \theta) \end{aligned}$$





Viết nghiệm tự do (2)

VD1

$$0,25p^2 + 1,25p + 1 = 0 \rightarrow p_1 = -1; p_2 = -4$$
$$\rightarrow x(t) = Ae^{-t} + Be^{-4t}$$

VD2

$$10(p+10)^2 = 0 \rightarrow p_1 = p_2 = -10$$
$$\rightarrow x(t) = (A + Bt)e^{-10t}$$

VD3

$$p^2 + 42p + 800 = 0 \rightarrow p_{1,2} = -21,00 \pm j18,95$$
$$\rightarrow x(t) = (A \cos 18,95t + B \sin 18,95t)e^{-21t}$$
$$= Me^{-21t} \cos(18,95t + \theta)$$



Phương pháp tích phân kinh điển (3)

1. Tính các sơ kiện (*đã có ở phần trước*);
2. Tìm nghiệm xác lập (*dùng các phương pháp (dòng nhánh, thế nút, dòng vòng, xếp chồng, mạng một cửa, mạng hai cửa,...) trong Lý thuyết mạch I*);
3. Tìm nghiệm tự do:
 - a) Lập phương trình đặc trưng & giải;
 - b) Viết nghiệm tự do;
4. Tìm các hằng số tích phân (*dựa vào sơ kiện & nghiệm xác lập*);
5. Tổng hợp kết quả: $x(t) = x_{xl}(t) + x_{td}(t)$.





Tìm các hằng số tích phân

$$\begin{cases} x(t=0) = x(0) \\ x'(t=0) = x'(0) \end{cases} \rightarrow A, B$$

VD

$$0,25p^2 + 1,25p + 1 = 0; i(0) = 0,18 \text{ A}; i'(0) = 0; i_{xl}(t) = 0$$

$$p_1 = -1; p_2 = -4 \rightarrow i_{td}(t) = Ae^{-t} + Be^{-4t}$$

$$\rightarrow i(t) = i_{xl}(t) + i_{td}(t) = 0 + Ae^{-t} + Be^{-4t} = Ae^{-t} + Be^{-4t}$$

$$\begin{cases} i(t=0) = (Ae^{-t} + Be^{-4t})|_{t=0} = A + B = 0,18 \\ i'(t=0) = (-Ae^{-t} - 4Be^{-4t})|_{t=0} = -A - 4B = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} A = 0,24 \\ B = -0,06 \end{cases}$$

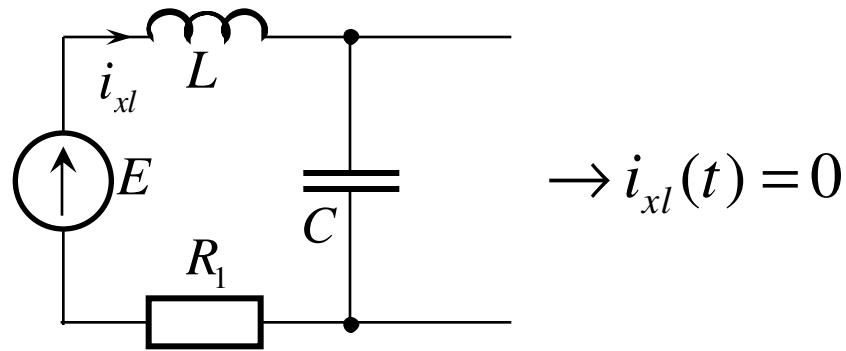
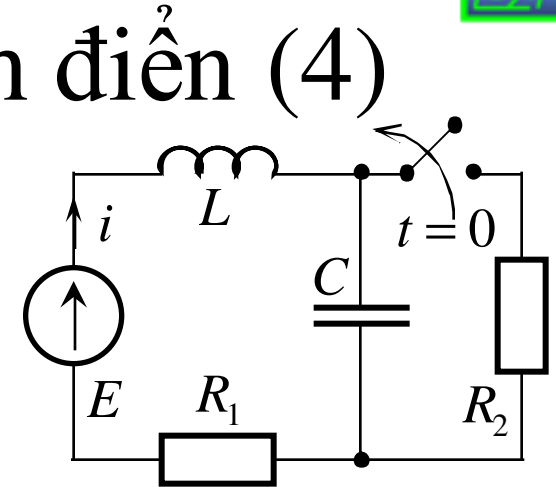


Phương pháp tích phân kinh điển (4)

VD1

$E = 12 \text{ VDC}; R_1 = 20 \text{ } \Omega; R_2 = 45 \text{ } \Omega; L = 20 \text{ mH};$
 $C = 4 \text{ mF}$. Tính dòng quá độ?

$$i_L(0) = 0,18 \text{ A}; i'_L(0) = 0$$



$$LCp^2 + R_1Cp + 1 = 0$$

$$\rightarrow (20 \cdot 10^{-3})(4 \cdot 10^{-3})p^2 + 20(4 \cdot 10^{-3})p + 1 = 0 \rightarrow p_1 = -987,3; p_2 = 12,66$$

$$\rightarrow i_{td}(t) = Ae^{-987,3t} + Be^{-12,66t}$$

- ✓ 1. Tính các sơ kiện;
- ✓ 2. Tìm nghiệm xác lập $x_{xl}(t)$;
- 3. Tìm nghiệm tự do:
- ✓ a) lập phương trình đặc trưng & giải;
- ✓ b) viết nghiệm tự do $x_{td}(t)$;
- 4. Tìm các hằng số tích phân;
- 5. Tổng hợp kết quả: $x(t) = x_{xl}(t) + x_{td}(t)$.

Phương pháp tích phân kinh điển (5)

VD1

$E = 12 \text{ VDC}; R_1 = 20 \text{ } \Omega; R_2 = 45 \text{ } \Omega; L = 20 \text{ mH};$
 $C = 4 \text{ mF}$. Tính dòng quá độ?

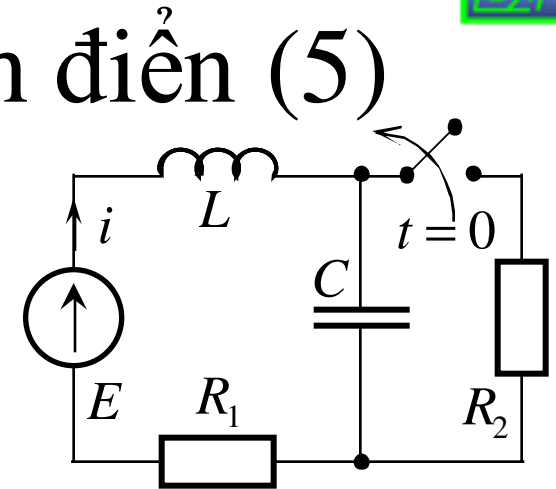
$$i_L(0) = 0,18 \text{ A}; i'_L(0) = 0$$

$$i_{xl}(t) = 0; i_{td}(t) = Ae^{-987,3t} + Be^{-12,66t}$$

$$\begin{aligned} i(t) &= i_{xl}(t) + i_{td}(t) \\ &= 0 + Ae^{-987,3t} + Be^{-12,66t} \\ &= Ae^{-987,3t} + Be^{-12,66t} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} i(0) = A + B = 0,18 \\ i'(0) = -987,3A - 12,66B = 0 \end{cases}$$

$$\rightarrow A = -0,0023; B = 0,1823 \rightarrow i(t) = -0,0023e^{-987,3t} + 0,1823e^{-12,66t} \text{ A}$$



- ✓ 1. Tính các sơ kiện;
- ✓ 2. Tìm nghiệm xác lập $x_{xl}(t)$;
3. Tìm nghiệm tự do:
- ✓ a) lập phương trình đặc trưng & giải;
- ✓ b) viết nghiệm tự do $x_{td}(t)$;
- ✓ 4. Tìm các hằng số tích phân;
- ✓ 5. Tổng hợp kết quả: $x(t) = x_{xl}(t) + x_{td}(t)$.

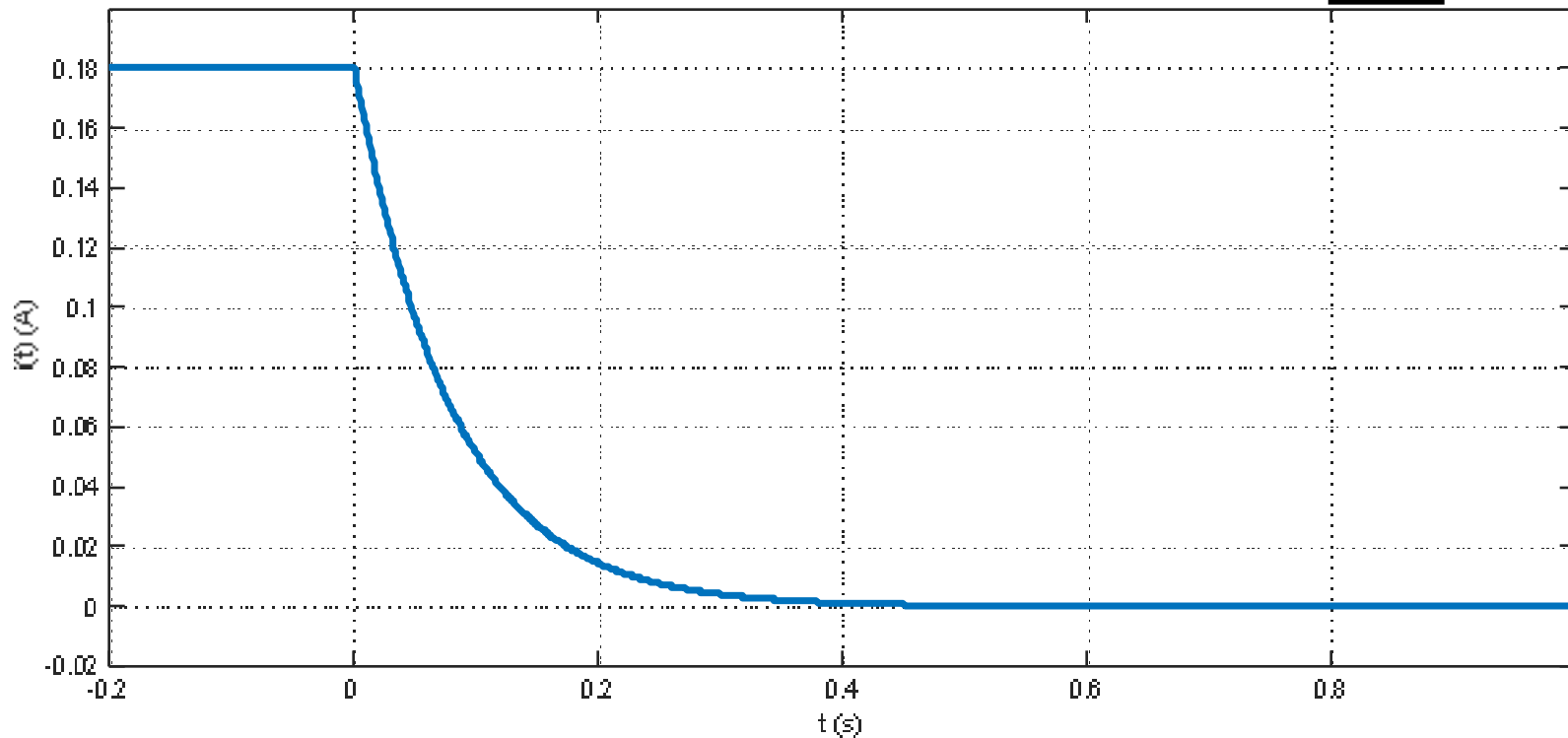
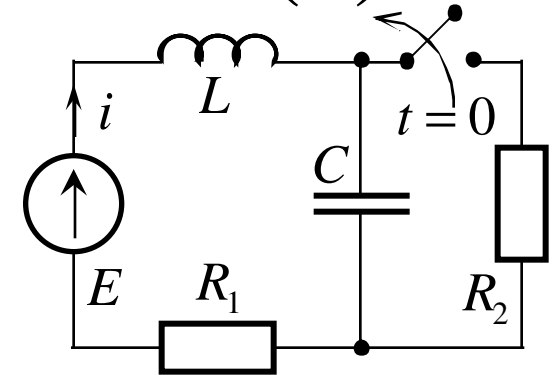


Phương pháp tích phân kinh điển (6)

VD1

$E = 12 \text{ VDC}; R_1 = 20 \ \Omega; R_2 = 45 \ \Omega; L = 20 \text{ mH};$
 $C = 4 \text{ mF}$. Tính dòng quá độ?

$$i(t) = -0,0023e^{-987,3t} + 0,1823e^{-12,66t} \text{ A}$$



Phương pháp tích phân kinh điển (7)

VD2

$E_1 = 120 \text{ V}; E_2 = 40 \text{ V}; R_1 = 10 \Omega; R_2 = 20 \Omega; R_3 = 30 \Omega;$
 $L = 1 \text{ H}; C = 1 \text{ mF}$. Tính $u_C(t)$?

$u_C(0) = 30 \text{ V}; u'_C(0) = -800 \text{ V/s}$

$$\left\{ \begin{array}{l} a: i_1 + i_2 - i_3 = 0 \\ R_1 i_1 - R_2 i_2 - u_C + u_L = E_2 \\ R_2 i_2 + R_3 i_3 + u_C = E_1 - E_2 \end{array} \right\} \rightarrow u_C = -10 \text{ V} = u_{xl}(t)$$

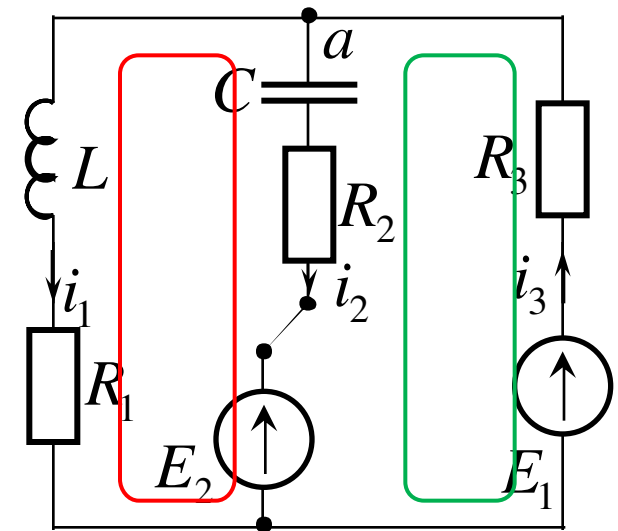
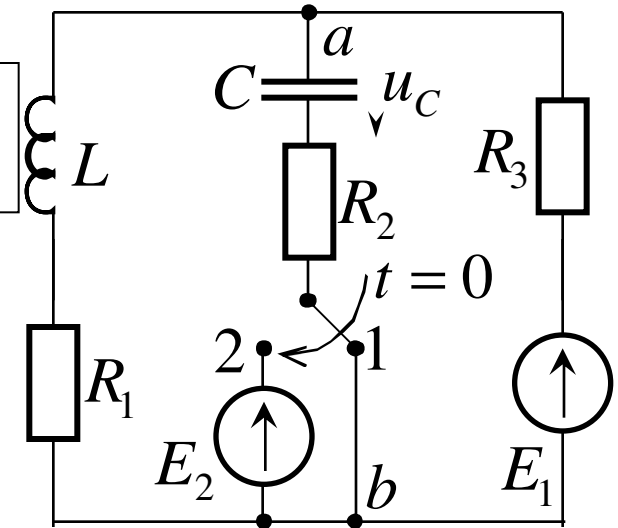
$u_L = 0; i_2 = 0$

$p^2 + 42p + 800 = 0 \rightarrow p_{1,2} = -21,00 \pm j18,95$

$\rightarrow u_{td}(t) = e^{-21t} (A \cos 18,95t + B \sin 18,95t)$

$\rightarrow u_C(t) = u_{xl}(t) + u_{td}(t)$

$= -10 + e^{-21t} (A \cos 18,95t + B \sin 18,95t)$



Phương pháp tích phân kinh điển (8)

VD2

$E_1 = 120 \text{ V}; E_2 = 40 \text{ V}; R_1 = 10 \Omega; R_2 = 20 \Omega; R_3 = 30 \Omega;$
 $L = 1 \text{ H}; C = 1 \text{ mF}$. Tính $u_C(t)$?

$$u_C(0) = 30 \text{ V}; u'_C(0) = -800 \text{ V/s}$$

$$u_C(t) = -10 + e^{-21t} (A \cos 18,95t + B \sin 18,95t)$$

$$u_C(0) = -10 + e^{-21 \cdot 0} (A \cos 0 + B \sin 0) = -10 + A = 30$$

$$\rightarrow A = 40 \rightarrow u_C(t) = -10 + e^{-21t} (40 \cos 18,95t + B \sin 18,95t)$$

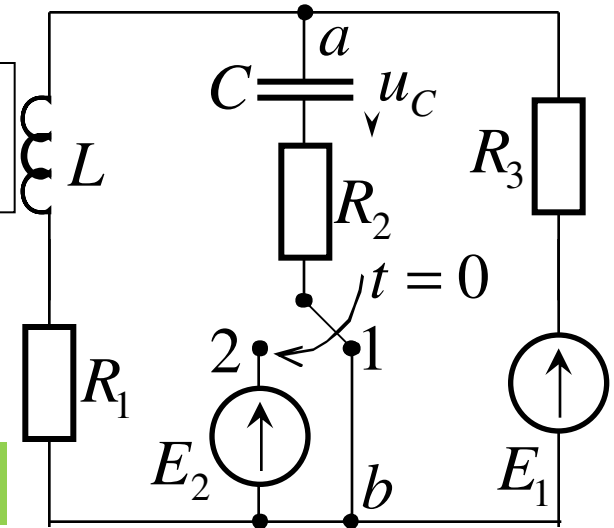
$$u'_C(t) = -21e^{-21t} (40 \cos 18,95t + B \sin 18,95t)$$

$$+ e^{-21t} (-18,95 \cdot 40 \sin 18,95t + 18,95B \cos 18,95t)$$

$$\rightarrow u'_C(0) = -21e^{-21 \cdot 0} (40 \cos 0 + B \sin 0) + e^{-21 \cdot 0} (-18,95 \cdot 40 \sin 0 + 18,95B \cos 0)$$

$$= -21 \cdot 40 + 18,95B = -800 \rightarrow B = 2,11$$

$$\rightarrow u_C(t) = -10 + e^{-21t} (40,00 \cos 18,95t + 2,11 \sin 18,95t) \text{ V}$$

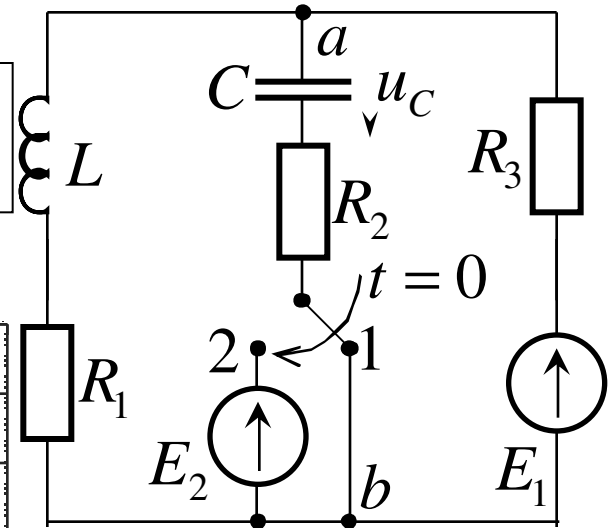
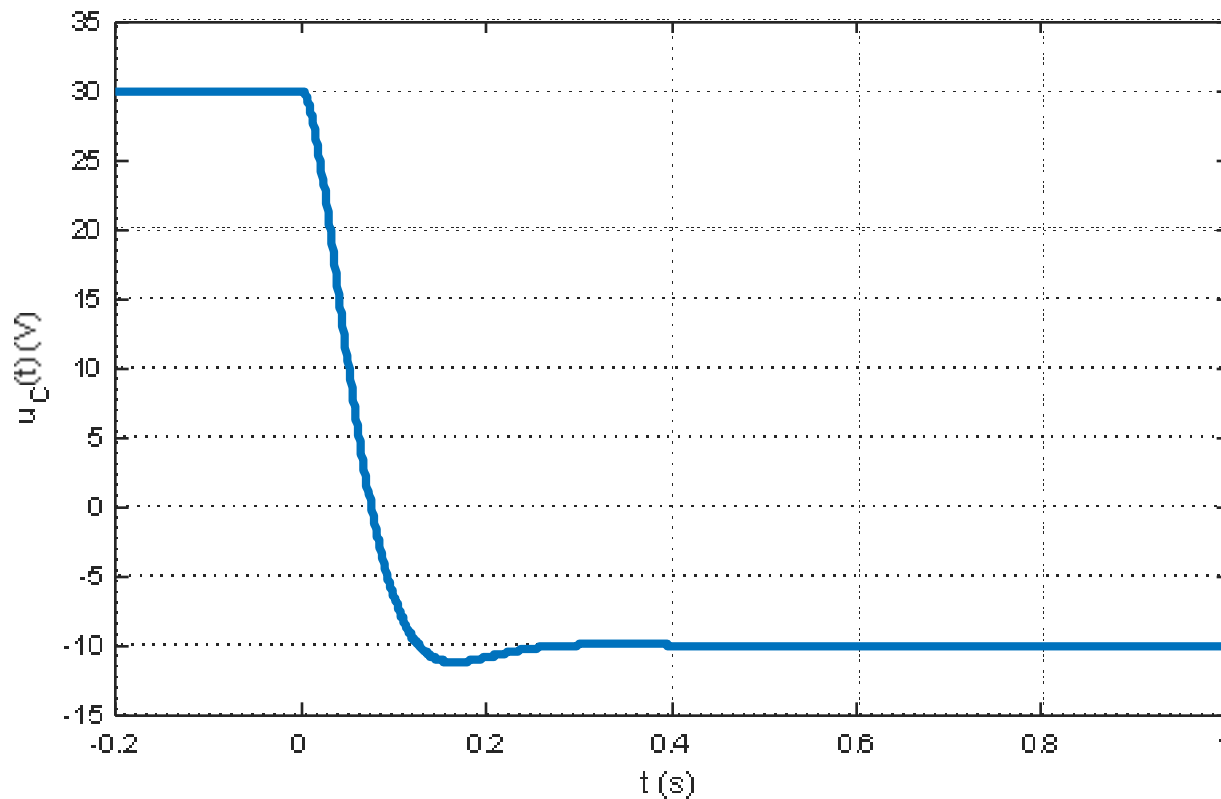


Phương pháp tích phân kinh điển (9)

VD2

$E_1 = 120 \text{ V}; E_2 = 40 \text{ V}; R_1 = 10 \Omega; R_2 = 20 \Omega; R_3 = 30 \Omega;$
 $L = 1 \text{ H}; C = 1 \text{ mF}$. Tính $u_C(t)$?

$$u_C(t) = -10 + e^{-21t} (40,00 \cos 18,95t + 2,11 \sin 18,95t) \text{ V}$$



Phương pháp tích phân kinh điển (10)

VD3

$J = 5 \text{ A (DC)}$; $R_1 = 10 \ \Omega$; $R_2 = 20 \ \Omega$; $L = 2 \text{ H}$;
 $C = 5 \text{ mF}$. Tính $i_L(t)$?

$$i_L(0) = 1,67 \text{ A}; \quad i'_L(0) = 16,67 \text{ A/s}$$

$$i_{xl}(t) = 0$$

$$10(p+10)^2 = 0 \rightarrow p_1 = p_2 = -10$$

$$\rightarrow i_{td}(t) = (A + Bt)e^{-10t}$$

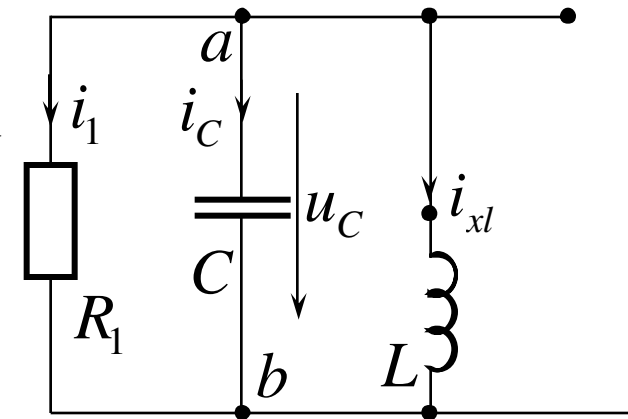
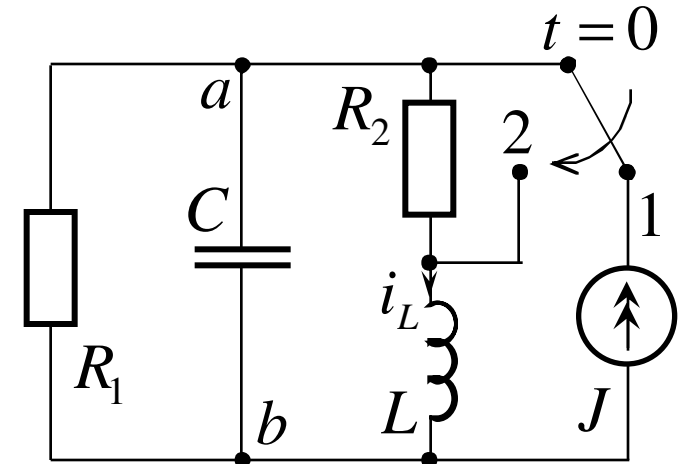
$$\rightarrow i_L(t) = i_{xl}(t) + i_{td}(t) = 0 + (A + Bt)e^{-10t} = (A + Bt)e^{-10t}$$

$$i_L(0) = (A + B \cdot 0)e^{-10 \cdot 0} = A = 1,67$$

$$i'_L(t) = Be^{-10t} - 10(A + Bt)e^{-10t}$$

$$\rightarrow i'_L(0) = B - 10A = B - 16,67 = 16,67 \rightarrow B = 33,33$$

$$\rightarrow i_L(t) = (1,67 + 33,33t)e^{-10t} \text{ A}$$



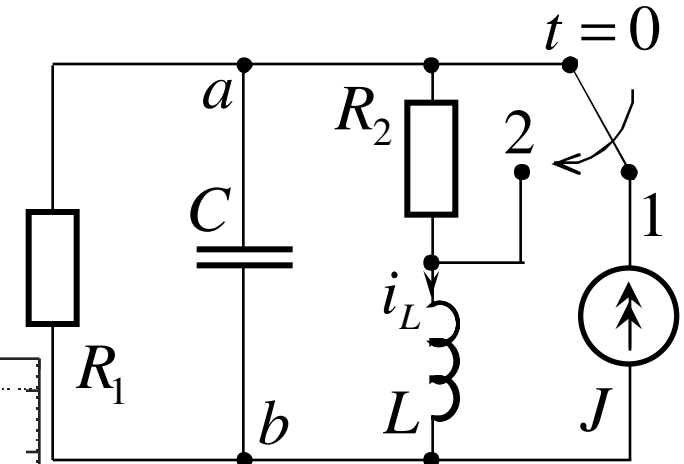
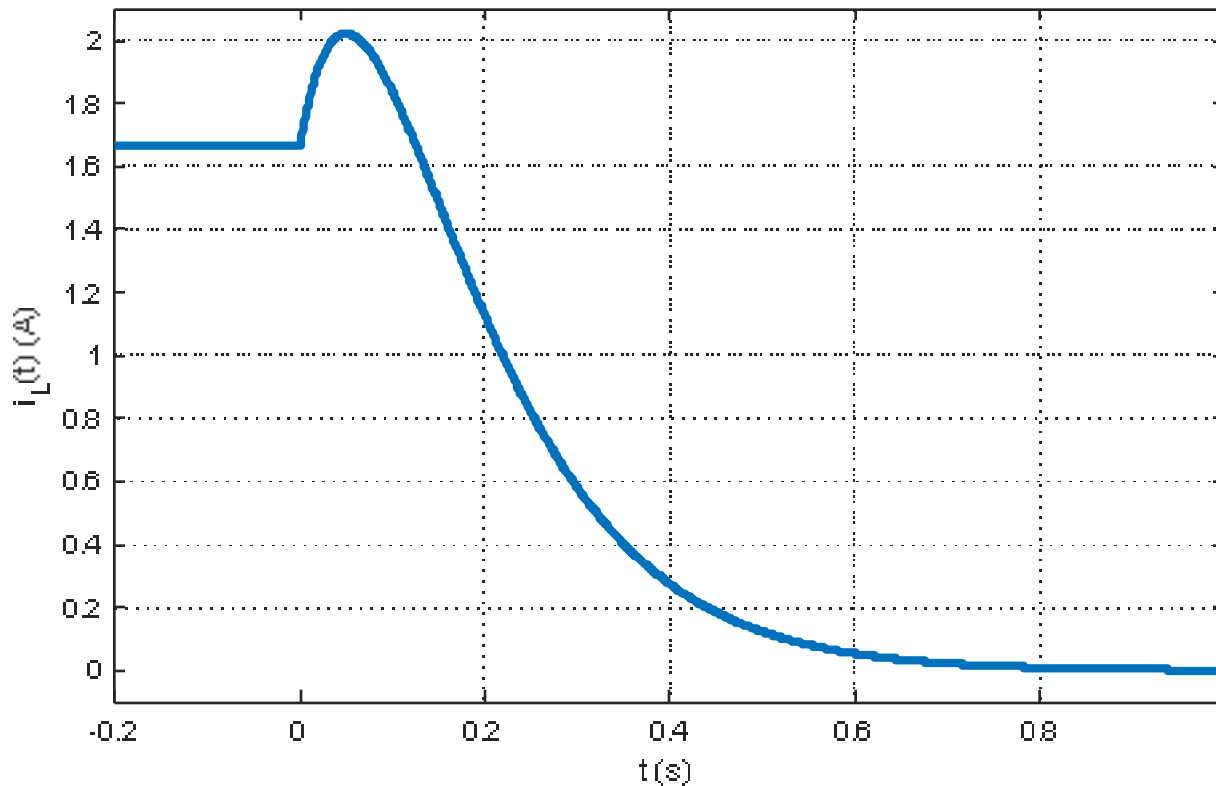


Phương pháp tích phân kinh điển (11)

VD3

$J = 5 \text{ A (DC)}$; $R_1 = 10 \text{ } \Omega$; $R_2 = 20 \text{ } \Omega$; $L = 2 \text{ H}$;
 $C = 5 \text{ mF}$. Tính $i_L(t)$?

$$i_L(t) = (1,67 + 33,33t)e^{-10t} \text{ A}$$



Phương pháp tích phân kinh điển (12)

VD4

$E = 12 \text{ VDC}; R_1 = 6 \Omega; R_2 = 3 \Omega; L = 2 \text{ H};$
 $C = 5 \text{ mF}$. Tính $u_C(t)$?

$$u_C(0) = 7,2 \text{ V}; u'_C(0) = 0$$

$$u_{xl}(t) = 0$$

$$2p^2 + 1,2p + 200 = 0 \rightarrow p_{1,2} = -0,30 \pm j10,00$$

$$\rightarrow u_{td}(t) = (A \cos 10t + B \sin 10t)e^{-0,30t}$$

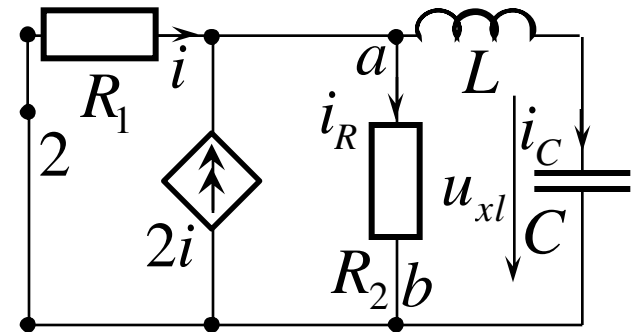
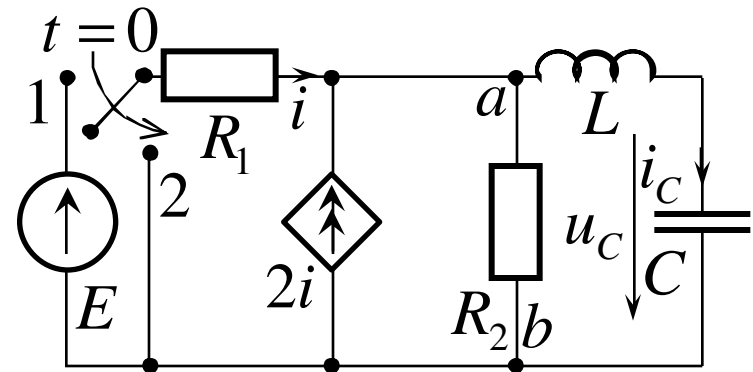
$$\rightarrow u_C(t) = u_{xl}(t) + u_{td}(t) = (A \cos 10t + B \sin 10t)e^{-0,30t}$$

$$u_C(0) = (A \cos 10 \cdot 0 + B \sin 10 \cdot 0)e^{-0,30 \cdot 0} = A = 7,2$$

$$u'_C(0) = (-72 \sin 10 \cdot 0 + 10B \cos 10 \cdot 0)e^{-0,30 \cdot 0} - 0,30(7,2 \cos 10 \cdot 0 + B \sin 10 \cdot 0)e^{-0,30 \cdot 0}$$

$$= 10B - 0,30 \cdot 7,2 = 0 \rightarrow B = 0,22$$

$$\rightarrow u_C(t) = (7,2 \cos 10t + 0,22 \sin 10t)e^{-0,30t} \text{ V}$$

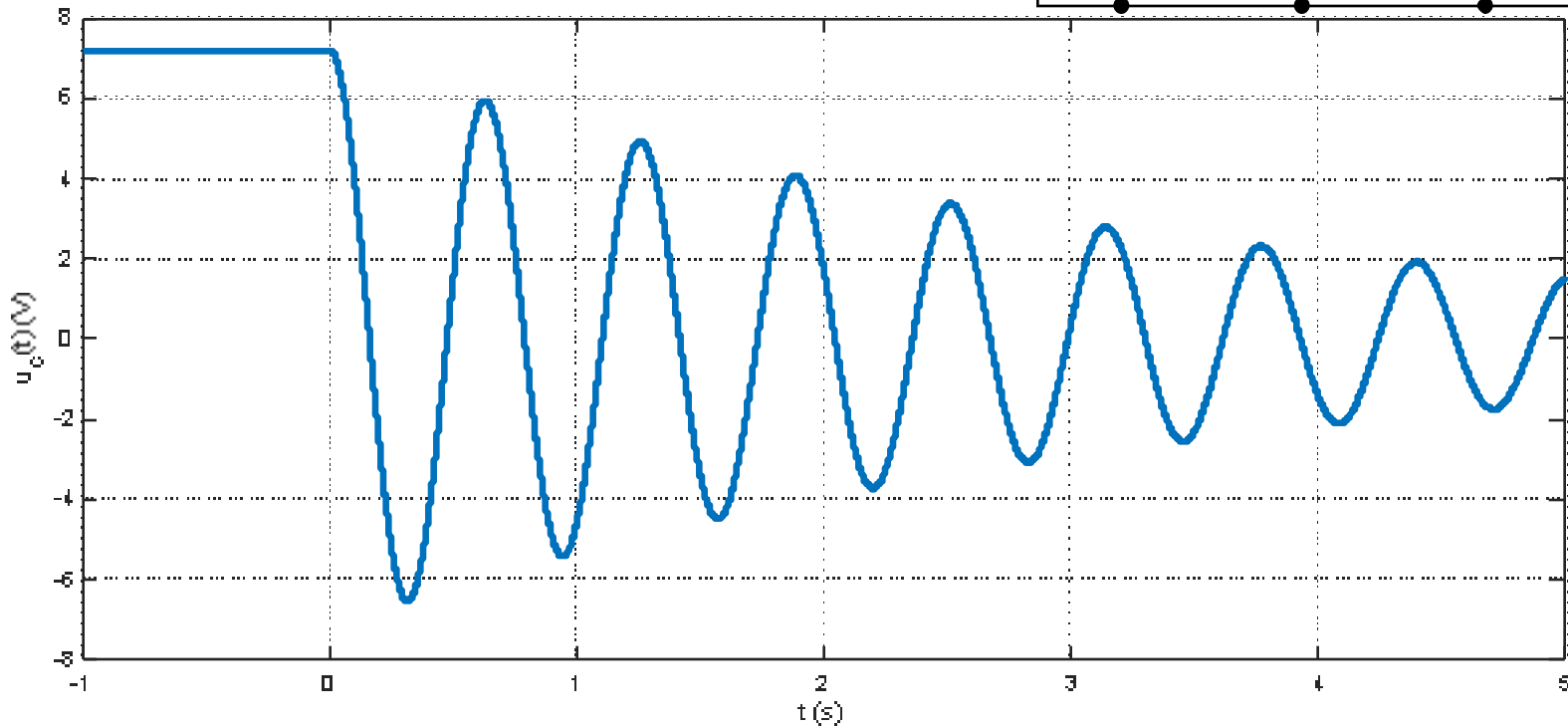
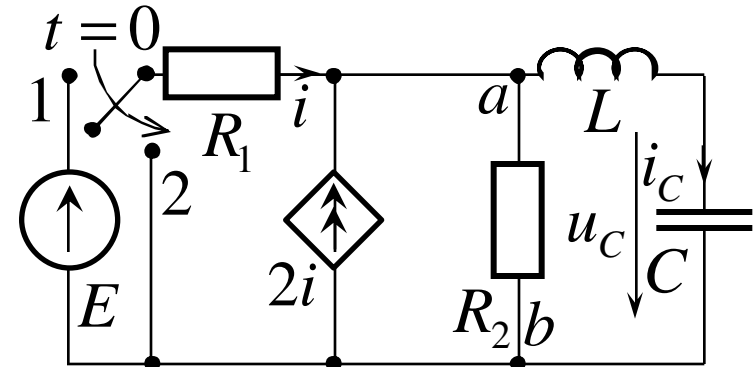


Phương pháp tích phân kinh điển (13)

VD4

$E = 12 \text{ VDC}; R_1 = 6 \Omega; R_2 = 3 \Omega; L = 2 \text{ H};$
 $C = 5 \text{ mF}$. Tính $u_C(t)$?

$$u_C(t) = (7,2 \cos 10t + 0,22 \sin 10t)e^{-0,30t} \text{ V}$$



Phương pháp tích phân kinh điển (14)

VD5

$R_1 = R_2 = 10 \text{ k}\Omega$; $C_1 = 20 \text{ }\mu\text{F}$; $C_2 = 100 \text{ }\mu\text{F}$;
 $E = 4\text{V}$. Tính $u_r(t)$?

$u_r(0) = 0$; $u_r'(0) = 0$

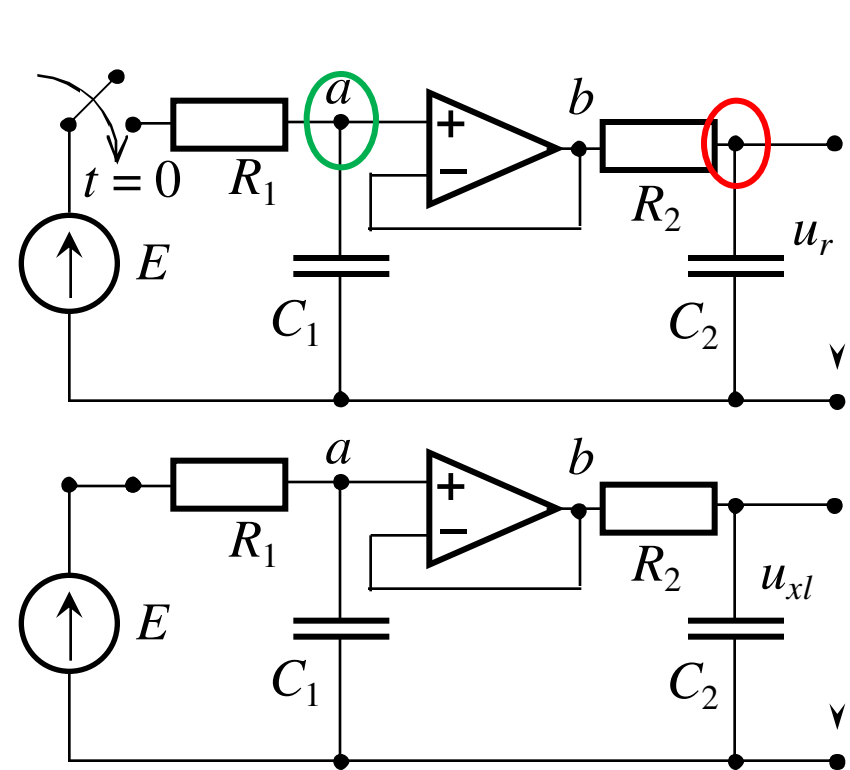
Tất cả các dòng xác lập đều bằng 0

$\rightarrow u_{xl} = \varphi_b = \varphi_a = 4 \text{ V}$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\varphi_b - u_r}{R_2} = C_2 u_r' \\ \varphi_b = \varphi_a \end{aligned} \right\} \rightarrow \frac{\varphi_a - u_r}{R_2} = C_2 u_r'$$

$$\left. \begin{aligned} \varphi_a = u_r + R_2 C_2 u_r' \\ \frac{E - \varphi_a}{R_1} = C_1 \varphi_a' \end{aligned} \right\}$$

$$\rightarrow \frac{E - (u_r + R_2 C_2 u_r')}{R_2} = C_1 (u_r + R_2 C_2 u_r')' = C_1 (u_r' + R_2 C_2 u_r'')$$



Phương pháp tích phân kinh điển (15)

VD5

$R_1 = R_2 = 10 \text{ k}\Omega$; $C_1 = 20 \text{ }\mu\text{F}$; $C_2 = 100 \text{ }\mu\text{F}$;
 $E = 4\text{V}$. Tính $u_r(t)$?

$$u_r(0) = 0; u'_r(0) = 0; u_{xl} = 4$$

$$\frac{E - (u_r + R_2 C_2 u'_r)}{R_2} = C_1 (u'_r + R_2 C_2 u''_r)$$

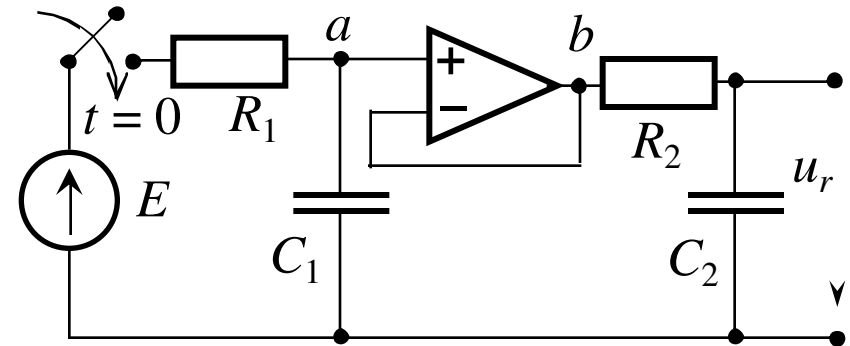
$$\rightarrow R_2^2 C_1 C_2 u''_r + R_2 (C_1 + C_2) u'_r + u_r = E \rightarrow 0,2u''_r + 1,2u'_r + u_r = 4$$

$$\left. \begin{aligned} 0,2u''_r + 1,2u'_r + u_r = 0 \\ u_r = Ae^{pt} \end{aligned} \right\} \rightarrow (0,2p^2 + 1,2p + 1)Ae^{pt} = 0 \rightarrow 0,2p^2 + 1,2p + 1 = 0$$

$$\rightarrow p_1 = -1; p_2 = 5 \rightarrow u_{td}(t) = Ae^{-t} + Be^{-5t}$$

$$\rightarrow u_r(t) = u_{xl}(t) + u_{td}(t) = 4 + Ae^{-t} + Be^{-5t}$$

$$\left. \begin{aligned} u_r(0) = 4 + A + B = 0 \\ u'_r(0) = -A - 5B = 0 \end{aligned} \right\} \rightarrow \begin{cases} A = -5 \\ B = 1 \end{cases} \rightarrow \boxed{u_r(t) = 4 - 5e^{-t} + e^{-5t} \text{ V}}$$

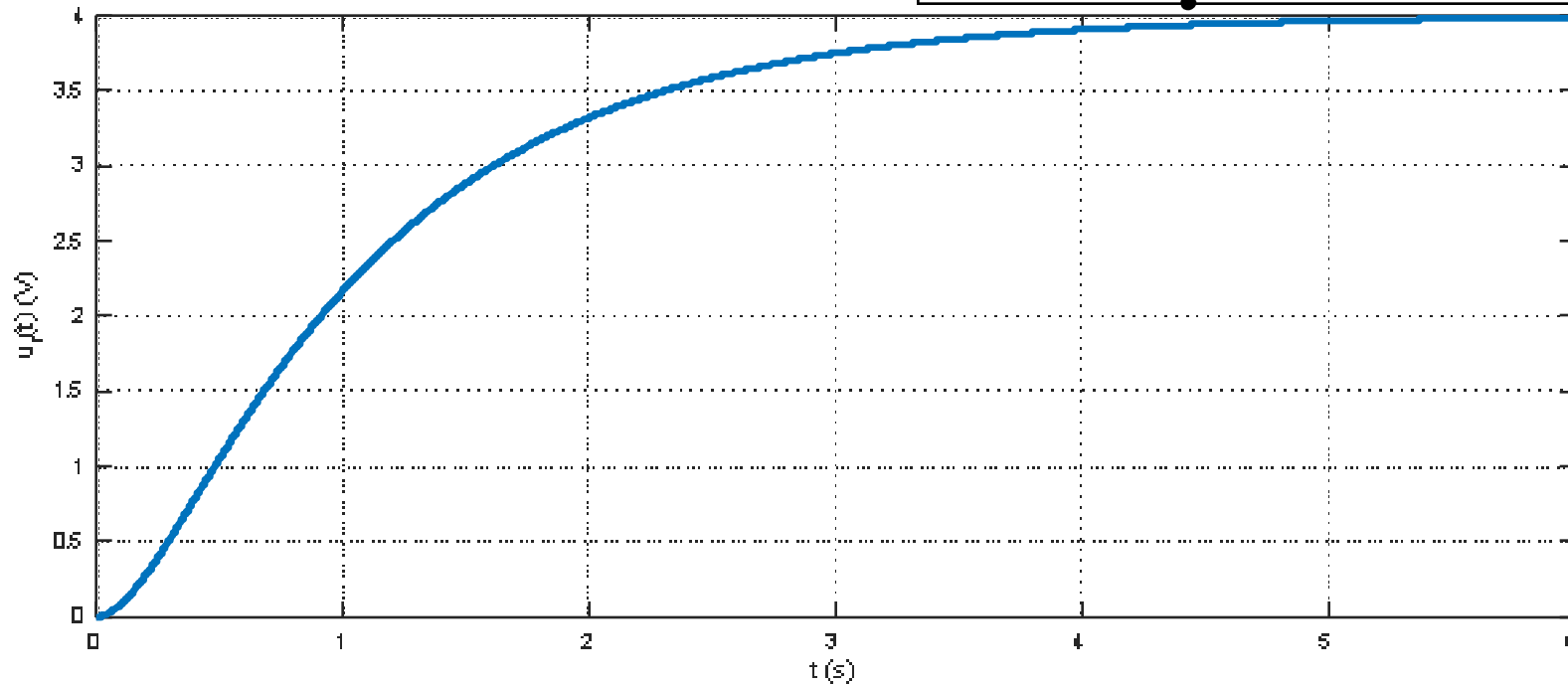
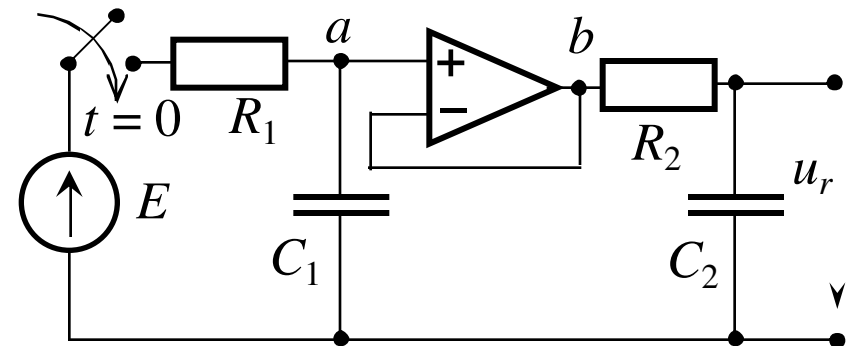


Phương pháp tích phân kinh điển (16)

VD5

$R_1 = R_2 = 10 \text{ k}\Omega$; $C_1 = 20 \text{ }\mu\text{F}$; $C_2 = 100 \text{ }\mu\text{F}$;
 $E = 4\text{V}$. Tính $u_r(t)$?

$$u_r(t) = 4 - 5e^{-t} + e^{-5t} \text{ V}$$



Phương pháp tích phân kinh điển (17)

VD6

$e = 60 \sin 100t$ V; $j = 5 \sin(100t + 30^\circ)$ A; $R = 20 \Omega$;
 $L = 0,2$ H; $C = 0,4$ mF. Tính $i(t)$?

$$i_0(t) = j(t) \rightarrow i(0) = 5 \sin(100 \cdot 0 + 30^\circ) = 2,5 \text{ A}$$

$$\dot{U}_0 = j \frac{1}{j\omega C} = \frac{5/30^\circ}{j100 \cdot 0,4 \cdot 10^{-3}} = 125 / \underline{-60^\circ} \text{ V}$$

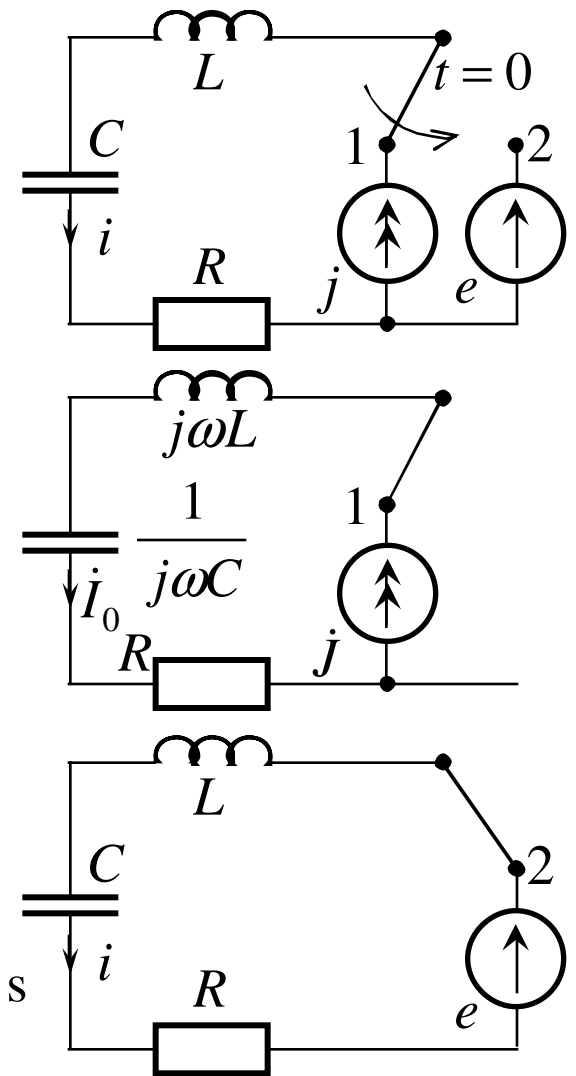
$$\rightarrow u_0(t) = 125 \sin(100t - 60^\circ) \text{ V}$$

$$\rightarrow u_C(0) = 125 \sin(100 \cdot 0 - 60^\circ) = -108,25 \text{ V}$$

$$Ri + Li' + u_C = e = 60 \sin 100t$$

$$\rightarrow Ri(0) + Li'(0) + u_C(0) = 60 \sin(100 \cdot 0) = 0$$

$$\rightarrow i'(0) = -\frac{Ri(0) + u_C(0)}{L} = -\frac{20 \cdot 2,5 - 108,25}{0,2} = -291,25 \text{ A/s}$$



Phương pháp tích phân kinh điển (18)

VD6

$e = 60 \sin 100t$ V; $j = 5 \sin(100t + 30^\circ)$ A; $R = 20 \ \Omega$;
 $L = 0,2$ H; $C = 0,4$ mF. Tính $i(t)$?

$$i_L(0) = 2,5 \text{ A}; \quad i'_L(0) = -291,25 \text{ A/s}$$

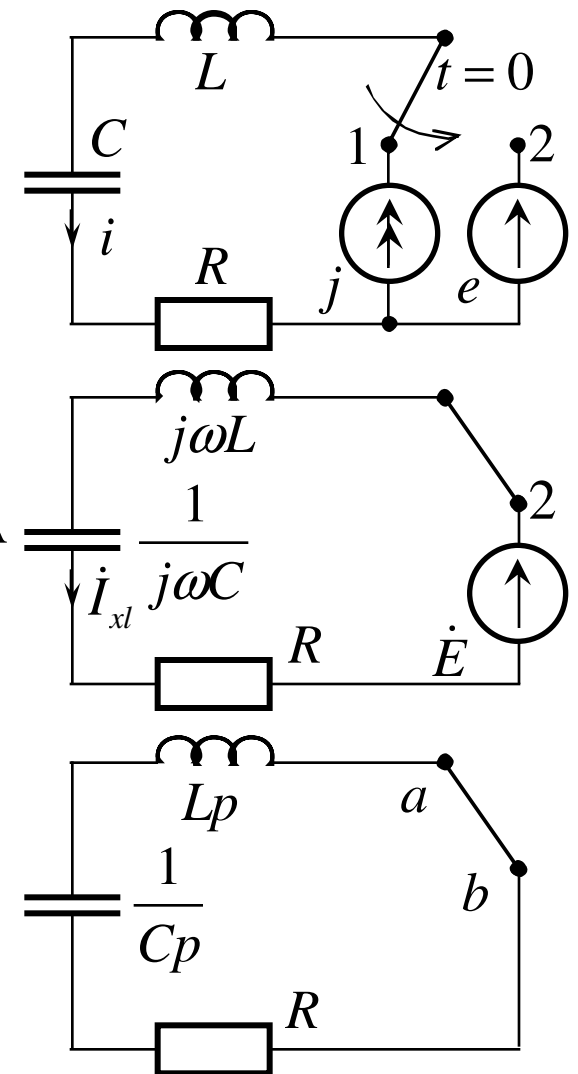
$$\begin{aligned} \dot{I}_{xl} &= \frac{\dot{E}}{R + j\omega L + 1/j\omega C} \\ &= \frac{60}{20 + j100 \cdot 0,2 + 1/(j100 \cdot 0,4 \cdot 10^{-3})} = 2,91 / 14,04^\circ \text{ A} \end{aligned}$$

$$\rightarrow i_{xl}(t) = 2,91 \sin(100t + 14,04^\circ) \text{ A}$$

$$Z_{ab} = R + Lp + \frac{1}{Cp} = \frac{LCp^2 + RCp + 1}{Cp}$$

$$\rightarrow LCp^2 + RCp + 1 = 0 = 8 \cdot 10^{-5} p^2 + 0,008 p + 1$$

$$\rightarrow p = -50 \pm j100 \rightarrow i_{td}(t) = (A \cos 100t + B \sin 100t) e^{-50t}$$



Phương pháp tích phân kinh điển (19)

VD6

$e = 60 \sin 100t$ V; $j = 5 \sin(100t + 30^\circ)$ A; $R = 20 \ \Omega$;
 $L = 0,2$ H; $C = 0,4$ mF. Tính $i(t)$?

$$i_L(0) = 2,5 \text{ A}; \quad i'_L(0) = -291,25 \text{ A/s}$$

$$i_{xl}(t) = 2,91 \sin(100t + 14,04^\circ) \text{ A}$$

$$i_{td}(t) = (A \cos 100t + B \sin 100t)e^{-50t} \text{ A}$$

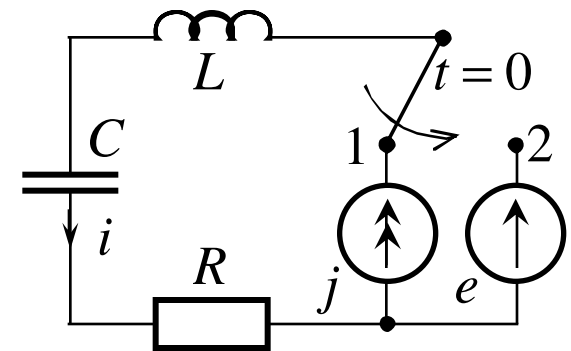
$$\rightarrow i(t) = i_{xl}(t) + i_{td}(t) = 2,91 \sin(100t + 14,04^\circ) + (A \cos 100t + B \sin 100t)e^{-50t}$$

$$i(0) = 2,91 \sin(14,04^\circ) + A = 2,5 \rightarrow A = 1,79$$

$$i'(t) = 291 \cos(100t + 14,04^\circ) + (-100A \sin 100t + 100B \cos 100t)e^{-50t} - 50e^{-50t}(A \cos 100t + B \sin 100t)$$

$$i'(0) = 291 \cos(14,04^\circ) + 100B - 50A = -291,25 \rightarrow B = -4,84$$

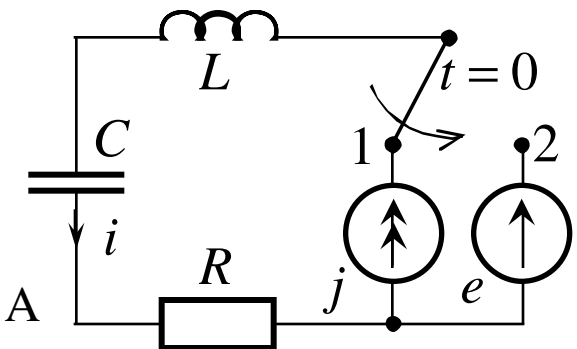
$$\rightarrow i(t) = 2,91 \sin(100t + 14,04^\circ) + (1,79 \cos 100t - 4,84 \sin 100t)e^{-50t} \text{ A}$$



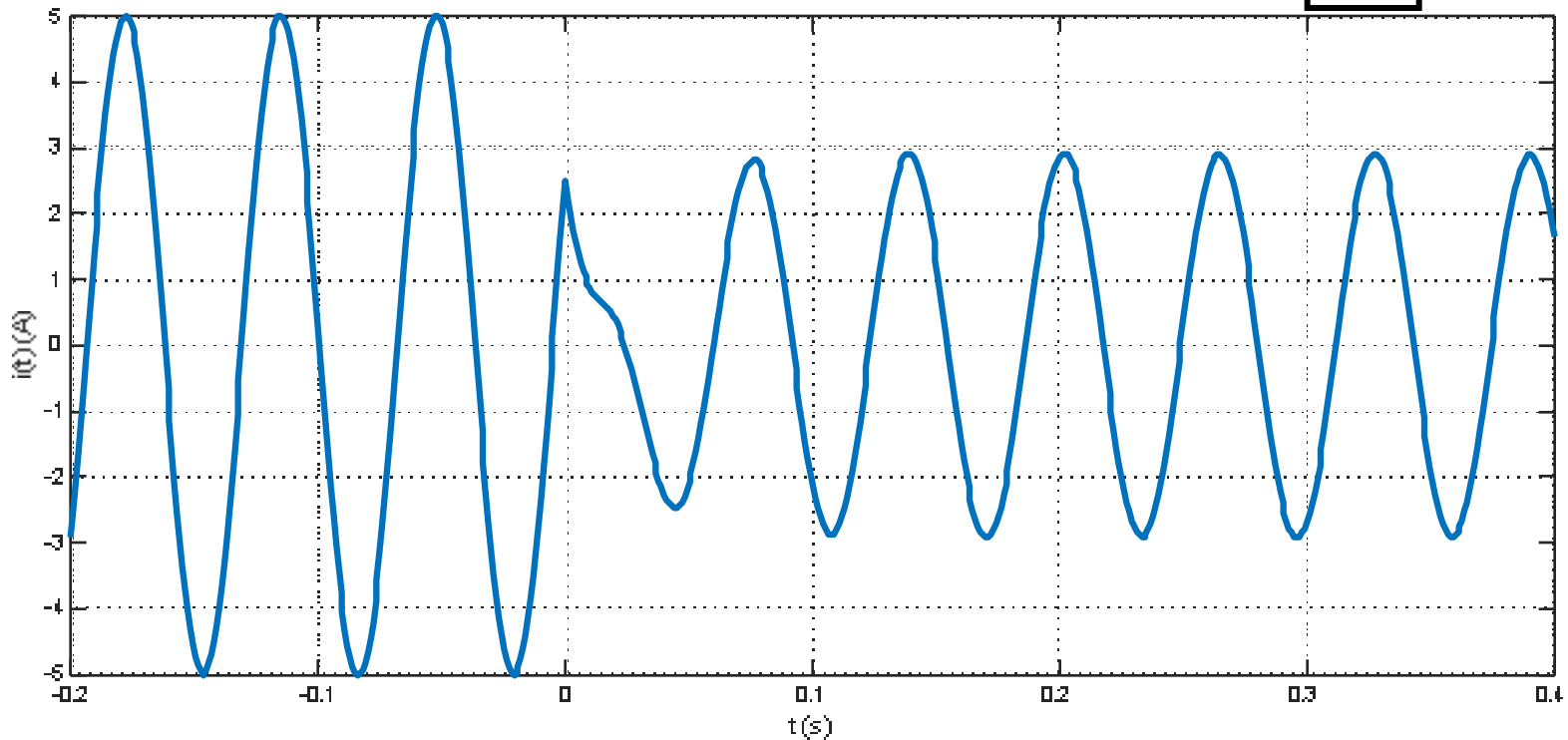
Phương pháp tích phân kinh điển (20)

VD6

$e = 60 \sin 100t$ V; $j = 5 \sin(100t + 30^\circ)$ A; $R = 20 \ \Omega$;
 $L = 0,2$ H; $C = 0,4$ mF. Tính $i(t)$?



$$i(t) = 2,91 \sin(100t + 14,04^\circ) + (1,79 \cos 100t - 4,84 \sin 100t)e^{-50t} \text{ A}$$



Phương pháp tích phân kinh điển (21)

VD7

$E = 120 \text{ V}; J = 5.1(t) \text{ A}; R_1 = 10 \ \Omega; R_2 = 20 \ \Omega; R_3 = 30 \ \Omega;$
 $L = 0,2 \text{ H}; C = 0,4 \text{ mF}$. Tính $i_L(t)$?

$$i_L(0) = 4 \text{ A}; i'_L(0) = 0$$

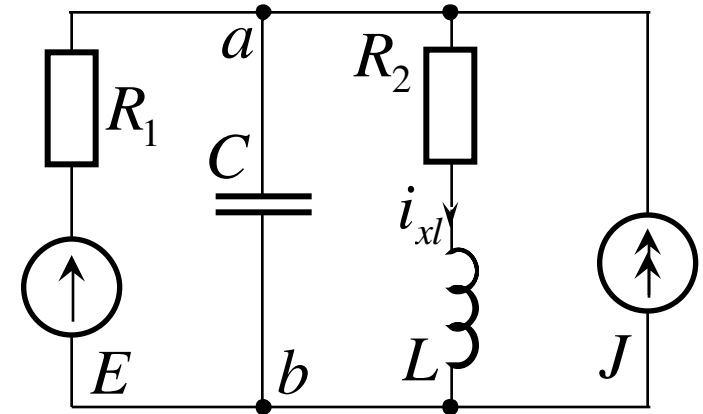
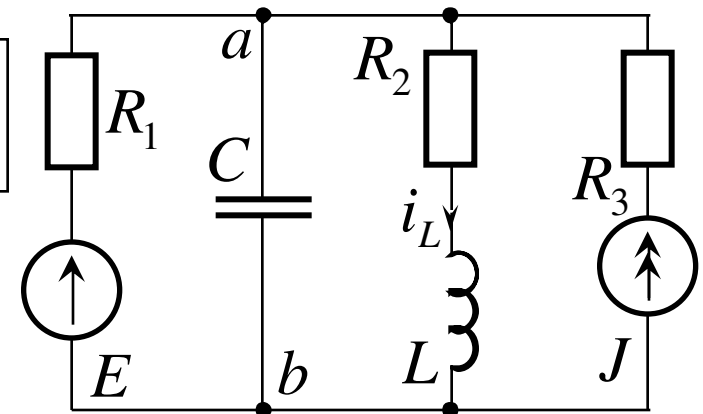
$$\varphi_b = 0 \rightarrow \varphi_a = \frac{J + E/R_1}{1/R_1 + 1/R_2} = 113,33 \text{ V}$$

$$i_{xl} = \frac{\varphi_a}{R_2} = \frac{113,33}{20} = 5,67 \text{ A}$$

$$10p^2 + 3500p + 375000 \rightarrow p_{1,2} = -175 \pm j82,92$$

$$i_{td}(t) = (A \cos 82,92t + B \sin 82,92t)e^{-175t}$$

$$i_L(t) = i_{xl} + i_{td}(t) = 5,67 + (A \cos 82,92t + B \sin 82,92t)e^{-175t}$$



Phương pháp tích phân kinh điển (22)

VD7

$E = 120 \text{ V}; J = 5.1(t) \text{ A}; R_1 = 10 \text{ } \Omega; R_2 = 20 \text{ } \Omega; R_3 = 30 \text{ } \Omega;$
 $L = 0,2 \text{ H}; C = 0,4 \text{ mF}$. Tính $i_L(t)$?

$$i_L(0) = 4 \text{ A}; i'_L(0) = 0$$

$$i_L(t) = 5,67 + (A \cos 82,92t + B \sin 82,92t)e^{-175t}$$

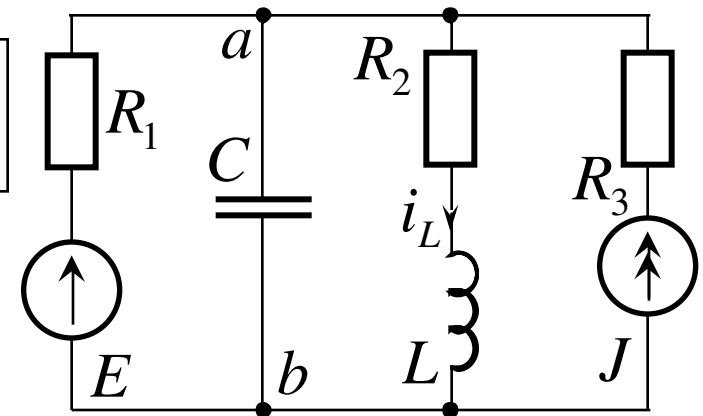
$$i_L(0) = 5,67 + A = 4 \rightarrow A = -1,67$$

$$i'_L(t) = (-82,92A \sin 82,92t + 82,92B \cos 82,92t)e^{-175t}$$

$$-175(A \cos 82,92t + B \sin 82,92t)e^{-175t}$$

$$i'_L(0) = 82,92B - 175A = 0 \rightarrow B = -3,52$$

$$\rightarrow i_L(t) = 5,67 - (1,67 \cos 82,92t + 3,52 \sin 82,92t)e^{-175t} \text{ A}$$



Phương pháp tích phân kinh điển (23)

VD8

$E = 100 \text{ V}; R_1 = 10 \Omega; R_2 = 30 \Omega; L_1 = 4 \text{ H}; L_2 = 1 \text{ H}.$
 Tính i_1 ?

$$i_1(0) = 8 \text{ A}; i_1'(0) = -44 \text{ A/s}$$

$$i_{1xl} = \frac{E}{R_1 + R_2} = \frac{100}{10 + 30} = 2,5 \text{ A}$$

$$R_1 + R_2 + L_1 p + L_2 p = 0$$

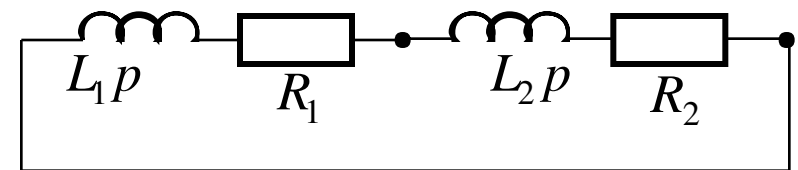
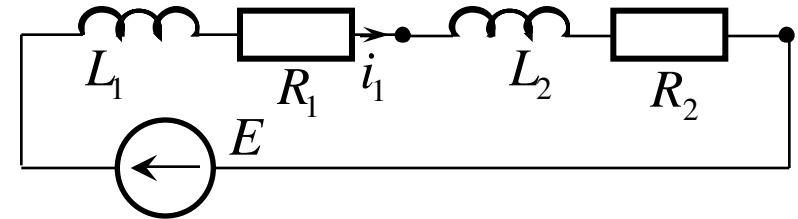
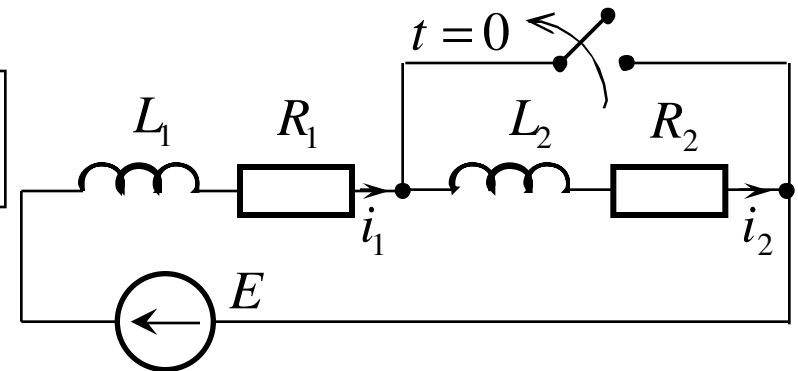
$$p = -(R_1 + R_2) / (L_1 + L_2) = -8$$

$$i_{1td} = Ae^{-8t}$$

$$i_1 = i_{1xl} + i_{1td} = 2,5 + Ae^{-8t}$$

$$i_1(0) = 2,5 + A = 8 \rightarrow A = 5,5$$

$$i_1 = \boxed{2,5 + 5,5e^{-8t} \text{ A}}$$





Phương pháp tích phân kinh điển (24)

VD9

$$E = 120 \text{ V}; R = 10 \Omega; C_1 = 1 \text{ mF}; C_2 = 2 \text{ mF}. \text{ Tính } u_{C_1}?$$

$$u_{C_1}(0) = 40 \text{ V}; u'_{C_1}(0) = 2666,67 \text{ V/s}$$

$$Ri_R + u_{C_1xl} = E$$

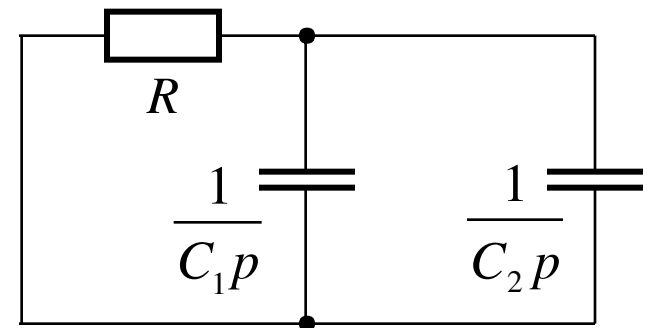
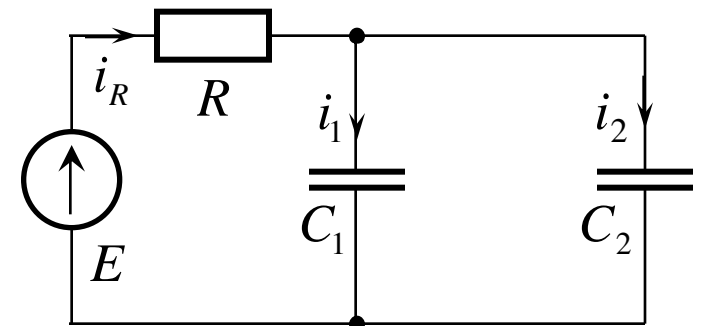
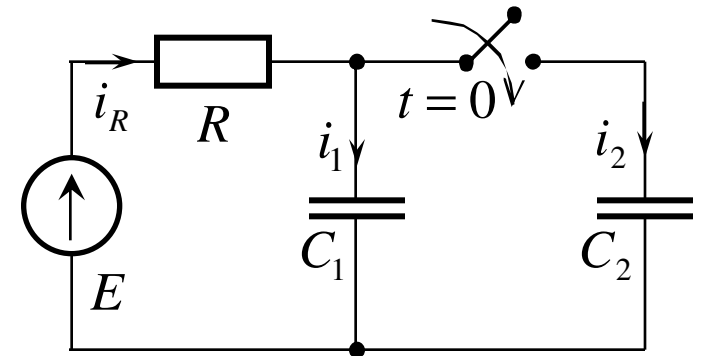
$$i_R = 0 \rightarrow u_{C_1xl} = E = 120 \text{ V}$$

$$R + \frac{\frac{1}{C_1 p} \frac{1}{C_2 p}}{\frac{1}{C_1 p} + \frac{1}{C_2 p}} = \frac{30p + 1000}{3p} = 0 \rightarrow p = -33,33$$

$$u_{C_1td} = Ae^{-33,33t} \rightarrow u_{C_1} = u_{C_1xl} + u_{C_1td} = 120 + Ae^{-33,33t}$$

$$u_{C_1}(0) = 120 + A = 40 \rightarrow A = -80$$

$$\rightarrow u_{C_1}(t) = 120 - 80e^{-33,33t} \text{ V}$$





Phương pháp tích phân kinh điển (25)

1. Tính các sơ kiện;
2. Tìm nghiệm xác lập $x_{xl}(t)$;
3. Tìm nghiệm tự do:
 - a) lập phương trình đặc trưng & giải;
 - b) viết nghiệm tự do $x_{td}(t)$;
4. Tìm các hằng số tích phân;
5. Tổng hợp kết quả: $x(t) = x_{xl}(t) + x_{td}(t)$.





Lý thuyết mạch II

I. Quá trình quá độ

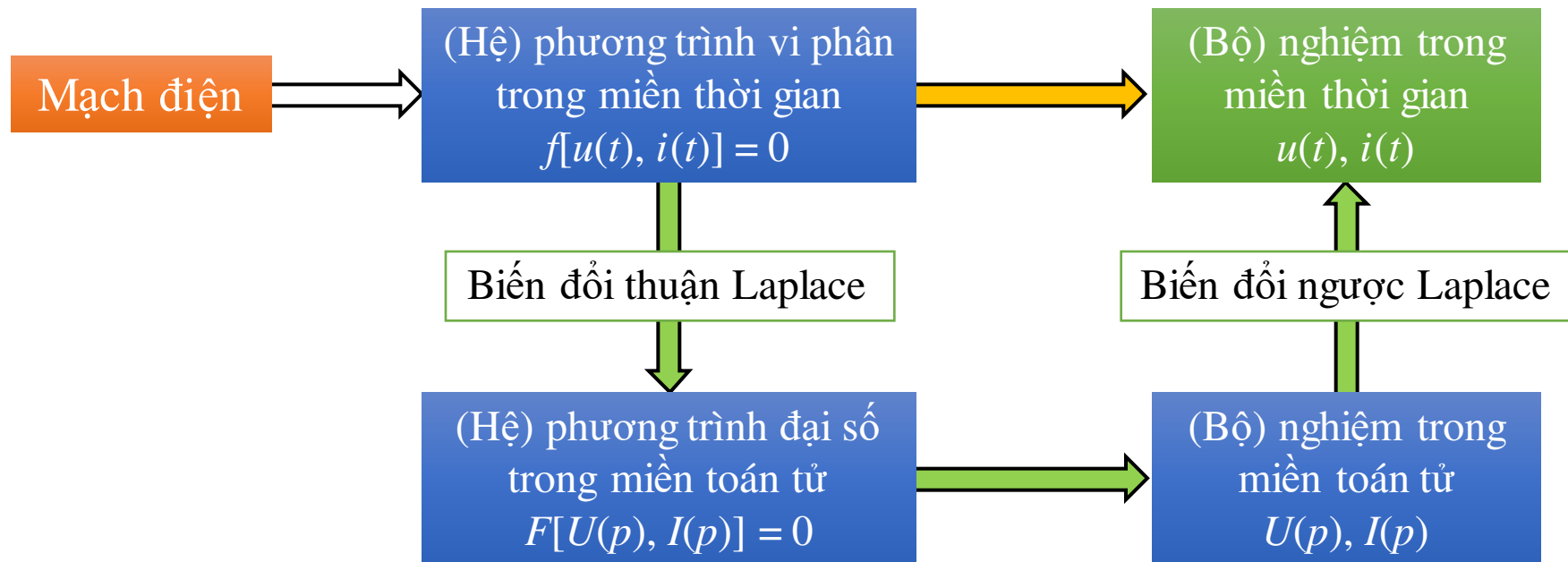
1. Giới thiệu
2. Sơ kiện
3. Phương pháp tích phân kinh điển
- 4. Phương pháp toán tử**
 - a) **Biến đổi thuận Laplace**
 - b) **Biến đổi ngược Laplace**
 - c) **Sơ đồ toán tử**
 - d) **Giải bài toán quá độ bằng phương pháp toán tử**

II. Mạch phi tuyến

III. Đường dây dài



Giải bài toán quá độ



Biến đổi thuận Laplace (1)

Gốc (thời gian)

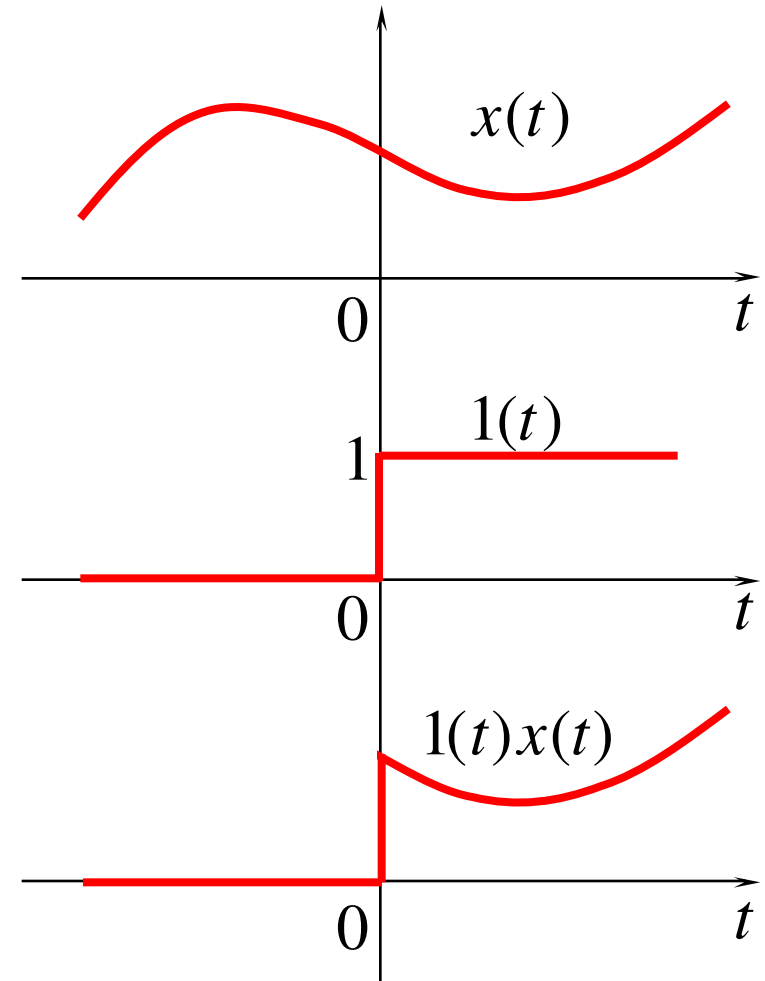
Ảnh (Laplace)

$$1(t)x(t) \leftrightarrow X(p)$$

$$X(p) = L[x(t)] = \int_{-0}^{\infty} x(t)e^{-pt} dt$$

$$= \lim_{\tau \rightarrow \infty} \int_{-0}^{\tau} x(t)e^{-pt} dt$$

$p = \sigma + j\omega$; p : toán tử Laplace





Biến đổi thuận Laplace (2)

$x(t)$	$\delta(t)$	$1(t)$	e^{-at}	t	te^{-at}	$\sin at$	$\cos at$
$X(p)$	1	$\frac{1}{p}$	$\frac{1}{p+a}$	$\frac{1}{p^2}$	$\frac{1}{(p+a)^2}$	$\frac{a}{p^2+a^2}$	$\frac{p}{p^2+a^2}$



Biến đổi thuận Laplace (3)

Tính chất	$x(t)$	$X(p)$
1. Tỷ lệ biên độ	$Ax(t)$	$AX(p)$
2. Cộng/trừ	$x_1(t) \pm x_2(t)$	$X_1(p) \pm X_2(p)$
3. Tỷ lệ thời gian	$x(at)$	$\frac{1}{a} X\left(\frac{p}{a}\right)$
4. Dịch thời gian	$x(t-a)1(t-a), a \geq 0$ $x(t)1(t-a), a \geq 0$	$e^{-ap} X(p)$ $e^{-ap} L[x(t+a)]$
5. Dịch tần số	$e^{-at} x(t)$	$X(p+a)$
6. Vi phân	$d^n x(t) / dt^n$	$p^n X(p) - p^{n-1} x(-0) - p^{n-2} x^{(1)}(-0) \dots$
7. Nhân với t	$t^n x(t)$	$(-1)^n d^n X(p) / dp^n$
8. Chia cho t	$x(t) / t$	$\int_p^\infty X(\lambda) d\lambda$
9. Tích phân	$\int_0^t x(\lambda) d\lambda$	$X(p) / p$
10. Nhân chập	$x_1(t) * x_2(t) = \int_0^t x_1(\lambda) x_2(t-\lambda) d\lambda$	$X_1(p) X_2(p)$



Biến đổi thuận Laplace (4)

VD1

Tìm ảnh Laplace của $x(t) = 5 + e^{-10t} - \cos 20t$?

$$x_1(t) \pm x_2(t) \rightarrow X_1(p) \pm X_2(p)$$

$$\rightarrow X(p) = L[5] + L[e^{-10t}] - L[\cos 20t]$$

$$Ax(t) \rightarrow AX(p)$$

$$\rightarrow L[5] = 5L[1] \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \rightarrow L[5] = \frac{5}{p}$$

$$L[1] = \frac{1}{p}$$

$$L[e^{-10t}] = \frac{1}{p+10}$$

$$L[\cos 20t] = \frac{p}{p^2 + 20^2} = \frac{p}{p^2 + 400}$$

$$\rightarrow X(p) = \frac{5}{p} + \frac{1}{p+10} - \frac{p}{p^2 + 400} = \frac{5p^3 + 2400p + 4000}{p(p+10)(p^2 + 400)}$$





Biến đổi thuận Laplace (5)

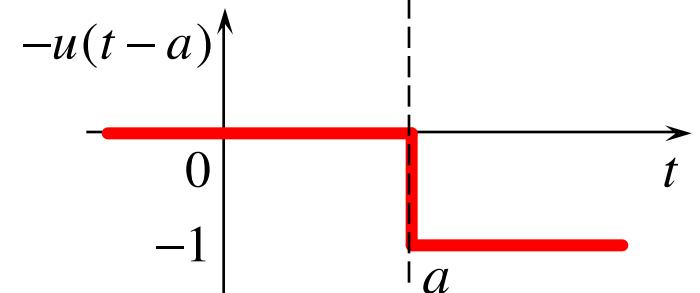
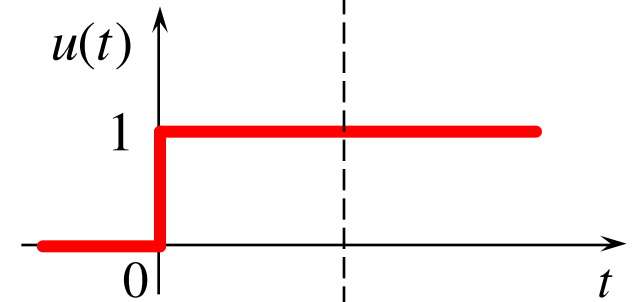
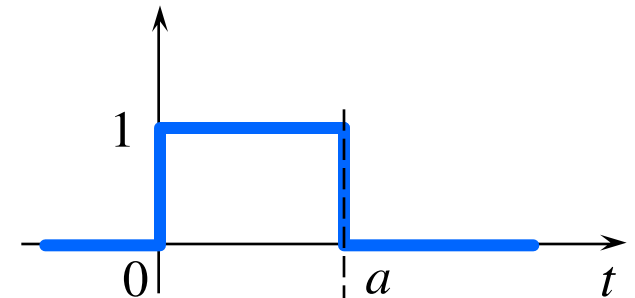
VD2

$$F(p) = L[u(t)] - L[u(t-a)]$$

$$L[u(t)] = \frac{1}{p}$$

$$L[u(t-a)] = \frac{e^{-ap}}{p}$$

$$\rightarrow F(p) = \frac{1}{p} - \frac{e^{-ap}}{p} = \boxed{\frac{1 - e^{-ap}}{p}}$$





Biến đổi thuận Laplace (6)

- Dùng bảng các cặp biến đổi (có sẵn) và tính chất của biến đổi thuận Laplace để tìm ảnh Laplace $X(p)$ từ gốc thời gian $x(t)$.

$x(t)$	$\delta(t)$	$1(t)$	e^{-at}	t	te^{-at}	$\sin at$	$\cos at$
$X(p)$	1	$\frac{1}{p}$	$\frac{1}{p+a}$	$\frac{1}{p^2}$	$\frac{1}{(p+a)^2}$	$\frac{a}{p^2+a^2}$	$\frac{p}{p^2+a^2}$





Lý thuyết mạch II

I. Quá trình quá độ

1. Giới thiệu
2. Sơ kiện
3. Phương pháp tích phân kinh điển
- 4. Phương pháp toán tử**
 - a) Biến đổi thuận Laplace
 - b) Biến đổi ngược Laplace**
 - c) Sơ đồ toán tử
 - d) Giải bài toán quá độ bằng phương pháp toán tử

II. Mạch phi tuyến

III. Đường dây dài





Biến đổi ngược Laplace (1)

$$L^{-1}[X(p)] = x(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{\sigma-j\omega}^{\sigma+j\omega} X(p) e^{pt} dp$$

$$X(p) = \frac{N(p)}{D(p)} = \frac{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p + a_0}{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + b_1 p + b_0}$$



Biến đổi ngược Laplace (2)

VD1

$$X(p) = \frac{p+8}{p(p+2)(p+4)^2} = \frac{K_1}{p} + \frac{K_2}{p+2} + \frac{K_3}{(p+4)^2} + \frac{K_4}{p+4}$$

$$\rightarrow x(t) = K_1 + K_2 e^{-2t} + K_3 t e^{-4t} + K_4 e^{-4t}$$

$x(t)$	$\delta(t)$	$1(t)$	e^{-at}	t	$t e^{-at}$	$\sin at$	$\cos at$
$X(p)$	1	$\frac{1}{p}$	$\frac{1}{p+a}$	$\frac{1}{p^2}$	$\frac{1}{(p+a)^2}$	$\frac{a}{p^2+a^2}$	$\frac{p}{p^2+a^2}$

- Tính K_1, K_2, K_3, K_4 ?
- Cách tính phụ thuộc vào kiểu nghiệm của mẫu số:
 - Nghiệm thực phân biệt,
 - Nghiệm thực lặp (kép),
 - Nghiệm phức.





Biến đổi ngược Laplace (3), nghiệm thực phân biệt

$$X(p) = \frac{N(p)}{D(p)} = \frac{K_1}{p + p_1} + \frac{K_2}{p + p_2} + \dots + \frac{K_i}{p + p_i} + \dots + \frac{K_n}{p + p_n}$$

$$\rightarrow (p + p_i) \frac{N(p)}{D(p)} = \frac{K_1(p + p_i)}{p + p_1} + \frac{K_2(p + p_i)}{p + p_2} + \dots + \frac{K_i(p + p_i)}{p + p_i} + \dots + \frac{K_n(p + p_i)}{p + p_n}$$

$$\rightarrow (p + p_i) \frac{N(p)}{D(p)} = \frac{K_1(p + p_i)}{p + p_1} + \frac{K_2(p + p_i)}{p + p_2} + \dots + K_i + \dots + \frac{K_n(p + p_i)}{p + p_n}$$

$$\rightarrow \left[(p + p_i) \frac{N(p)}{D(p)} \right]_{p=-p_i} = \left[\frac{K_1(p + p_i)}{p + p_1} + \frac{K_2(p + p_i)}{p + p_2} + \dots + K_i + \dots + \frac{K_n(p + p_i)}{p + p_n} \right]_{p=-p_i}$$

$$\rightarrow \left[(p + p_i) \frac{N(p)}{D(p)} \right]_{p=-p_i} = 0 + 0 + \dots + K_i + \dots + 0$$

$$\rightarrow K_i = \boxed{\left[(p + p_i) \frac{N(p)}{D(p)} \right]_{p=-p_i}}$$





Biến đổi ngược Laplace (4), nghiệm thực phân biệt

VD2

$$X(p) = \frac{25p^2 + 300p + 640}{p(p+4)(p+8)} = \frac{K_1}{p} + \frac{K_2}{p+4} + \frac{K_3}{p+8} = \frac{20}{p} + \frac{10}{p+4} - \frac{5}{p+8}$$

$$K_1 = \frac{25p^2 + 300p + 640}{\cancel{p}(p+4)(p+8)} \Big|_{p=0} = \frac{25 \cdot 0^2 + 300 \cdot 0 + 640}{(0+4)(0+8)} = 20$$

$$K_2 = \frac{25p^2 + 300p + 640}{p \cancel{(p+4)}(p+8)} \Big|_{p=-4} = \frac{25(-4)^2 + 300(-4) + 640}{(-4)(-4+8)} = 10$$

$$K_3 = \frac{25p^2 + 300p + 640}{p(p+4) \cancel{(p+8)}} \Big|_{p=-8} = \frac{25(-8)^2 + 300(-8) + 640}{(-8)(-8+4)} = -5$$

$$\rightarrow x(t) = 20 + 10e^{-4t} - 5e^{-8t}$$





Biến đổi ngược Laplace (5), nghiệm thực phân biệt

VD3

$$X(p) = \frac{20p + 120}{2p^2 + 8p + 6} = \frac{10p + 60}{p^2 + 4p + 3} = \frac{10p + 60}{(p+1)(p+3)} = \frac{K_1}{p+1} + \frac{K_2}{p+3}$$

$$K_1 = \frac{10p + 60}{\cancel{(p+1)}(p+3)} \Big|_{p=-1} = \frac{10(-1) + 60}{-1 + 3} = 25$$

$$K_2 = \frac{10p + 60}{(p+1)\cancel{(p+3)}} \Big|_{p=-3} = \frac{10(-3) + 60}{-3 + 1} = -15$$

$$\rightarrow \boxed{x(t) = 25e^{-t} - 15e^{-3t}}$$





Biến đổi ngược Laplace (6), nghiệm thực lặp

$$X(p) = \frac{N_1(p)}{[D_1(p)](p + p_1)^n} = \frac{K_{11}}{(p + p_1)} + \frac{K_{12}}{(p + p_1)^2} + \dots + \frac{K_{1n}}{(p + p_1)^n} + \dots$$

$$\left[(p + p_1)^n X(p) \right] \Big|_{p=-p_1} = K_{1n}$$

$$\left\{ \frac{d}{dp} [(p + p_1)^n X(p)] \right\} \Big|_{p=-p_1} = K_{1n-1}$$

$$\left\{ \frac{d^2}{dp^2} [(p + p_1)^n X(p)] \right\} \Big|_{p=-p_1} = (2!)K_{1n-2}$$

$$K_{1j} = \left\{ \frac{1}{(n-j)!} \frac{d^{n-j}}{dp^{n-j}} [(p + p_1)^n X(p)] \right\} \Big|_{p=-p_1}$$





Biến đổi ngược Laplace (7), nghiệm thực lập

VD4

$$X(p) = \frac{10p^2 + 34p + 27}{p(p+3)^2} = \frac{K_{11}}{p+3} + \frac{K_{12}}{(p+3)^2} + \frac{K_2}{p} = \frac{7}{p+3} - \frac{5}{(p+3)^2} + \frac{3}{p}$$

$$K_{12} = \left. \frac{10p^2 + 34p + 27}{p \cancel{(p+3)^2}} \right|_{p=-3} = -5$$

$$K_{11} = \left[\frac{d}{dp} \left(\frac{10p^2 + 34p + 27}{p \cancel{(p+3)^2}} \right) \right] \Big|_{p=-3} = \frac{p(20p + 34) - (10p^2 + 34p + 27)}{p^2} \Big|_{p=-3} = 7$$

$$K_2 = \left. \frac{10p^2 + 34p + 27}{\cancel{p}(p+3)^2} \right|_{p=0} = 3$$

$$\rightarrow x(t) = 3 + 7e^{-3t} - 5te^{-3t}$$





Biến đổi ngược Laplace (8), nghiệm thực lập

VD5

$$X(p) = \frac{5(p+3)}{(p+1)(p+2)^2} = \frac{K_{11}}{p+2} + \frac{K_{12}}{(p+2)^2} + \frac{K_2}{p+1} = \frac{-10}{p+2} - \frac{5}{(p+2)^2} + \frac{10}{p+1}$$

$$K_{12} = \left. \frac{5(p+3)}{(p+1)\cancel{(p+2)^2}} \right|_{p=-2} = -5$$

$$K_{11} = \left[\frac{d}{dp} \left(\frac{5(p+3)}{(p+1)\cancel{(p+2)^2}} \right) \right] \Big|_{p=-2} = \frac{(p+1)5 - (5p+15)}{(p+1)^2} \Big|_{p=-2} = -10$$

$$K_2 = \left. \frac{5(p+3)}{\cancel{(p+1)}(p+2)^2} \right|_{p=-1} = 10$$

$$\rightarrow \boxed{x(t) = 10e^{-t} - 10e^{-2t} - 5te^{-2t}}$$





Biến đổi ngược Laplace (9), nghiệm phức

$$X(p) = \frac{N_1(p)}{[D_1(p)](p + \alpha - j\beta)(p + \alpha + j\beta)} = \frac{K_1}{p + \alpha - j\beta} + \frac{K_1^*}{p + \alpha + j\beta} + \dots$$

$$\left[(p + \alpha - j\beta)X(p) \right] \Big|_{p = -\alpha + j\beta} = K_1 = |K_1| \underline{\theta}$$

$$K_1^* = |K_1| \underline{-\theta}$$

$$\rightarrow X(p) = \frac{|K_1| \underline{\theta}}{p + \alpha - j\beta} + \frac{|K_1| \underline{-\theta}}{p + \alpha + j\beta} + \dots = \frac{|K_1| e^{j\theta}}{p + \alpha - j\beta} + \frac{|K_1| e^{-j\theta}}{p + \alpha + j\beta} + \dots$$

$$\rightarrow x(t) = |K_1| e^{j\theta} e^{-(\alpha - j\beta)t} + |K_1| e^{-j\theta} e^{-(\alpha + j\beta)t} + \dots = |K_1| e^{-\alpha t} \left[e^{j(\beta t + \theta)} + e^{-j(\beta t + \theta)} \right] + \dots$$

$e^{j\phi} = \cos \phi + j \sin \phi$

$$\rightarrow x(t) = |K_1| e^{-\alpha t} \left[\cos(\beta t + \theta) + j \sin(\beta t + \theta) + \cos(-\beta t - \theta) + j \sin(-\beta t - \theta) \right] + \dots$$

$$= \boxed{2|K_1| e^{-\alpha t} \cos(\beta t + \theta) + \dots}$$





Biến đổi ngược Laplace (10), nghiệm phức

VD6

$$X(p) = \frac{4p^2 + 76p}{(p+2)(p^2 + 6p + 25)} = \frac{K_1}{p+3-j4} + \frac{K_2}{p+3+j4} + \frac{K_3}{p+2}$$

$$= \frac{10 \angle -53,1^\circ}{p+3-j4} + \frac{10 \angle 53,1^\circ}{p+3+j4} - \frac{8}{p+2}$$

$$K_1 = \frac{4p^2 + 76p}{(p+2)\cancel{(p+3-j4)}(p+3+j4)} \Big|_{p=-3+j4} = 10 \angle -53,1^\circ$$

$$K_3 = \frac{4p^2 + 76p}{\cancel{(p+2)}(p^2 + 6p + 25)} \Big|_{p=-2} = -8$$

$$\rightarrow x(t) = 2 \cdot 10 e^{-3t} \cos(4t - 53,1^\circ) - 8 e^{-2t} = 20 e^{-3t} \cos(4t - 53,1^\circ) - 8 e^{-2t}$$



Biến đổi ngược Laplace (11), nghiệm phức

VD7

$$X(p) = \frac{5(p+2)}{p(p^2+4p+5)} = \frac{K_1}{p+2-j} + \frac{K_2}{p+2+j} + \frac{K_3}{p}$$

$$= \frac{1,12 / -153,4^\circ}{p+2-j} + \frac{1,12 / 153,4^\circ}{p+2+j} + \frac{2}{p}$$

$$K_1 = \left. \frac{5(p+2)}{p \cancel{(p+2-j)} (p+2+j)} \right|_{p=-2+j} = 1,12 / -153,4^\circ$$

$$K_3 = \left. \frac{5(p+2)}{\cancel{p} (p^2+4p+5)} \right|_{p=0} = 2$$

$$\rightarrow x(t) = 2 \cdot 1,12 e^{-2t} \cos(t - 153,4^\circ) + 2 = \boxed{2 + 2,24 e^{-2t} \cos(t - 153,4^\circ)}$$



Biến đổi ngược Laplace (12)

$$\frac{K}{p+a} \longleftrightarrow Ke^{-at}$$

$$\frac{K}{(p+a)^2} \longleftrightarrow Kte^{-at}$$

$$\frac{K/\theta}{p+\alpha-j\beta} + \frac{K/-\theta}{p+\alpha+j\beta} \longleftrightarrow 2Ke^{-\alpha t} \cos(\beta t + \theta)$$





Lý thuyết mạch II

I. Quá trình quá độ

1. Giới thiệu
2. Sơ kiện
3. Phương pháp tích phân kinh điển
- 4. Phương pháp toán tử**
 - a) Biến đổi thuận Laplace
 - b) Biến đổi ngược Laplace
 - c) Sơ đồ toán tử**
 - d) Giải bài toán quá độ bằng phương pháp toán tử

II. Mạch phi tuyến

III. Đường dây dài



Sơ đồ toán tử (1)

VD1

$E = 12 \text{ VDC}; R_1 = 20 \text{ } \Omega; R_2 = 45 \text{ } \Omega; L = 20 \text{ mH};$
 $C = 4 \text{ mF}$. Tính dòng quá độ?

$$i_L(-0) = 0,18 \text{ A}; u_C(-0) = 8,31 \text{ V}$$

Chế độ mới:

$$R_1 i + Li' + u_C = E \leftrightarrow L[R_1 i + Li' + u_C] = L[E]$$

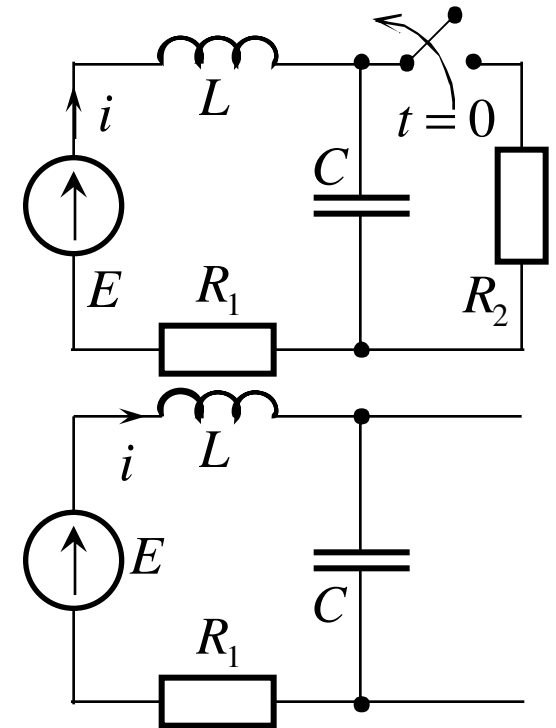
$$\rightarrow L[R_1 i] + L[Li'] + L[u_C] = L[E]$$

$$i \leftrightarrow I(p)$$

$$R_1 i \leftrightarrow R_1 I(p)$$

$$x'(t) \leftrightarrow pX(p) - x(-0) \rightarrow i' \leftrightarrow pI(p) - i_L(-0) \rightarrow Li' \leftrightarrow pI(p) - i_L(-0)$$

$$i = Cu'_C \leftrightarrow I(p) = C[pU_C(p) - u_C(-0)] \rightarrow U_C(p) = \frac{I(p)}{Cp} + \frac{u_C(-0)}{p}$$



Sơ đồ toán tử (2)

VD1

$E = 12 \text{ VDC}; R_1 = 20 \text{ } \Omega; R_2 = 45 \text{ } \Omega; L = 20 \text{ mH};$
 $C = 4 \text{ mF}$. Tính dòng quá độ?

$$i_L(-0) = 0,18 \text{ A}; u_C(-0) = 8,31 \text{ V}$$

$$R_1 i + Li' + u_C = E$$

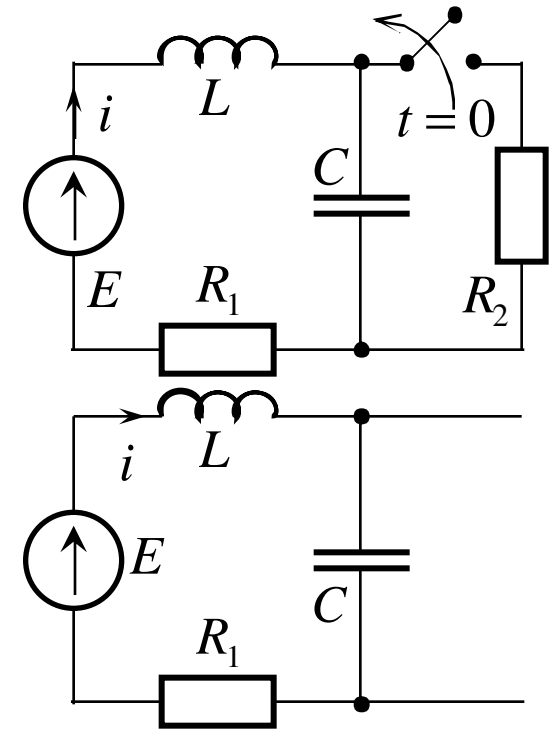
$$E \leftrightarrow \frac{E}{p}$$

$$R_1 i \leftrightarrow R_1 I(p)$$

$$Li' \leftrightarrow pI(p) - i_L(-0)$$

$$u_C \leftrightarrow \frac{I(p)}{Cp} + \frac{u_C(-0)}{p}$$

$$\rightarrow R_1 I(p) + LpI(p) - Li_L(-0) + \frac{I(p)}{Cp} + \frac{u_C(-0)}{p} = \frac{E}{p}$$



Sơ đồ toán tử (3)

VD1

$E = 12 \text{ VDC}; R_1 = 20 \text{ } \Omega; R_2 = 45 \text{ } \Omega; L = 20 \text{ mH};$
 $C = 4 \text{ mF}$. Tính dòng quá độ?

$$i_L(-0) = 0,18 \text{ A}; u_C(-0) = 8,31 \text{ V}$$

$$R_1 i + Li' + u_C = E$$

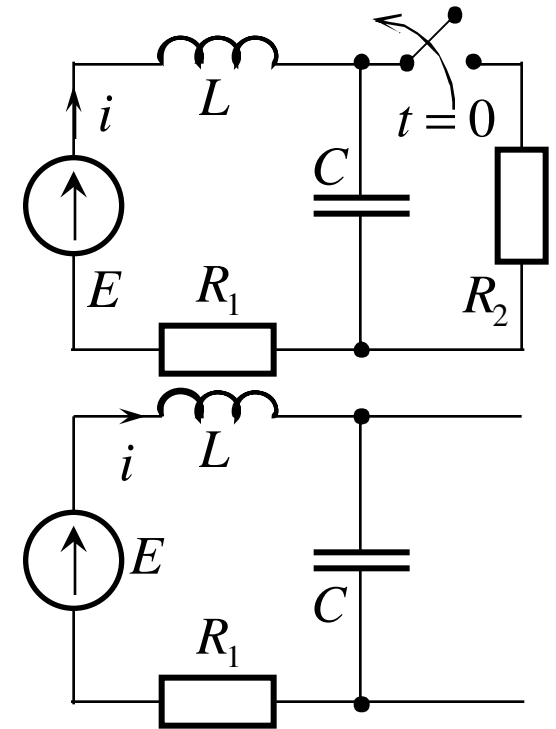


$$R_1 I(p) + LpI(p) - Li_L(-0) + \frac{I(p)}{Cp} + \frac{u_C(-0)}{p} = \frac{E}{p}$$

$$\rightarrow \left(R_1 + Lp + \frac{1}{Cp} \right) I(p) = \frac{E}{p} + Li_L(-0) - \frac{u_C(-0)}{p}$$

$$\rightarrow \left(20 + 20 \cdot 10^{-3} p + \frac{1}{4 \cdot 10^{-3} p} \right) I(p) = \frac{12}{p} + 20 \cdot 10^{-3} \cdot 0,18 - \frac{8,31}{p}$$

$$\rightarrow I(p) = \frac{9p + 9225}{50(p^2 + 1000p + 12500)} \text{ A} \rightarrow \boxed{i(t) = -0,0023e^{-987,3t} + 0,1823e^{-12,66t} \text{ A}}$$



Sơ đồ toán tử (4)

$$R_1 i + Li' + u_C = E$$

$$R_1 i \leftrightarrow R_1 I(p)$$

$$Li' \leftrightarrow L[pI(p) - i_L(-0)]$$

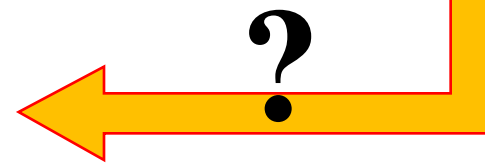
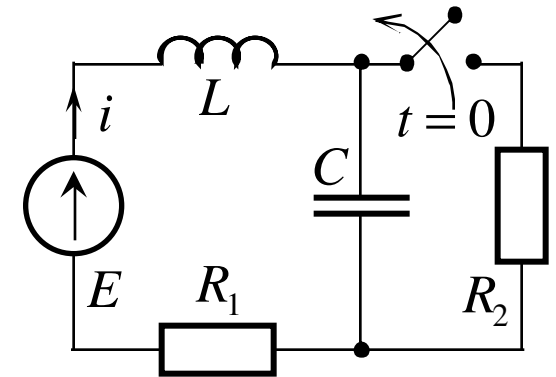
$$u_C \leftrightarrow \frac{I(p)}{Cp} + \frac{u_C(-0)}{p}$$

$$\left(R_1 + Lp + \frac{1}{Cp} \right) I(p) = \frac{E}{p} + Li_L(0) - \frac{u_C(0)}{p}$$

$$I(p) = \frac{9p + 9225}{50(p^2 + 1000p + 12500)} \text{ A}$$

Biến đổi ngược Laplace

$$i(t) = -0,0023e^{-987,3t} + 0,1823e^{-12,66t} \text{ A}$$



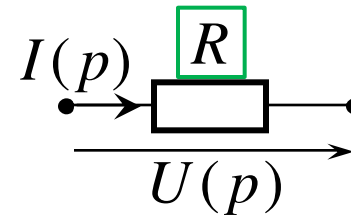
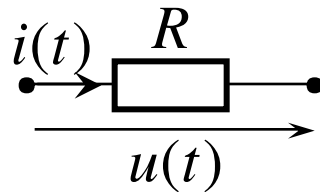
Sơ đồ toán tử



Sơ đồ toán tử (5)

Miền thời gian

Miền toán tử



$$\left. \begin{array}{l} u(t) = Ri(t) \\ Ax(t) \rightarrow AX(p) \end{array} \right\}$$

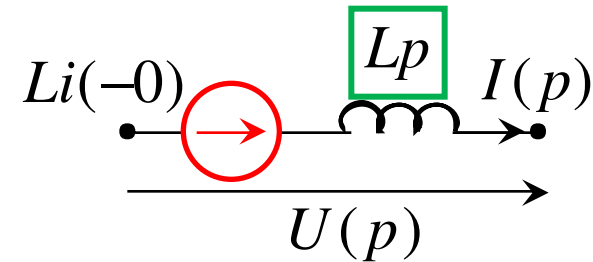
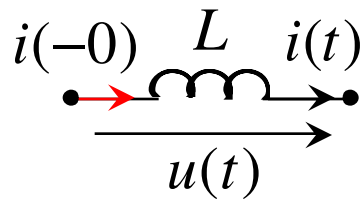
$$\rightarrow U(p) = RI(p)$$



Sơ đồ toán tử (6)

Miền thời gian

Miền toán tử



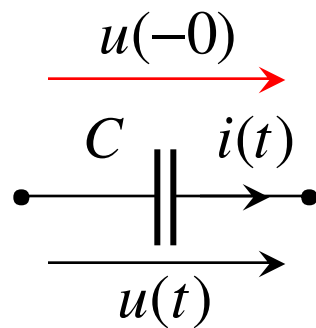
$$\left. \begin{aligned} u(t) &= Li'(t) \\ Ax'(t) &\rightarrow A[pX(p) - x(-0)] \end{aligned} \right\}$$

$$\begin{aligned} \rightarrow U(p) &= L[pI(p) - i(-0)] \\ &= LpI(p) - Li(-0) \end{aligned}$$



Sơ đồ toán tử (7)

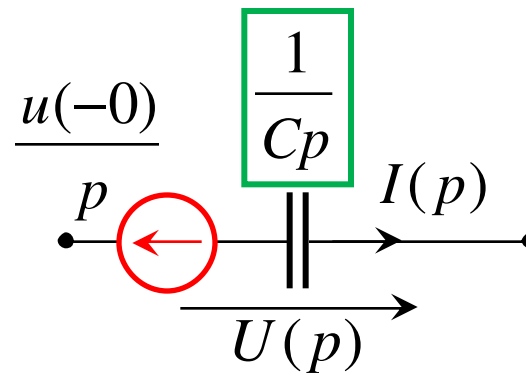
Miền thời gian



$$i(t) = Cu'(t)$$

$$Ax'(t) \rightarrow A[pX(p) - x(-0)]$$

Miền toán tử



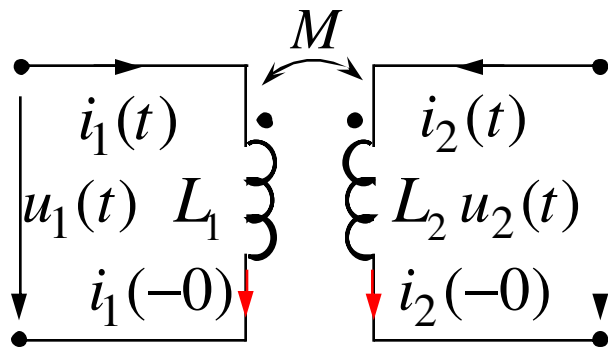
$$\rightarrow I(p) = C[pU(p) - u(-0)]$$

$$\rightarrow U(p) = \frac{1}{Cp} I(p) + \frac{u(-0)}{p}$$



Sơ đồ toán tử (8)

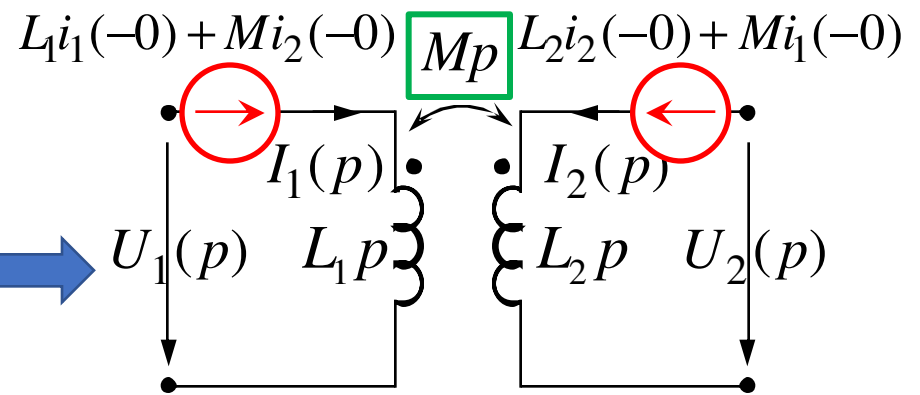
Miền thời gian



$$u_1(t) = L_1 i_1'(t) + M i_2'(t)$$

$$u_2(t) = L_2 i_2'(t) + M i_1'(t)$$

Miền toán tử

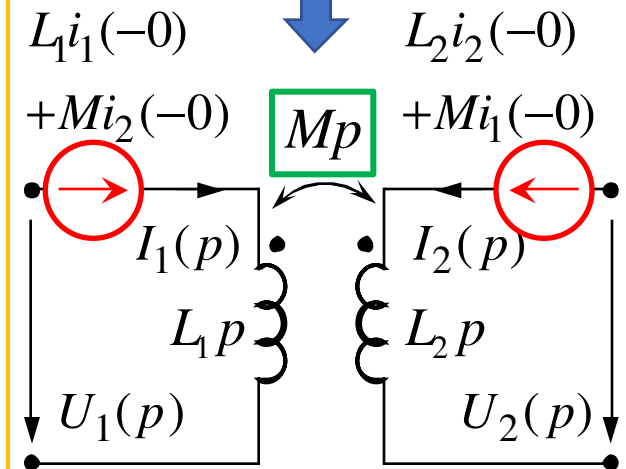
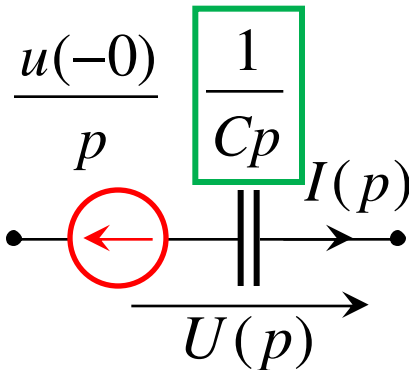
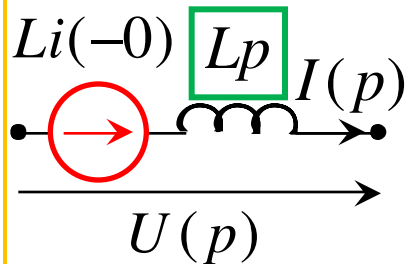
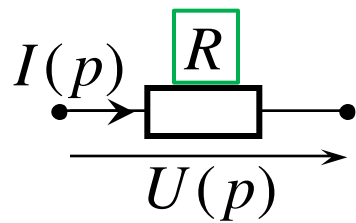
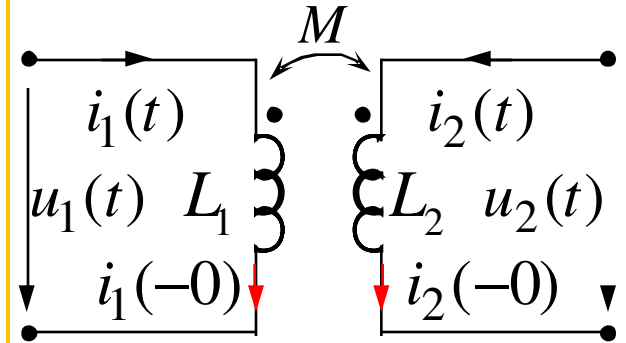
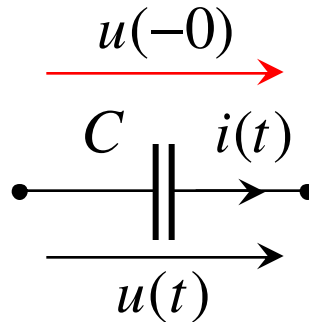
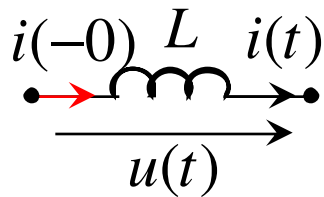
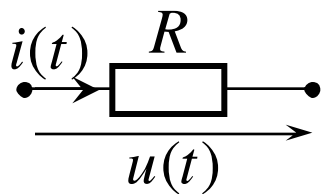


$$\rightarrow U_1(p) = pL_1 I_1(p) - L_1 i_1(-0) + pM I_2(p) - M i_2(-0)$$

$$\rightarrow U_2(p) = pL_2 I_2(p) - L_2 i_2(-0) + pM I_1(p) - M i_1(-0)$$

Sơ đồ toán tử (9)

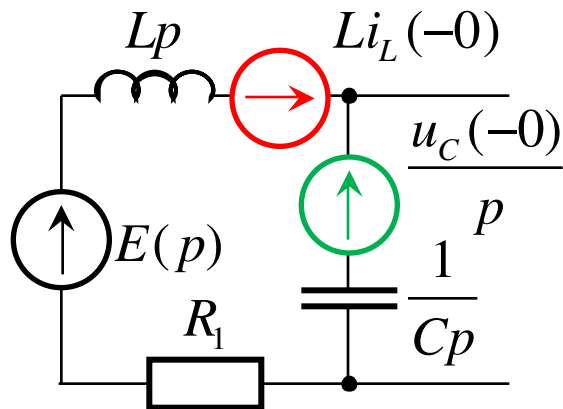
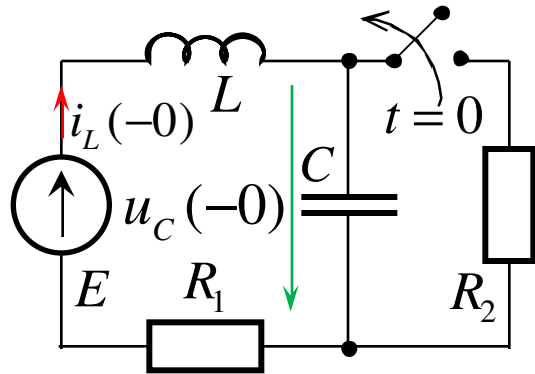
Miền thời gian



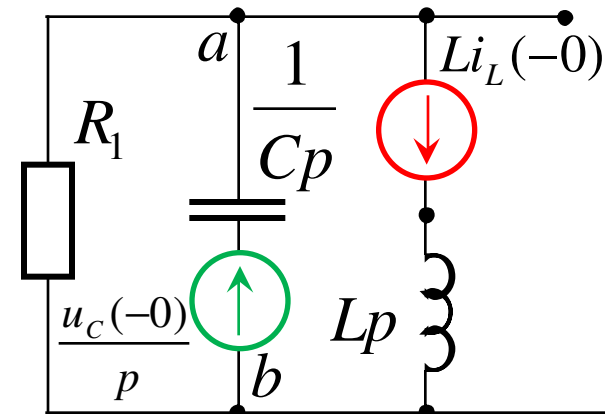
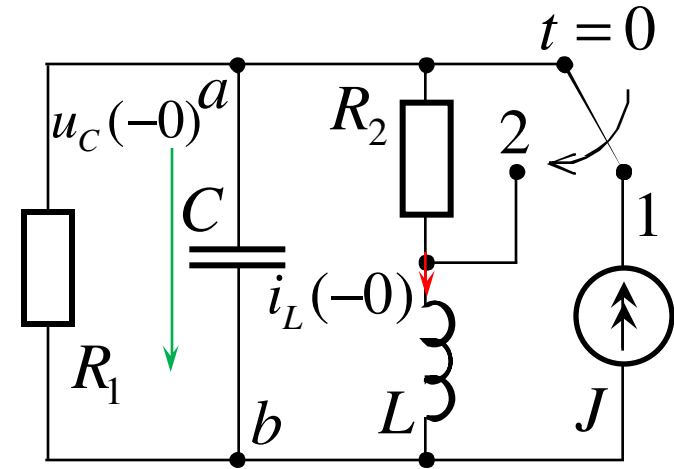
Miền toán tử

Sơ đồ toán tử (10)

VD1



VD2





Sơ đồ toán tử (11)

	Tổng quát	Một chiều	Xoay chiều	Quá độ
	$u = Ri$	$u = Ri$	$\dot{U} = R\dot{I}$	$U(p) = RI(p)$
	$u = Li'$	$u = 0$	$\dot{U} = j\omega LI$	$U(p) = LpI(p) - Li(-0)$
	$i = Cu'$	$i = 0$	$\dot{U} = \frac{1}{j\omega C} \dot{I}$	$U(p) = \frac{I(p)}{Cp} + \frac{u(-0)}{p}$





Lý thuyết mạch II

I. Quá trình quá độ

1. Giới thiệu
2. Sơ kiện
3. Phương pháp tích phân kinh điển
- 4. Phương pháp toán tử**
 - a) Biến đổi thuận Laplace
 - b) Biến đổi ngược Laplace
 - c) Sơ đồ toán tử
 - d) Giải bài toán quá độ bằng phương pháp toán tử**

II. Mạch phi tuyến

III. Đường dây dài

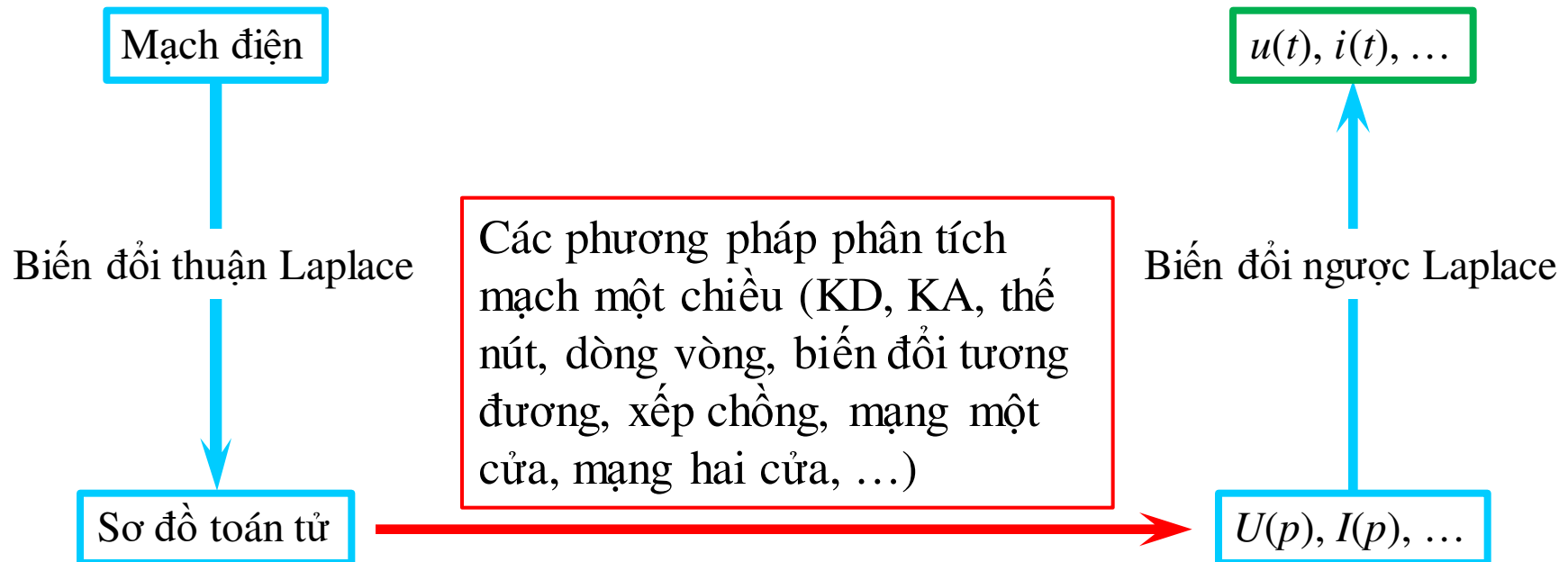


Giải bài toán quá độ bằng phương pháp toán tử (1)

$$\text{KD/KA: } x_1(t) + x_2(t) + \dots + x_n(t) = 0$$



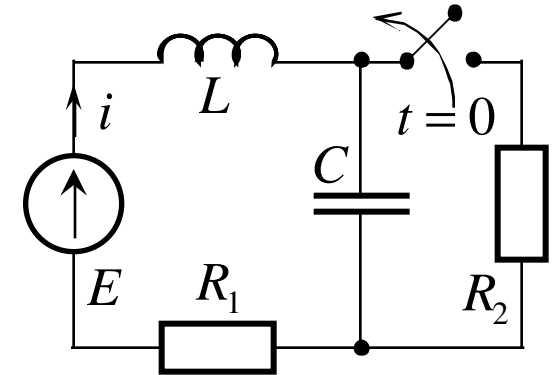
$$\text{KD/KA: } X_1(p) + X_2(p) + \dots + X_n(p) = 0$$



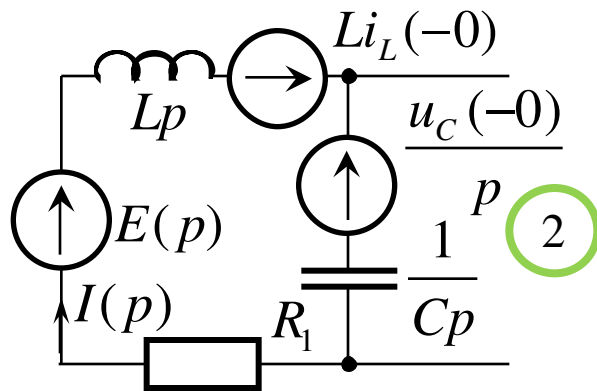
Giải bài toán quá độ bằng phương pháp toán tử (2)

VD1

$E = 12 \text{ VDC}; R_1 = 20 \ \Omega; R_2 = 45 \ \Omega; L = 20 \text{ mH};$
 $C = 4 \text{ mF}$. Tính dòng quá độ?



$$i_L(-0) = 0,18 \text{ A}; u_C(-0) = 8,31 \text{ V} \quad (1)$$



1. Tính $i_L(-0)$ & $u_C(-0)$ khi khóa ở vị trí **cũ**,
2. Toán tử hoá sơ đồ mạch điện khi khóa ở vị trí **mới** (sơ đồ toán tử),
3. Giải sơ đồ toán tử (bằng một trong số các phương pháp giải mạch một chiều) để tìm thông số $X(p)$,
4. Tìm gốc thời gian $x(t)$ từ ảnh $X(p)$.

$$I(p) = \frac{\frac{E}{p} + Li_L(-0) - \frac{u_C(-0)}{p}}{R_1 + Lp + \frac{1}{Cp}} = \frac{0,18p + 184,50}{p^2 + 1000p + 12500} \text{ A} \quad (3)$$

$$\rightarrow i(t) = -0,0023e^{-987,3t} + 0,1823e^{-12,66t} \text{ A} \quad (4)$$

Giải bài toán quá độ bằng phương pháp toán tử (3)

VD2

$E_1 = 120 \text{ V}; E_2 = 40 \text{ V}; R_1 = 10 \Omega; R_2 = 20 \Omega; R_3 = 30 \Omega;$
 $L = 1 \text{ H}; C = 1 \text{ mF}$. Tính $u_C(t)$?

$i_L(-0) = 3 \text{ A}; u_C(-0) = 30 \text{ V}$

Cách 1

$a: I_1(p) + I_2(p) - I_3(p) = 0$

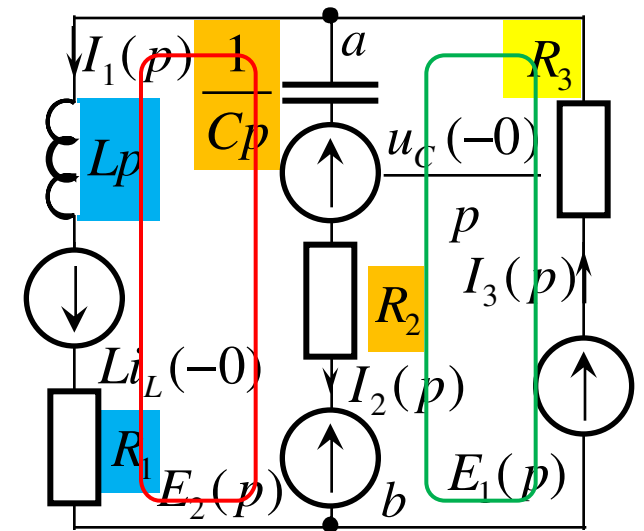
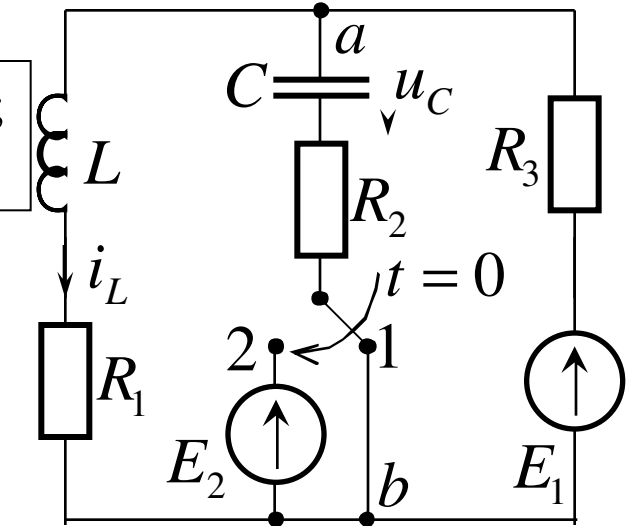
$$(R_1 + Lp)I_1(p) - \left(R_2 + \frac{1}{Cp}\right)I_2(p) = \frac{E_2}{p} + \frac{u_C(-0)}{p} + Li_L(-0)$$

$$\left(R_2 + \frac{1}{Cp}\right)I_2(p) + R_3I_3(p) = \frac{E_1}{p} - \frac{u_C(-0)}{p} - \frac{E_2}{p}$$

$$\rightarrow I_2(p) = -\frac{4(p+40)}{5(p^2+42p+800)} \text{ A}$$

$$\rightarrow U_C(p) = \frac{I_2(p)}{Cp} + \frac{u_C(-0)}{p} = \frac{10(3p^2+46p-800)}{p(p^2+42p+800)} \text{ V}$$

$$\rightarrow u_C(t) = -10 + e^{-21t} (40,00 \cos 18,95t + 2,11 \sin 18,95t) \text{ V}$$



Giải bài toán quá độ bằng phương pháp toán tử (4)

VD2

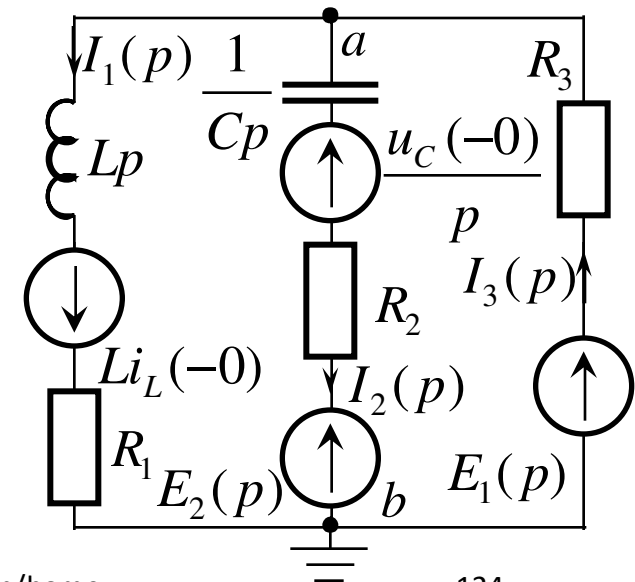
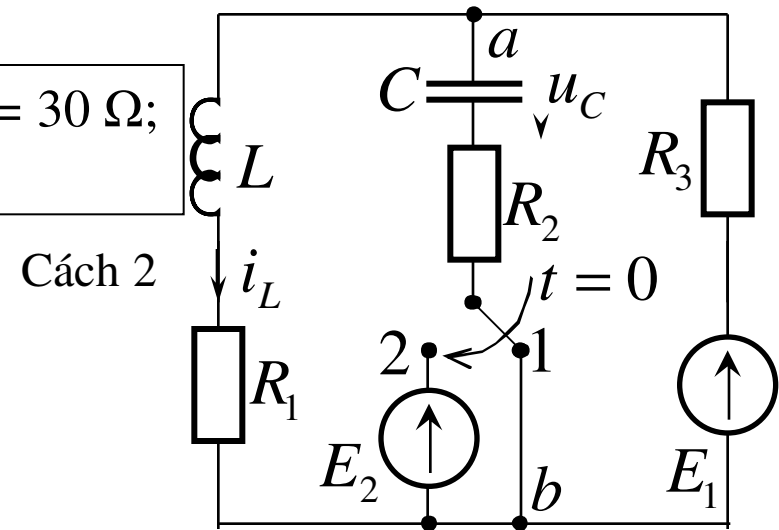
$E_1 = 120 \text{ V}; E_2 = 40 \text{ V}; R_1 = 10 \Omega; R_2 = 20 \Omega; R_3 = 30 \Omega;$
 $L = 1 \text{ H}; C = 1 \text{ mF}$. Tính $u_C(t)$?

$i_L(-0) = 3 \text{ A}; u_C(-0) = 30 \text{ V}$

$$\varphi_a(p) = \frac{\frac{-Li_L(-0)}{R_1 + Lp} + \frac{E_2 + \frac{u_C(-0)}{p}}{R_2 + \frac{1}{Cp}} + \frac{E_1}{R_3}}{\frac{1}{R_1 + Lp} + \frac{1}{R_2 + \frac{1}{Cp}} + \frac{1}{R_3}}$$

$$= \frac{54p^2 + 1500p + 24000}{p(p^2 + 42p + 800)} \text{ V}$$

$$\rightarrow I_2(p) = \frac{\varphi_a(p) - \frac{E_2}{p} - \frac{u_C(-0)}{p}}{R_2 + 1/(Cp)} = -\frac{4(p + 40)}{5(p^2 + 42p + 800)} \text{ A}$$





Giải bài toán quá độ bằng phương pháp toán tử (5)

VD2

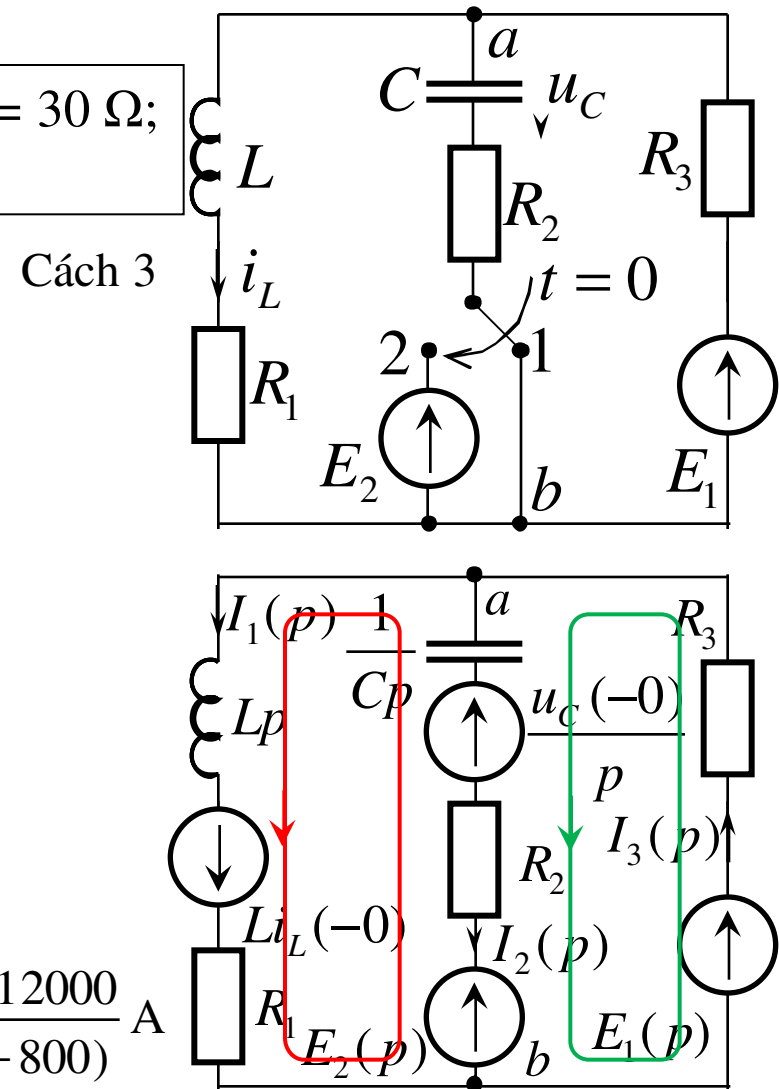
$E_1 = 120 \text{ V}; E_2 = 40 \text{ V}; R_1 = 10 \Omega; R_2 = 20 \Omega; R_3 = 30 \Omega;$
 $L = 1 \text{ H}; C = 1 \text{ mF}$. Tính $u_C(t)$?

$i_L(-0) = 3 \text{ A}; u_C(-0) = 30 \text{ V}$

$$\left(R_1 + Lp + R_2 + \frac{1}{Cp} \right) I_d(p) - \left(R_2 + \frac{1}{Cp} \right) I_x(p) = Li_L(-0) + \frac{E_2}{p} + \frac{u_C(-0)}{p}$$

$$-\left(R_2 + \frac{1}{Cp} \right) I_d(p) + \left(R_2 + R_3 + \frac{1}{Cp} \right) I_x(p) = \frac{E_1}{p} - \frac{E_2}{p} - \frac{u_C(-0)}{p}$$

$$\rightarrow I_d(p) = \frac{3(p^2 + 50p + 800)}{p(p^2 + 42p + 800)} \text{ A}; I_x(p) = \frac{11p^2 + 590p + 12000}{5p(p^2 + 42p + 800)} \text{ A}$$



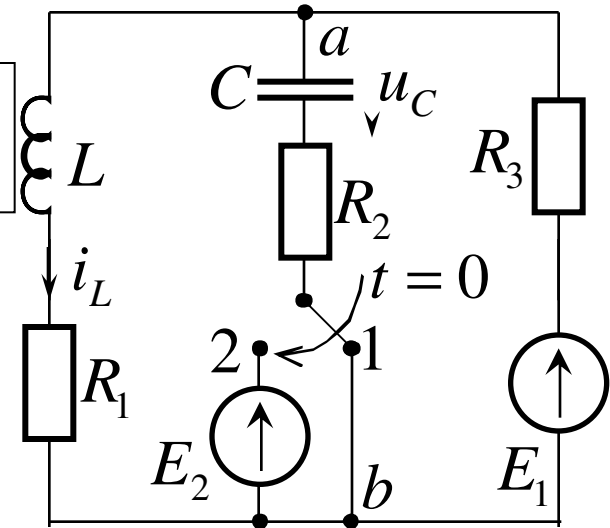
Giải bài toán quá độ bằng phương pháp toán tử (6)

VD2

$E_1 = 120 \text{ V}; E_2 = 40 \text{ V}; R_1 = 10 \Omega; R_2 = 20 \Omega; R_3 = 30 \Omega;$
 $L = 1 \text{ H}; C = 1 \text{ mF}$. Tính $u_C(t)$?

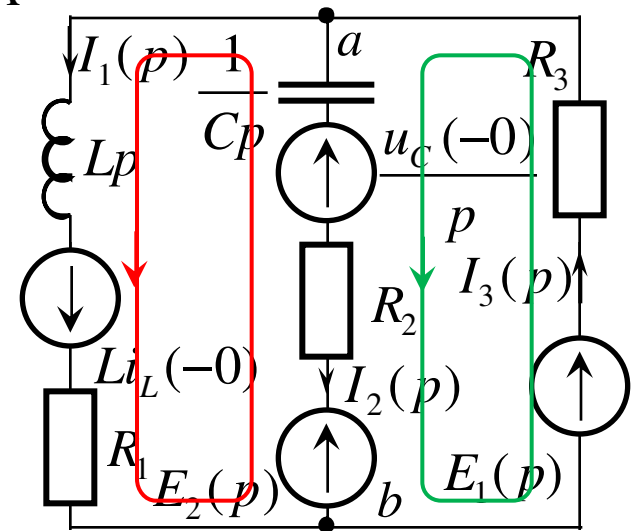
$i_L(-0) = 3 \text{ A}; u_C(-0) = 30 \text{ V}$

Cách 3



$$I_d(p) = \frac{3(p^2 + 50p + 800)}{p(p^2 + 42p + 800)} \text{ A}; I_x(p) = \frac{11p^2 + 590p + 12000}{5p(p^2 + 42p + 800)} \text{ A}$$

$$\rightarrow I_2(p) = I_x(p) - I_d(p) = -\frac{4(p + 40)}{5(p^2 + 42p + 800)} \text{ A}$$



Giải bài toán quá độ bằng phương pháp toán tử (7)

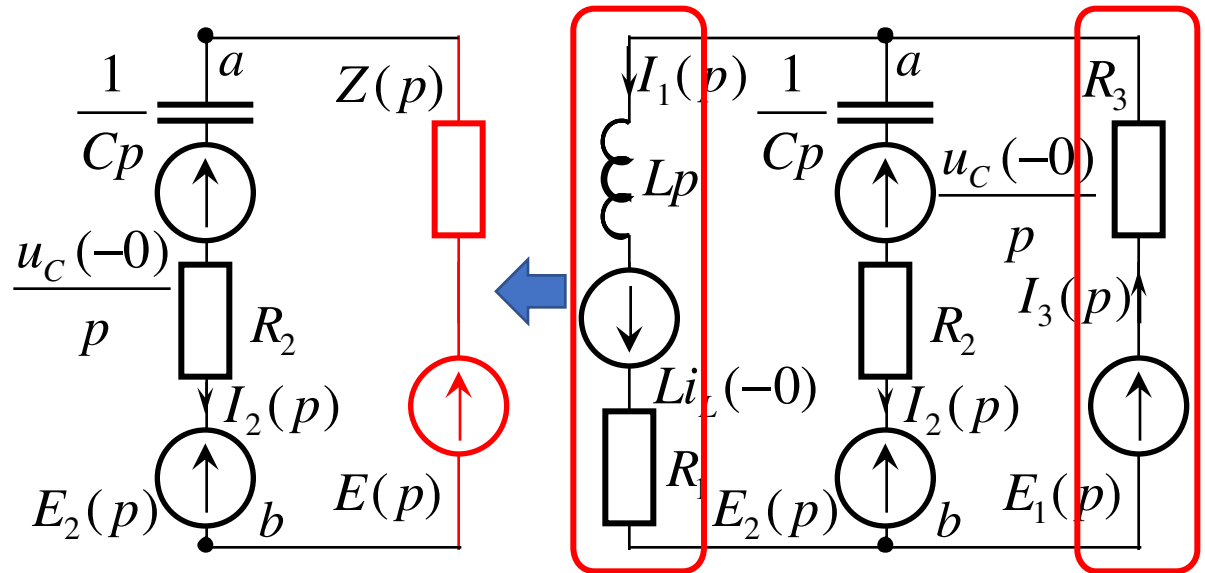
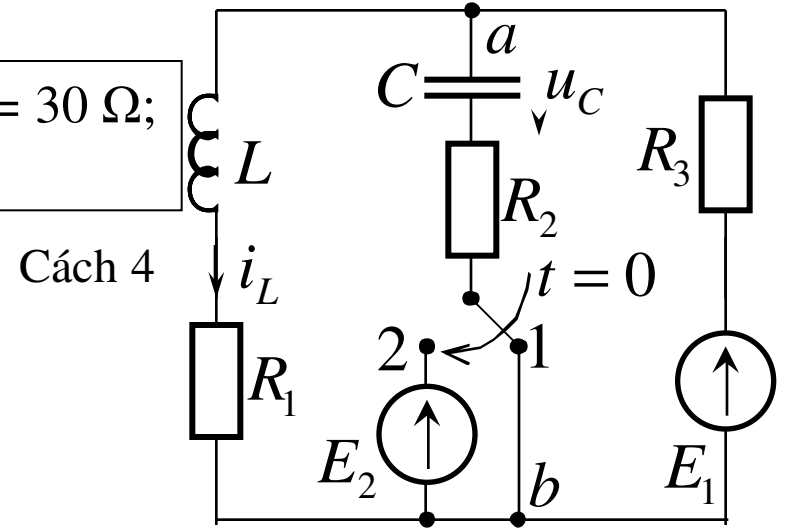
VD2

$E_1 = 120 \text{ V}; E_2 = 40 \text{ V}; R_1 = 10 \text{ } \Omega; R_2 = 20 \text{ } \Omega; R_3 = 30 \text{ } \Omega;$
 $L = 1 \text{ H}; C = 1 \text{ mF}$. Tính $u_C(t)$?

$i_L(-0) = 3 \text{ A}; u_C(-0) = 30 \text{ V}$

$$E(p) = \frac{\frac{-Li_L(-0)}{R_1 + Lp} + \frac{E_1}{R_3}}{\frac{1}{R_1 + Lp} + \frac{1}{R_3}} = \frac{30}{p} \text{ V}$$

$$Z(p) = \frac{(R_1 + Lp)R_3}{R_1 + Lp + R_3} = \frac{30p + 300}{p + 40} \text{ } \Omega$$



Giải bài toán quá độ bằng phương pháp toán tử (8)

VD2

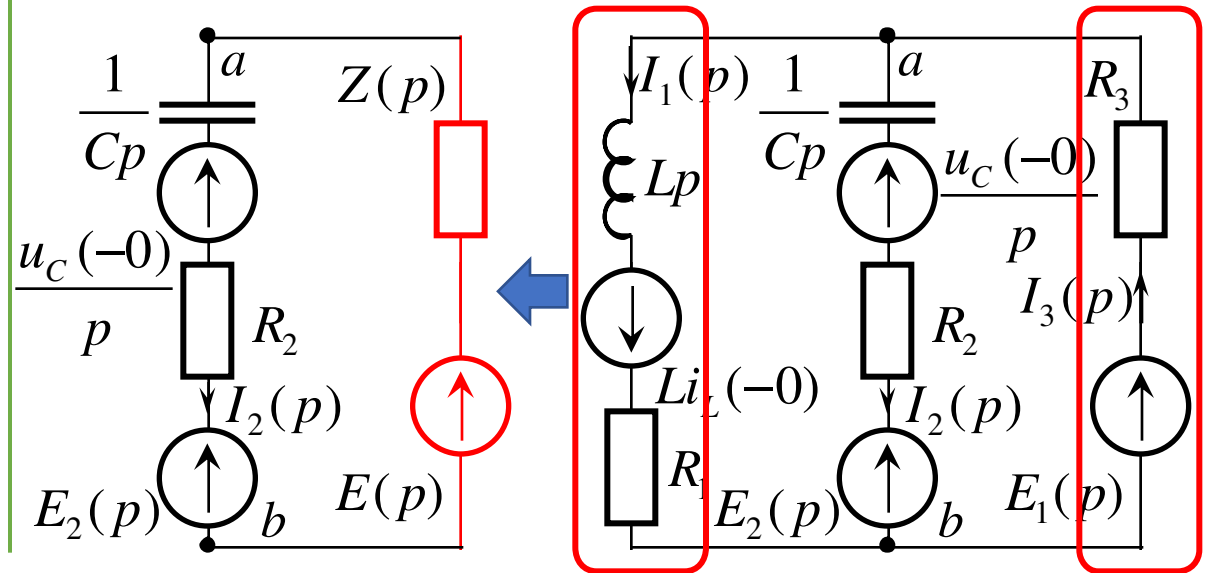
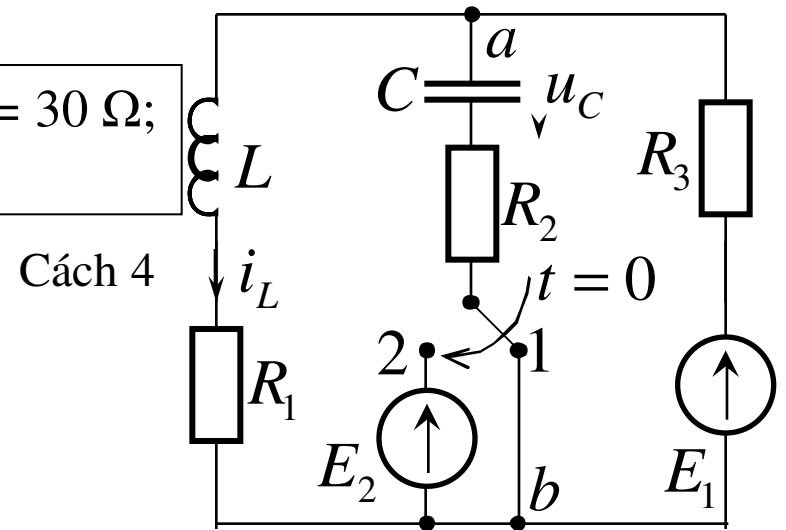
$E_1 = 120 \text{ V}; E_2 = 40 \text{ V}; R_1 = 10 \Omega; R_2 = 20 \Omega; R_3 = 30 \Omega;$
 $L = 1 \text{ H}; C = 1 \text{ mF}$. Tính $u_C(t)$?

$$i_L(-0) = 3 \text{ A}; u_C(-0) = 30 \text{ V}$$

$$E(p) = \frac{30}{p} \text{ V}; Z(p) = \frac{30p + 300}{p + 40} \Omega$$

$$I_2(p) = \frac{E(p) - E_2(p) - \frac{u_C(-0)}{p}}{R_2 + Z(p) + \frac{1}{Cp}}$$

$$= -\frac{4(p + 40)}{5(p^2 + 42p + 800)} \text{ A}$$



Giải bài toán quá độ bằng phương pháp toán tử (8)

VD3

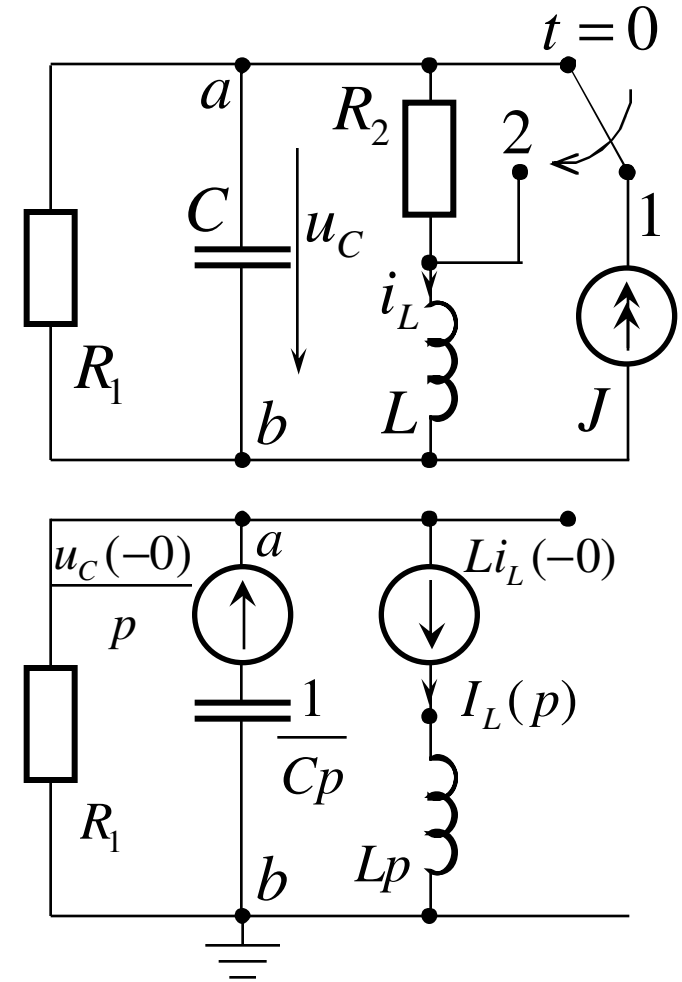
$J = 5 \text{ A (DC)}$; $R_1 = 10 \ \Omega$; $R_2 = 20 \ \Omega$; $L = 2 \text{ H}$;
 $C = 5 \text{ mF}$. Tính $i_L(t)$?

$$i_L(-0) = 1,67 \text{ A}; \quad u_C(-0) = 33,33 \text{ V}$$

$$\varphi_a(p) = \frac{\frac{u_C(-0)/p}{R_1} - \frac{Li_L(-0)}{1/(Cp)}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{1/(Cp)} + \frac{1}{Lp}} = \frac{33,33p - 333,34}{(p+10)^2} \text{ V}$$

$$I_L(p) = \frac{Li_L(-0) + \varphi_a(p)}{Lp} = \frac{1,67p + 50}{(p+10)^2} \text{ A}$$

$$\rightarrow i_L(t) = (1,67 + 33,33t)e^{-10t} \text{ A}$$



Giải bài toán quá độ bằng phương pháp toán tử (9)

VD4

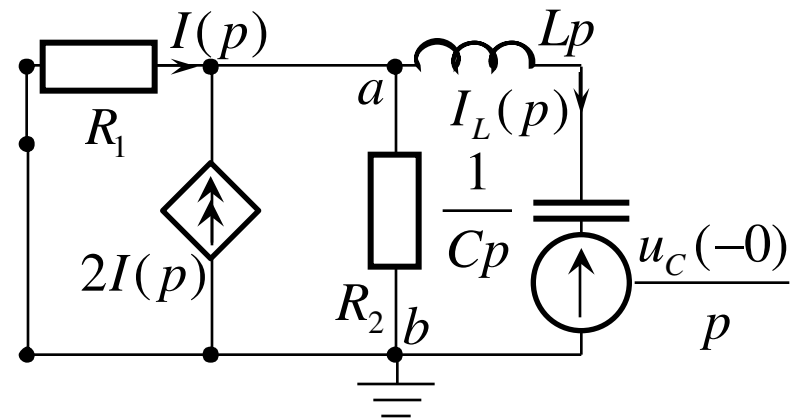
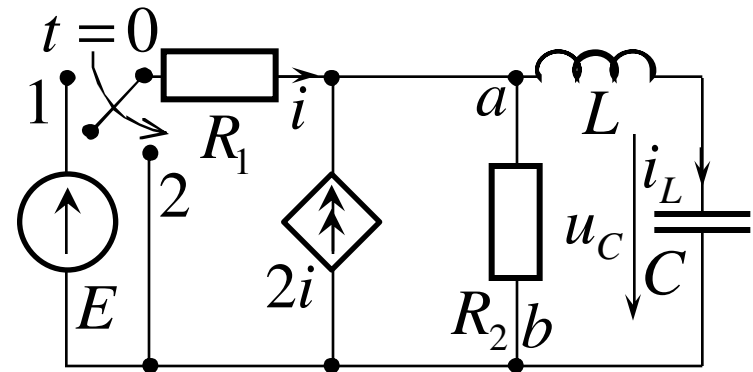
$E = 12 \text{ VDC}; R_1 = 6 \Omega; R_2 = 3 \Omega; L = 2 \text{ H};$
 $C = 5 \text{ mF}$. Tính $u_C(t)$?

$i_L(-0) = 0; u_C(-0) = 7,2 \text{ V}$

$$\left\{ \begin{aligned} \varphi_a(p) &= \frac{2I(p) + \frac{u_C(-0)/p}{Lp + 1/(Cp)}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{Lp + 1/(Cp)}} \\ I(p) &= -\frac{\varphi_a(p)}{R_1} \end{aligned} \right.$$

$$\rightarrow \varphi_a(p) = \frac{108}{25p^2 + 15p + 2500} \text{ V}$$

$$\rightarrow I_L(p) = \frac{\varphi_a(p) - u_C(-0)/p}{Lp + 1/(Cp)} = \frac{-18}{5p^2 + 3p + 500} \text{ A}$$



Giải bài toán quá độ bằng phương pháp toán tử (10)

VD4

$E = 12 \text{ VDC}; R_1 = 6 \Omega; R_2 = 3 \Omega; L = 2 \text{ H};$
 $C = 5 \text{ mF}$. Tính $u_C(t)$?

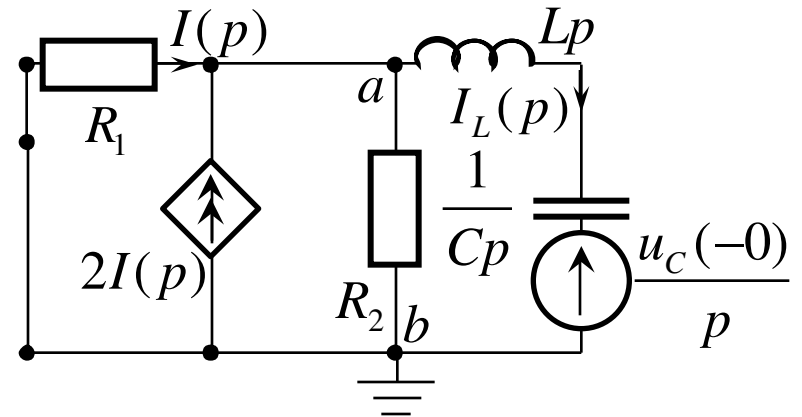
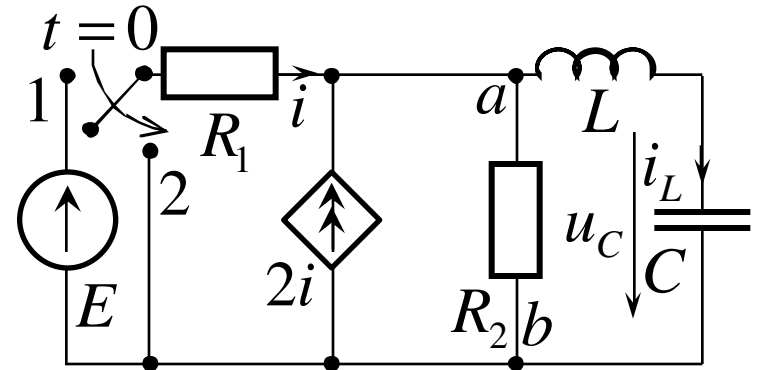
$$i_L(-0) = 0; u_C(-0) = 7,2 \text{ V}$$

$$I_L(p) = \frac{-18}{5p^2 + 3p + 500} \text{ A}$$

$$U_C(p) = \frac{1}{Cp} I_L(p) + \frac{u_C(-0)}{p}$$

$$= \frac{7,2p + 4,32}{p^2 + 0,60p + 100} \text{ V}$$

$$\rightarrow u_C(t) = 7,2e^{-0,30t} \cos(10t - 1,72^\circ) \text{ V}$$



Giải bài toán quá độ bằng phương pháp toán tử (11)

VD5

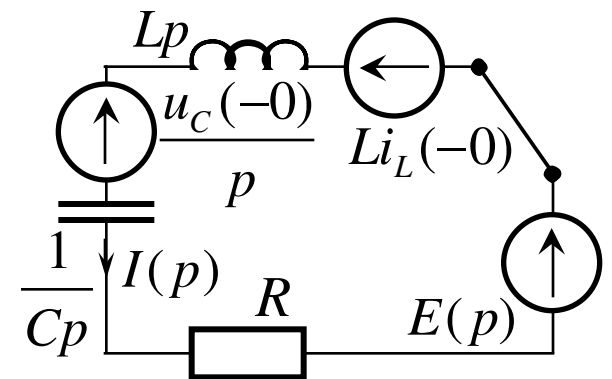
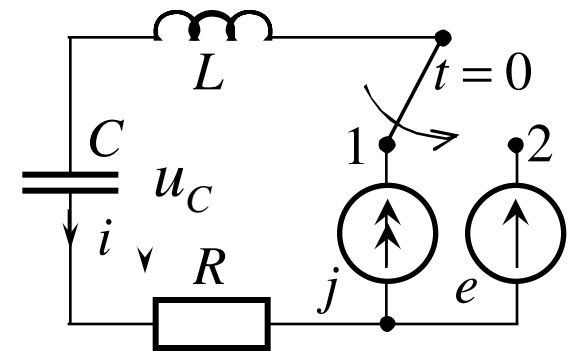
$e = 60 \sin 100t$ V; $j = 5 \sin(100t + 30^\circ)$ A; $R = 20 \ \Omega$;
 $L = 0,2$ H; $C = 0,4$ mF. Tính $i(t)$?

$$i_L(0) = 2,5 \text{ A}; \quad u_C(0) = -108,25 \text{ V}$$

$$I(p) = \frac{\frac{60 \cdot 100}{p^2 + 100^2} + Li_L(-0) - \frac{u_C(-0)}{p}}{R + Lp + \frac{1}{Cp}}$$

$$= \frac{1,25(2p^3 + 433p^2 + 44000p + 4330000)}{(p^2 + 10^4)(p^2 + 100p + 12500)} \text{ A}$$

$$\rightarrow i(t) = 2,91 \sin(100t + 14,04^\circ) + 2,05 e^{-50t} \cos(100t - 28,8^\circ) \text{ A}$$



Giải bài toán quá độ bằng phương pháp toán tử (12)

VD6

$E = 120 \text{ V}; J = 5.1(t) \text{ A}; R_1 = 10 \ \Omega; R_2 = 20 \ \Omega; R_3 = 30 \ \Omega;$
 $L = 0,2 \text{ H}; C = 0,4 \text{ mF}$. Tính $i_L(t)$?

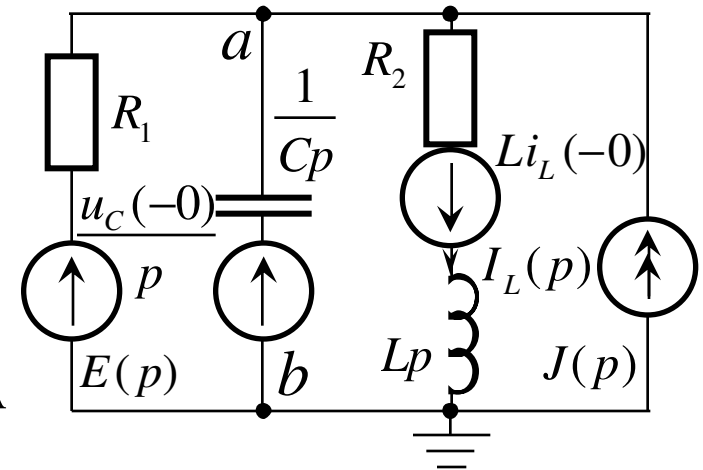
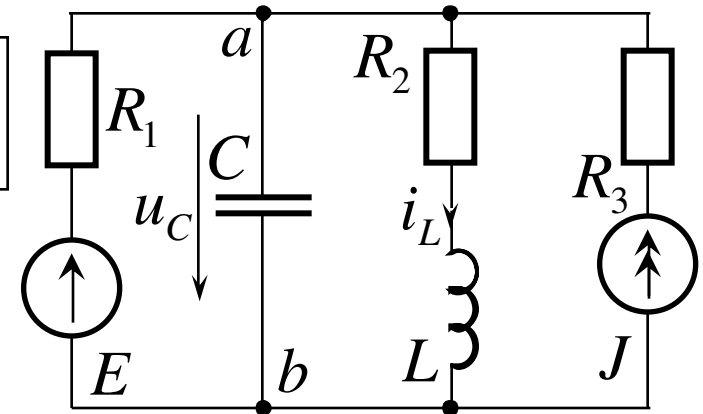
$$i_L(-0) = 4 \text{ A}; u_C(-0) = 80 \text{ V}$$

$$\varphi_a(p) = \frac{\frac{E/p}{R_1} + \frac{u_C(-0)/p}{1/Cp} - \frac{Li_L(-0)}{R_2 + Lp} + \frac{J}{p}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{1/Cp} + \frac{1}{R_2 + Lp}}$$

$$= \frac{80p^2 + 40500p + 4250000}{p(p^2 + 350p + 37500)} \text{ V}$$

$$I_L(p) = \frac{Li_L(-0) + \varphi_a(p)}{R_2 + Lp} = \frac{4p^2 + 1400p + 212500}{p(p^2 + 350p + 37500)} \text{ A}$$

$$\rightarrow i_L(t) = 5,67 - (1,67 \cos 82,92t + 3,52 \sin 82,92t)e^{-175t} \text{ A}$$



Giải bài toán quá độ bằng phương pháp toán tử (13)

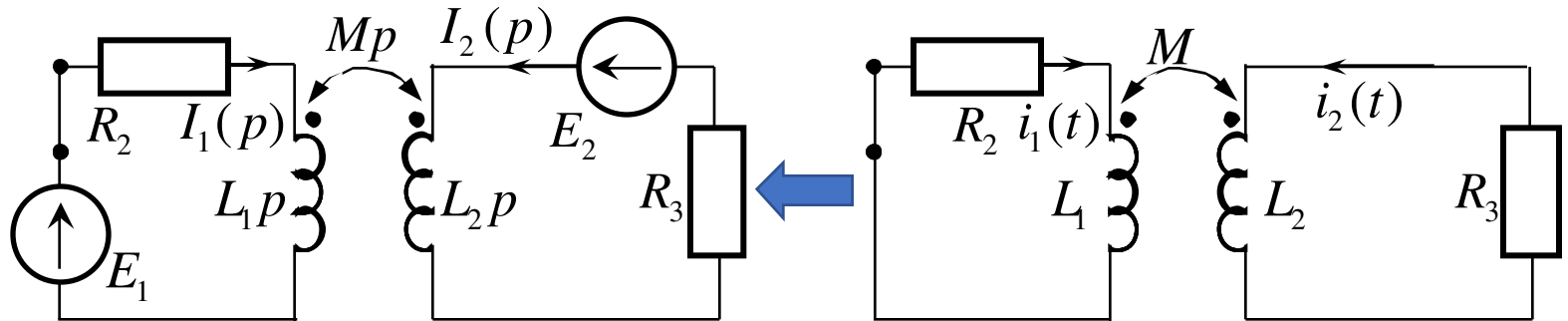
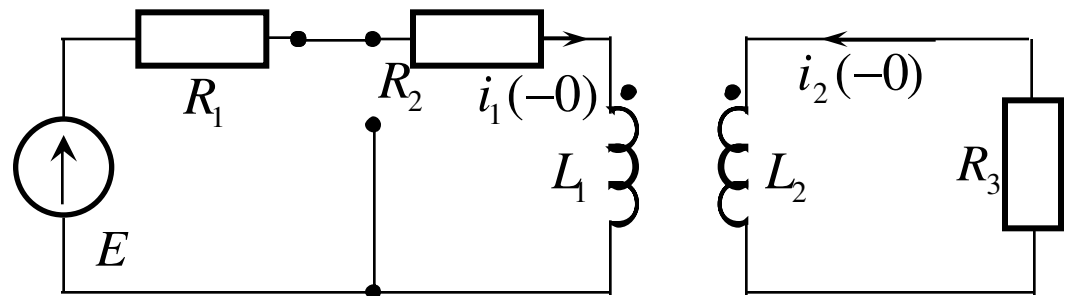
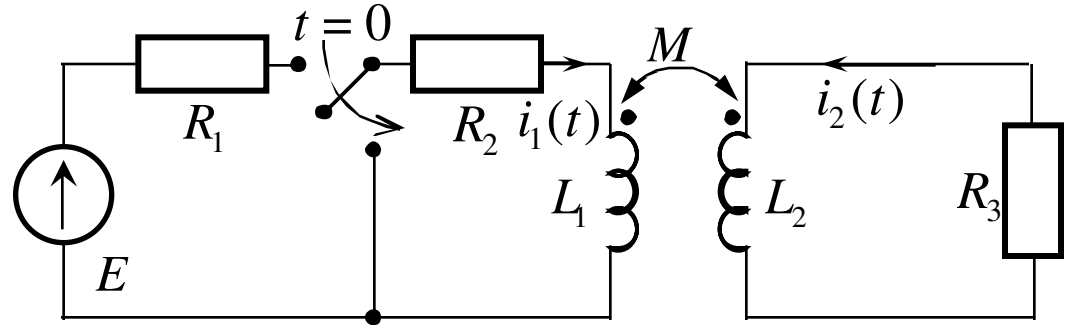
VD7

$E = 60 \text{ VDC}; R_1 = 9 \Omega; R_2 = 3 \Omega;$
 $R_3 = 12 \Omega; L_1 = 4 \text{ H}; L_2 = 8 \text{ H}; M = 2 \text{ H}.$
 Tính $i_2(t)$?

$$i_1(-0) = \frac{E}{R_1 + R_2} = 5 \text{ A}; i_2(-0) = 0$$

$$E_1 = L_1 i_1(-0) + M i_2(-0)$$

$$E_2 = L_2 i_2(-0) + M i_1(-0)$$

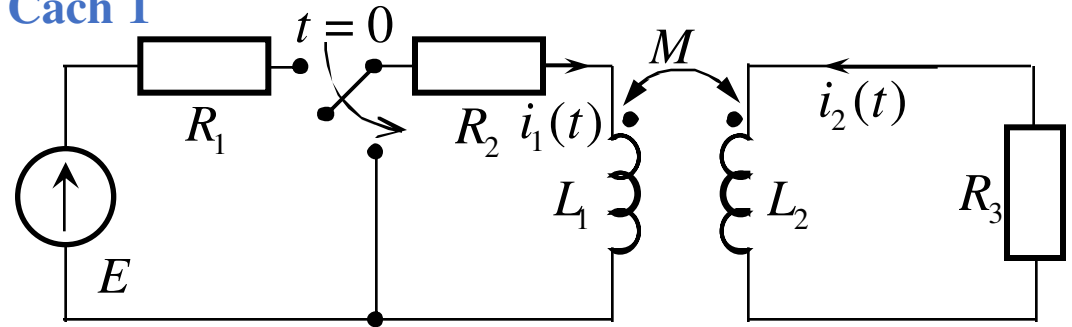


Giải bài toán quá độ bằng phương pháp toán tử (14)

VD7

$E = 60 \text{ VDC}; R_1 = 9 \Omega; R_2 = 3 \Omega;$
 $R_3 = 12 \Omega; L_1 = 4 \text{ H}; L_2 = 8 \text{ H}; M = 2 \text{ H}.$
 Tính $i_2(t)$?

Cách 1



$$i_1(-0) = \frac{E}{R_1 + R_2} = 5 \text{ A}; i_2(-0) = 0$$

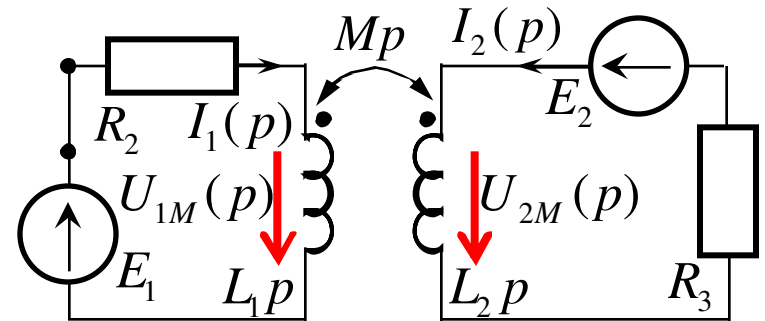
$$E_1 = L_1 i_1(-0) + M i_2(-0)$$

$$E_2 = L_2 i_2(-0) + M i_1(-0)$$

$$U_{1M}(p) = M p I_2(p); U_{2M}(p) = M p I_1(p)$$

$$\begin{cases} (R_2 + L_1 p) I_1(p) + M p I_2(p) = E_1 \\ M p I_1(p) + (R_3 + L_2 p) I_2(p) = E_2 \end{cases}$$

$$\rightarrow I_2(p) = \frac{15}{2(7p^2 + 18p + 9)} \text{ A} \rightarrow \boxed{i_2(t) = 0,8838(e^{-0,6796t} - e^{-1,8918t}) \text{ A}}$$





Giải bài toán quá độ bằng phương pháp toán tử (15)

VD7

$E = 60 \text{ VDC}; R_1 = 9 \Omega; R_2 = 3 \Omega;$
 $R_3 = 12 \Omega; L_1 = 4 \text{ H}; L_2 = 8 \text{ H}; M = 2 \text{ H}.$
 Tính $i_2(t)$?

$$i_1(-0) = i_3(-0) = \frac{60}{12} = 5 \text{ A}; \quad i_2(-0) = 0$$

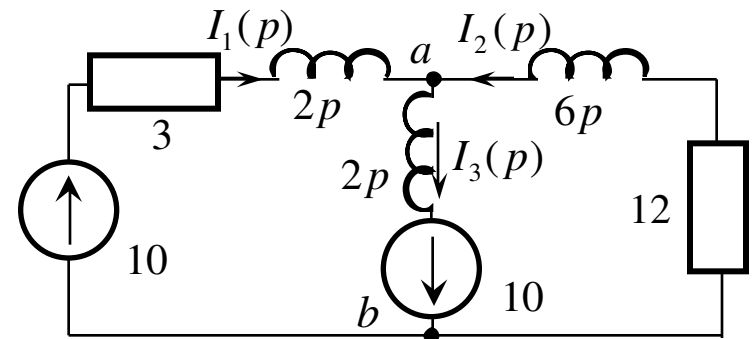
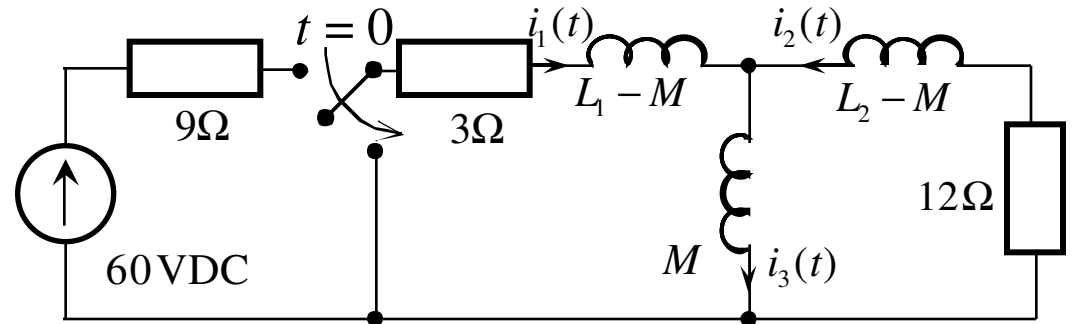
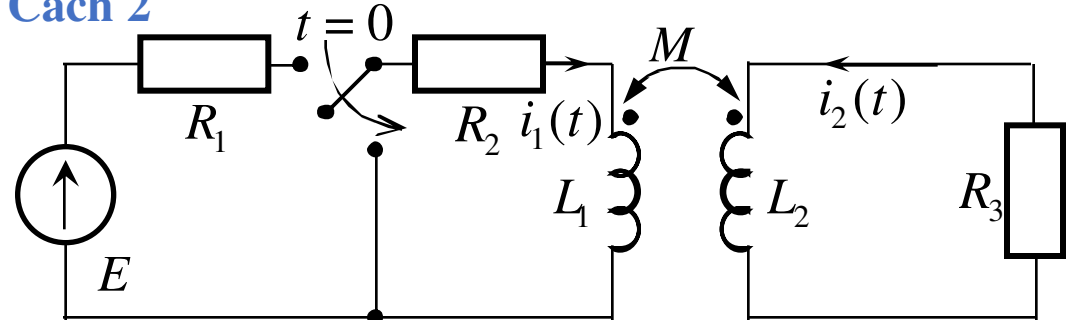
$$\varphi_b(p) = 0$$

$$\rightarrow \varphi_a(p) = \frac{\frac{10}{2p+3} - \frac{10}{2p}}{\frac{1}{2p+3} + \frac{1}{2p} + \frac{1}{6p+12}}$$

$$I_2(p) = \frac{-\varphi_a(p)}{6p+12} = \frac{15}{2(7p^2 + 18p + 9)} \text{ A}$$

$$\rightarrow i_2(t) = 0,8838(e^{-0,6796t} - e^{-1,8918t}) \text{ A}$$

Cách 2



Giải bài toán quá độ bằng phương pháp toán tử (16)

VD8

Tính $i_1(t)$?

Cách 1

$$u_C(0) = 12V$$

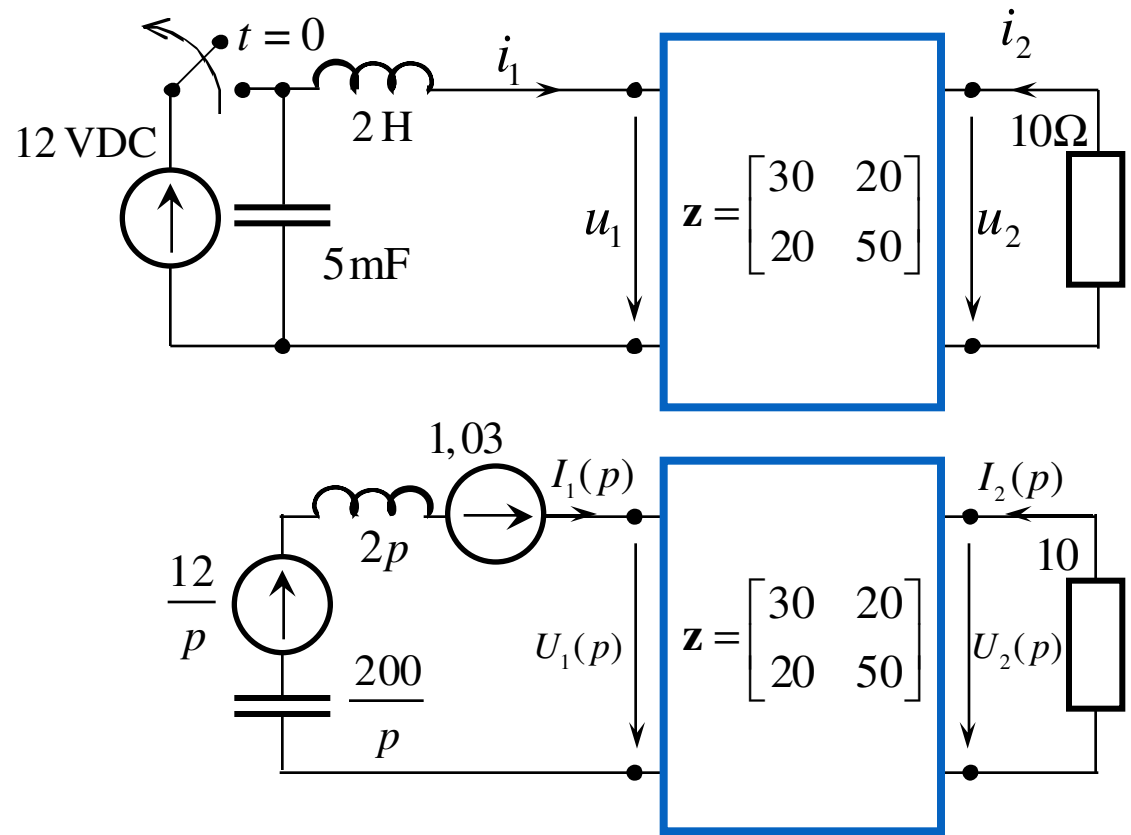
$$\begin{cases} u_1(0) = 30i_1(0) + 20i_2(0) \\ u_2(0) = 20i_1(0) + 50i_2(0) \\ u_1(0) = 12 \\ u_2(0) = -10i_2(0) \end{cases}$$

$$\rightarrow i_1(0) = 0,5143 \text{ A} = i_L(0)$$

$$\begin{cases} U_1(p) = 30I_1(p) + 20I_2(p) \\ U_2(p) = 20I_1(p) + 50I_2(p) \\ \left(2p + \frac{200}{p}\right)I_1(p) + U_1(p) = 1,03 + \frac{12}{p} \\ U_2(p) = -10I_2(p) \end{cases}$$

$$\rightarrow I_1(p) = \frac{0,515p + 6}{p^2 + 11,667p + 100} \text{ A}$$

$$\rightarrow i_1(t) = 0,6334e^{-5,83t} \cos(8,12t - 35,6^\circ) \text{ A}$$



Giải bài toán quá độ bằng phương pháp toán tử (17)

VD8

Tính $i_1(t)$?

Cách 2

$$u_C(0) = 12V$$

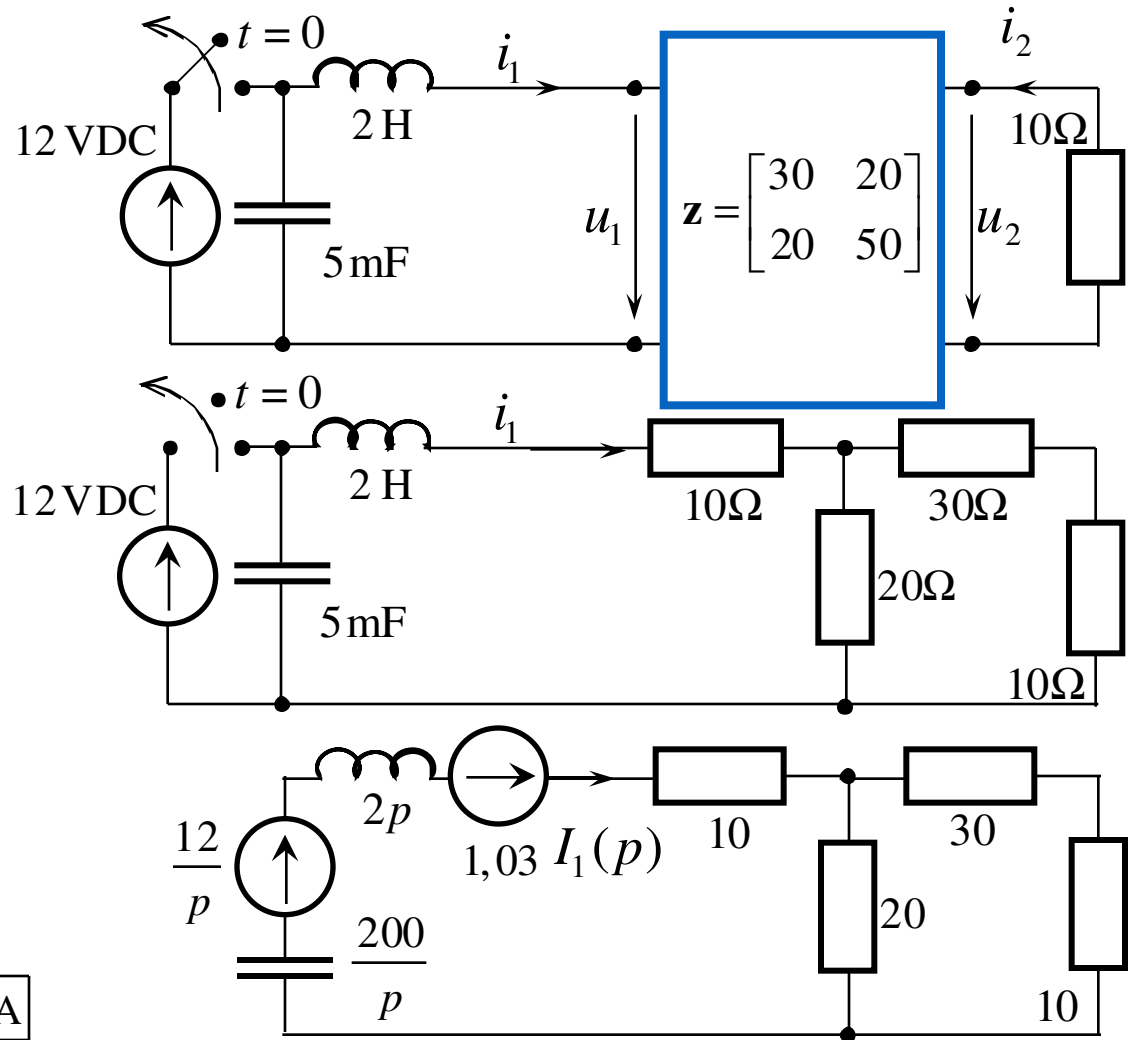
$$R_{td} = 10 + \frac{(30+10)20}{30+10+20} = 23,33\Omega$$

$$i_1(0) = \frac{12}{23,33} = 0,5143 A = i_L(0)$$

$$I_1(p) = \frac{1,03 + \frac{12}{p}}{\frac{200}{p} + 2p + 23,33}$$

$$= \frac{0,515p + 6}{p^2 + 11,667p + 100} A$$

$$\rightarrow i_1(t) = 0,6334e^{-5,83t} \cos(8,12t - 35,6^\circ) A$$



Giải bài toán quá độ bằng phương pháp toán tử (19)

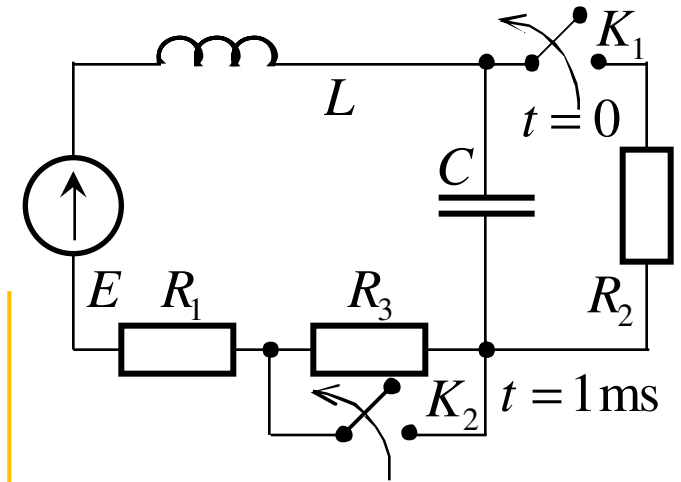
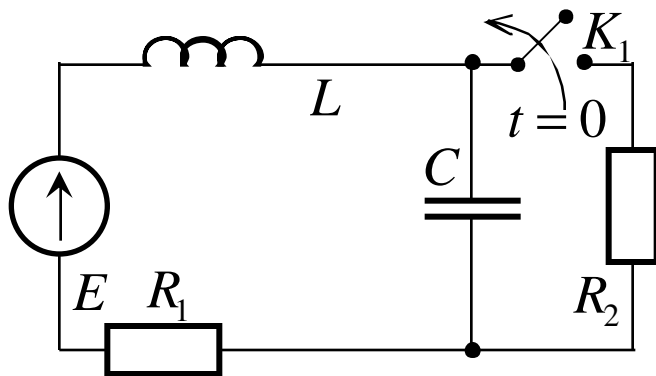
VD9

$E = 12 \text{ VDC}; R_1 = 20 \ \Omega; R_2 = 45 \ \Omega; R_3 = 10 \ \Omega;$
 $L = 20 \text{ mH}; C = 4 \text{ mF. Tính } i_L(t)?$

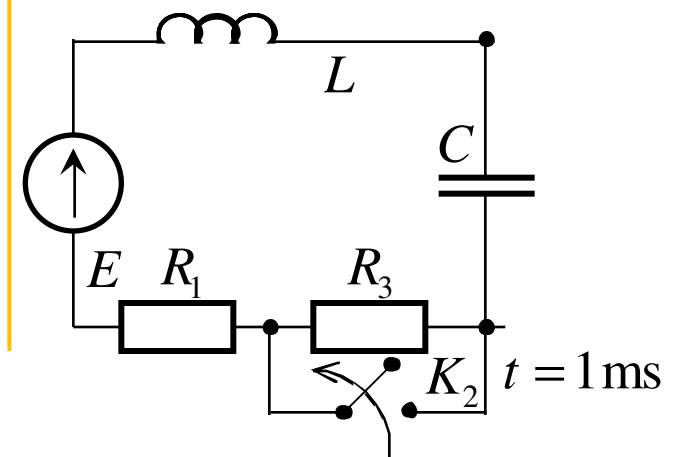
$$0 \leq t < 1 \text{ ms: } i(t) = -0,0023e^{-987,3t} + 0,1823e^{-12,66t} \text{ A}$$

$$u_C(t) = 12 + 0,0018e^{-987,3t} - 3,69e^{-12,66t} \text{ V}$$

$$i(t = 10^{-3}) = 0,18 \text{ A}; u_C(t = 10^{-3}) = 8,36 \text{ V}$$



$t \geq 1 \text{ ms}$



Giải bài toán quá độ bằng phương pháp toán tử (20)

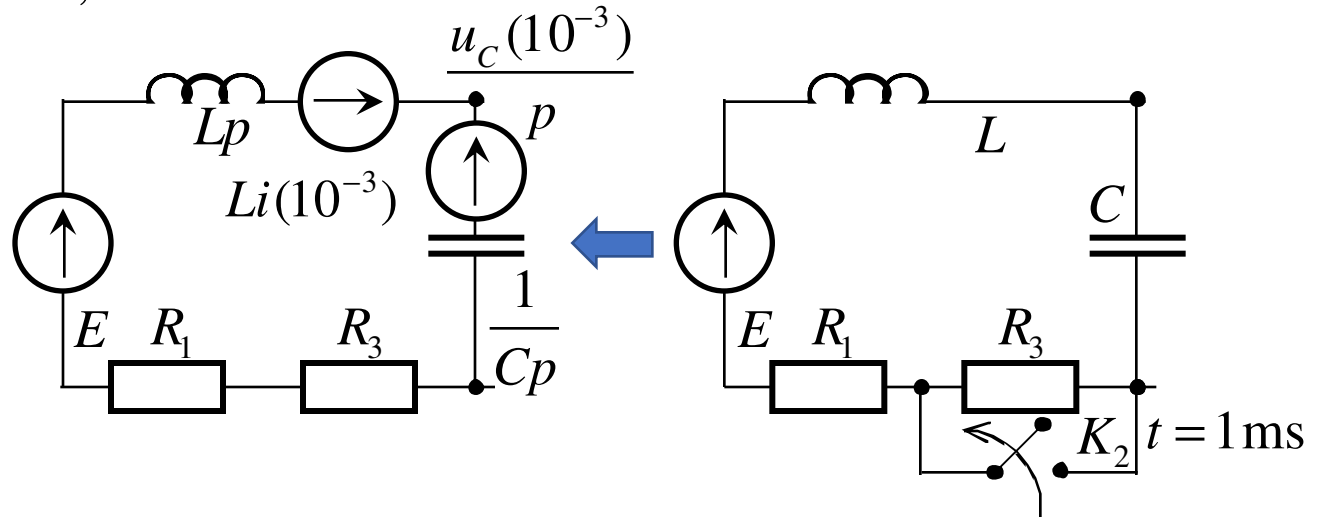
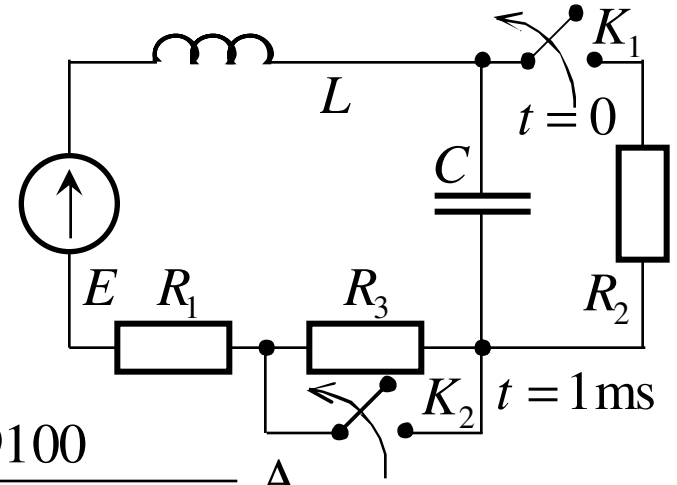
VD9

$E = 12 \text{ VDC}; R_1 = 20 \ \Omega; R_2 = 45 \ \Omega; R_3 = 10 \ \Omega;$
 $L = 20 \text{ mH}; C = 4 \text{ mF. Tính } i_L(t)?$

$t \geq 1 \text{ ms}: i(t = 10^{-3}) = 0,18 \text{ A}; u_C(t = 10^{-3}) = 8,36 \text{ V}$

$$I(p) = \frac{E/p + Li(10^{-3}) + u_C(10^{-3})/p}{R_1 + R_3 + Lp + 1/Cp} = \frac{9p + 9100}{50(p^2 + 1500p + 12500)} \text{ A}$$

$$\rightarrow i(t) = 0,0583e^{-1491,6t} + 0,1217e^{-8,38t} \text{ A}$$



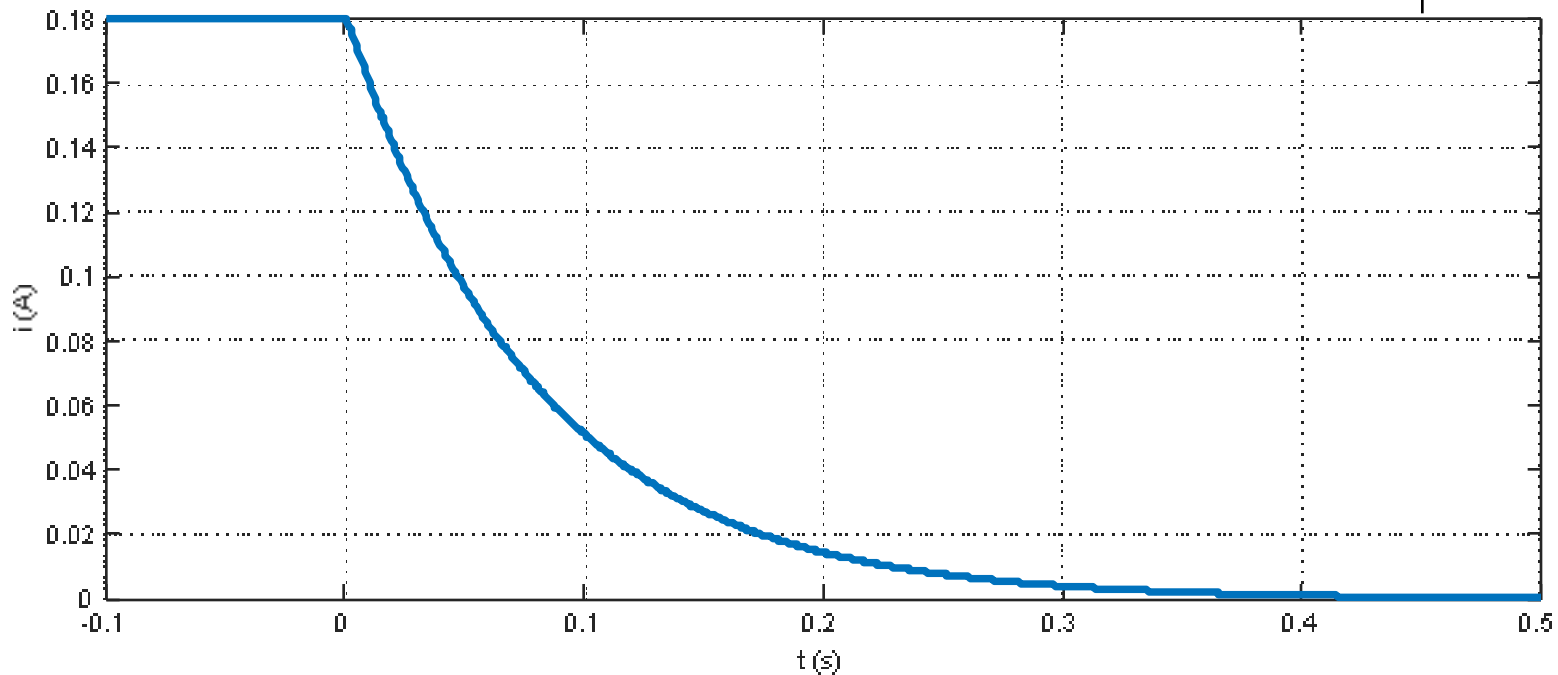
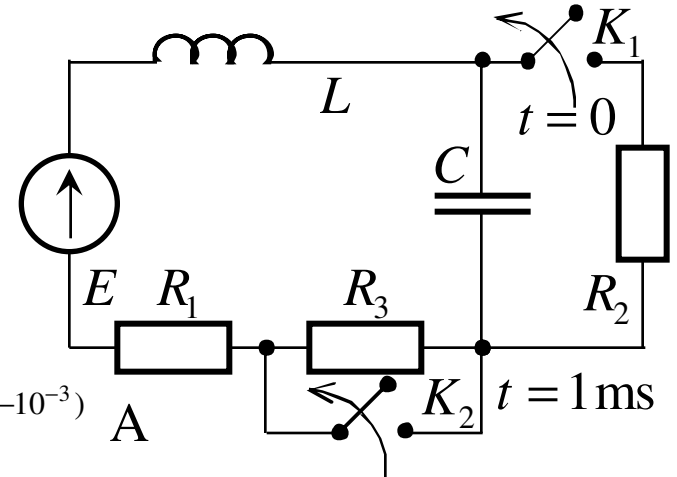
Giải bài toán quá độ bằng phương pháp toán tử (21)

VD9

$E = 12 \text{ VDC}; R_1 = 20 \ \Omega; R_2 = 45 \ \Omega; R_3 = 10 \ \Omega;$
 $L = 20 \text{ mH}; C = 4 \text{ mF. Tính } i_L(t)?$

$0 \leq t < 1 \text{ ms: } i(t) = -0,0023e^{-987,3t} + 0,1823e^{-12,66t} \text{ A}$

$t \geq 1 \text{ ms: } i(t) = 0,0583e^{-1491,6(t-10^{-3})} + 0,1217e^{-8,38(t-10^{-3})}$

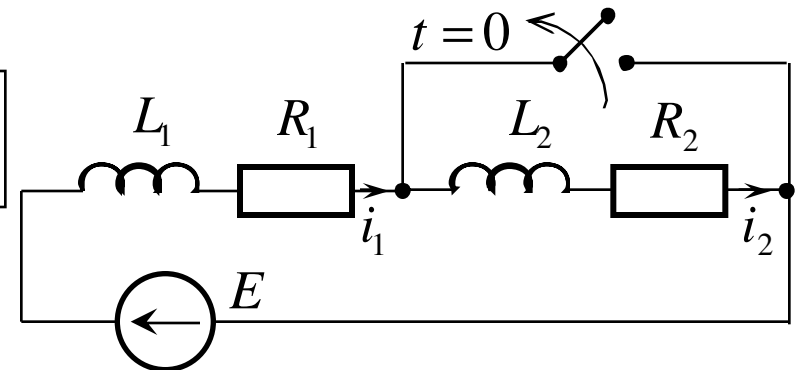


Giải bài toán quá độ bằng phương pháp toán tử (22)

VD10

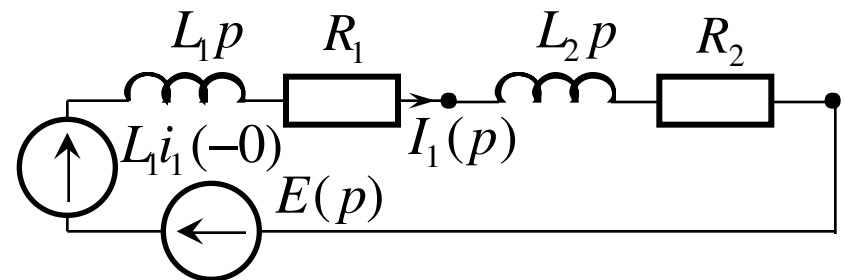
$E = 100 \text{ V}; R_1 = 10 \Omega; R_2 = 30 \Omega; L_1 = 4 \text{ H}; L_2 = 1 \text{ H}.$
 Tính i_1 ?

$$i_1(-0) = 10 \text{ A}; i_2(-0) = 0$$



$$I_1(p) = \frac{Li_1(-0) + \frac{E}{p}}{L_1p + R_1 + L_2p + R_2} = \frac{8p + 25}{p(p + 8)} \text{ A}$$

$$\rightarrow i_1(t) = 2,5 + 5,5e^{-8t} \text{ A}$$

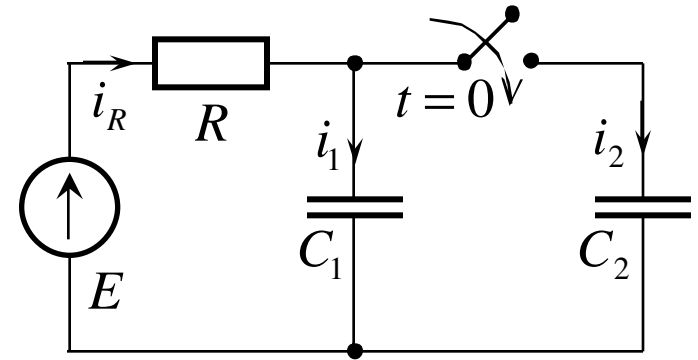


Giải bài toán quá độ bằng phương pháp toán tử (23)

VD11

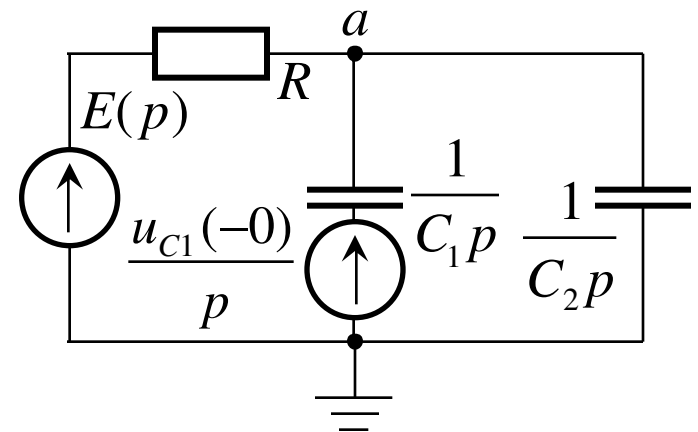
$$E = 120 \text{ V}; R = 10 \Omega; C_1 = 1 \text{ mF}; C_2 = 2 \text{ mF}. \text{ Tính } u_{C_1}?$$

$$u_{C_1}(-0) = 120 \text{ V}; u_{C_2}(-0) = 0$$



$$U_{C_1}(p) = \varphi_a(p) = \frac{\frac{u_{C_1}(-0)/p}{R} + \frac{E/p}{1/(C_1 p)}}{\frac{1}{R} + \frac{1}{1/(C_1 p)} + \frac{1}{1/(C_2 p)}} = \frac{40p + 4000}{p(p + 33,33)} \text{ V}$$

$$\rightarrow u_{C_1}(t) = 120 - 80e^{-33,33t} \text{ V}$$





Quá trình quá độ

1. Tính các sơ kiện;
2. Tìm nghiệm xác lập $x_{xl}(t)$;
3. Tìm nghiệm tự do:
 - a) lập phương trình đặc trưng & giải;
 - b) viết nghiệm tự do $x_{td}(t)$;
4. Tìm các hằng số tích phân;
5. Tổng hợp kết quả: $x(t) = x_{xl}(t) + x_{td}(t)$.

1. Tính $i_L(-0)$ & $u_C(-0)$ khi khóa ở vị trí **cũ**,
2. Toán tử hoá sơ đồ mạch điện khi khóa ở vị trí **mới** (sơ đồ toán tử),
3. Giải sơ đồ toán tử (bằng một trong số các phương pháp giải mạch một chiều) để tìm thông số $X(p)$,
4. Tìm gốc thời gian $x(t)$ từ ảnh $X(p)$.





TRƯỜNG ĐẠI HỌC
BÁCH KHOA HÀ NỘI



NGUYỄN CÔNG PHƯƠNG

LÝ THUYẾT MẠCH II

MẠCH PHI TUYẾN



Lý thuyết mạch II

I. Quá trình quá độ

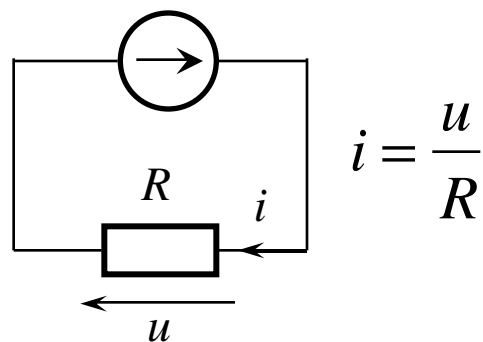
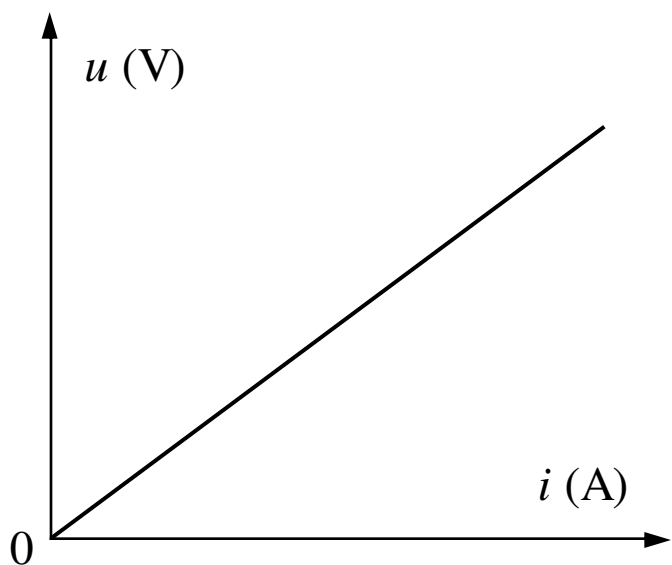
II. Mạch phi tuyến

1. Giới thiệu
2. Đặc tính của phần tử phi tuyến
3. Chế độ xác lập
4. Chế độ quá độ
5. Điốt và tranzito

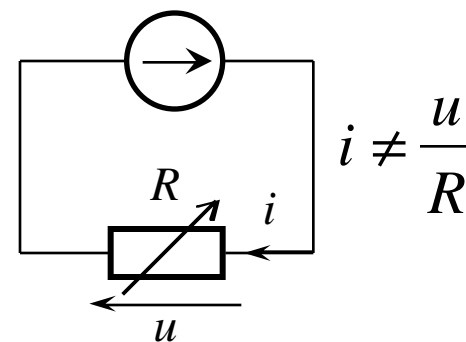
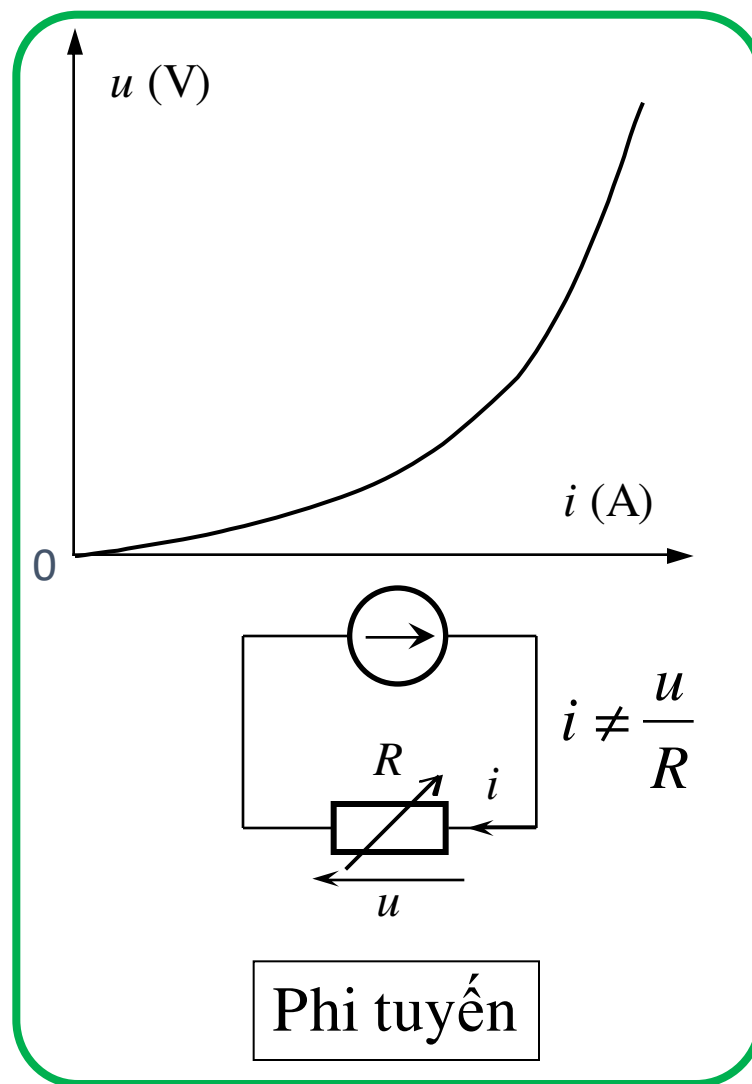
III. Đường dây dài



Giới thiệu (1)



Tuyến tính



Phi tuyến

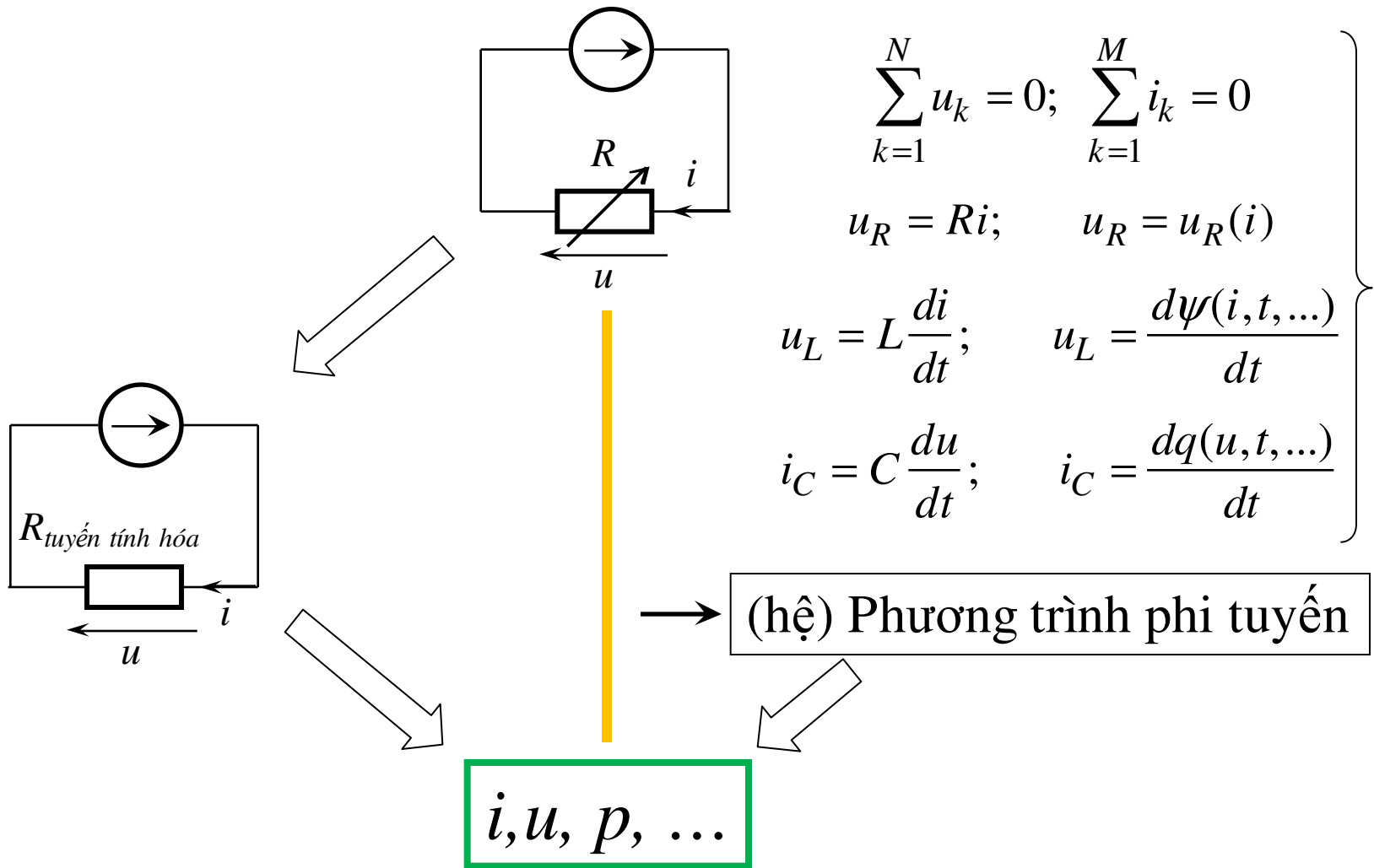


Giới thiệu (2)

<i>Tuyến tính</i>	<i>Phi tuyến</i>
$R = \text{const}$	$R = R(i, t, \dots)$
$L = \text{const}$	$L = L(i, t, \dots)$
$C = \text{const}$	$C = C(u, t, \dots)$



Giới thiệu (3)





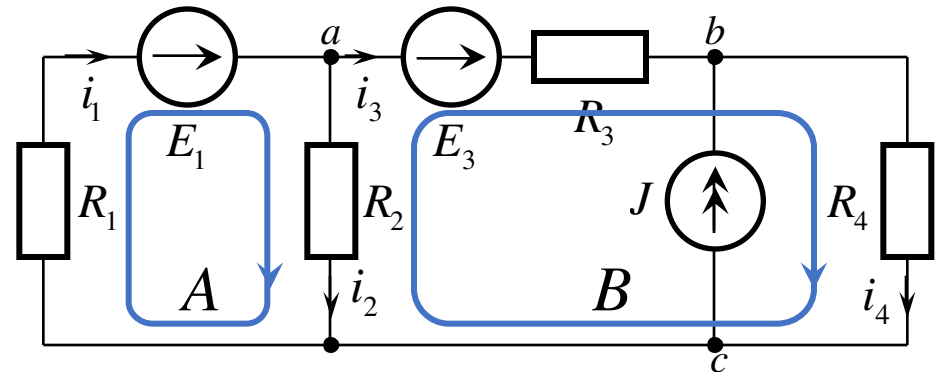
Giới thiệu (4)

VD

$$n_{KD} = 3 - 1 = 2$$

$$n_{KA} = 3 - 2 + 1 = 2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a : i_1 - i_2 - i_3 = 0 \\ b : i_3 + J - i_4 = 0 \\ A : R_1 i_1 + R_2 i_2 = E_1 \\ B : -R_2 i_2 + R_3 i_3 + R_4 i_4 = E_3 \end{array} \right.$$



Một mạch điện có n_{KD} phương trình KD và n_{KA} phương trình KA, với:

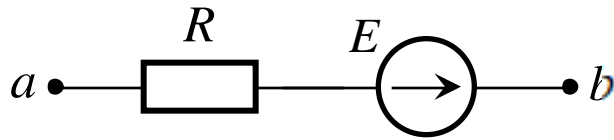
$$n_{KD} = \text{số_nút} - 1$$

$$n_{KA} = \text{số_nhánh} - \text{số_nút} + 1 \text{ (không kể nguồn dòng, nếu có)}$$

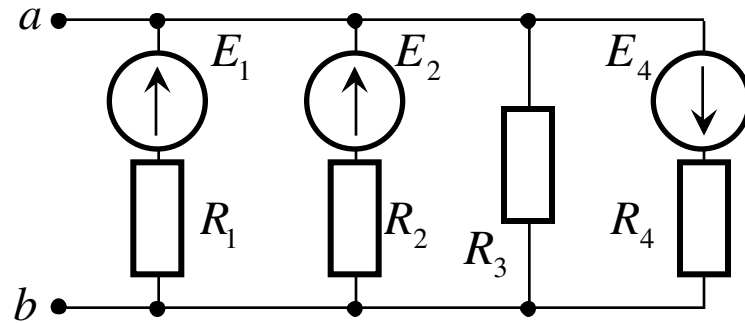
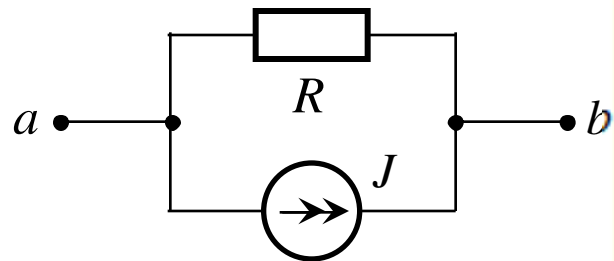




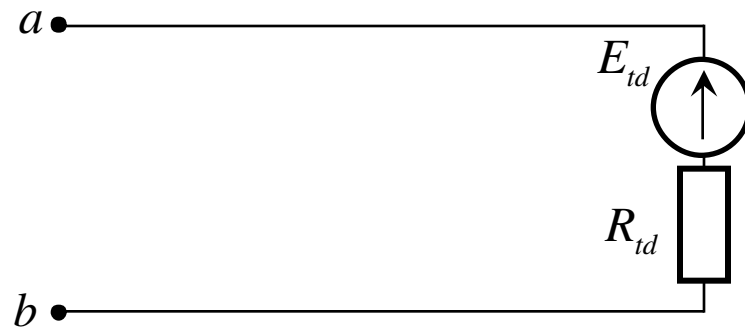
Giới thiệu (5)



$$J = \frac{E}{R} \quad \downarrow \quad \uparrow \quad E = RJ$$



$$R_{td} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}} \quad \downarrow \quad E_{td} = \frac{\frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_2} - \frac{E_4}{R_4}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}}$$





Giới thiệu (6)

- *Mạch phi tuyến*: có ít nhất một phần tử thụ động (tải) phi tuyến.
- *Phần tử thụ động phi tuyến*: đầu vào (ví dụ dòng điện) và đầu ra (ví dụ điện áp) có quan hệ phi tuyến.
- Cách giải:
 - Tuyến tính hóa phần tử phi tuyến & xây dựng (hệ) phương trình tuyến tính & giải, hoặc,
 - Xây dựng (hệ) phương trình phi tuyến & giải.
- Xây dựng (hệ) phương trình:
 - Phương pháp dòng nhánh,
 - Biến đổi tương đương mạch điện.





Lý thuyết mạch II

I. Quá trình quá độ

II. Mạch phi tuyến

1. Giới thiệu
- 2. Đặc tính của phần tử phi tuyến**
3. Chế độ xác lập
4. Chế độ quá độ
5. Điốt và tranzito

III. Đường dây dài

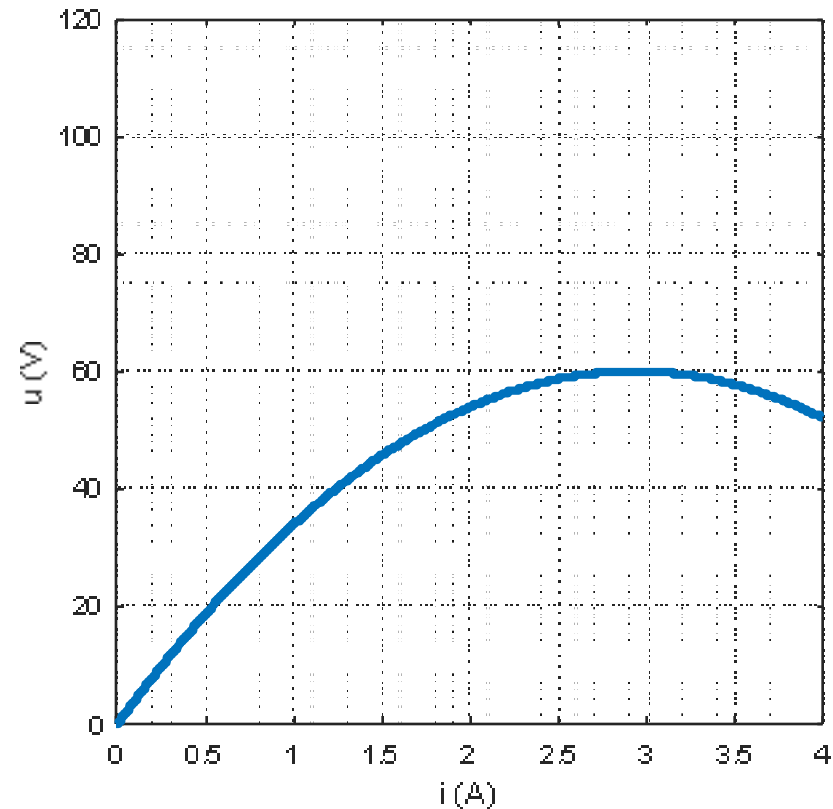




Đặc tính của phần tử phi tuyến (1)

i (A)	1	2	3	4
u (V)	34	54	60	52

$$u(i) = -7i^2 + 41i$$





Đặc tính của phần tử phi tuyến (2)

		$k_{động}(x) = \frac{\partial f(x)}{\partial x}$	$k_{tĩnh}(x) = \frac{f(x)}{x}$
	$u = u(i)$	$R_{đ}(i) = \frac{\partial u(i)}{\partial i}$	$R_t(i) = \frac{u(i)}{i}$
	$\psi = \psi(i)$	$L_{đ}(i) = \frac{\partial \psi(i)}{\partial i}$	$L_t(i) = \frac{\psi(i)}{i}$
	$q = q(u)$	$C_{đ}(u) = \frac{\partial q(u)}{\partial u}$	$C_t(u) = \frac{q(u)}{u}$



Đặc tính của phần tử phi tuyến (3)

VD1

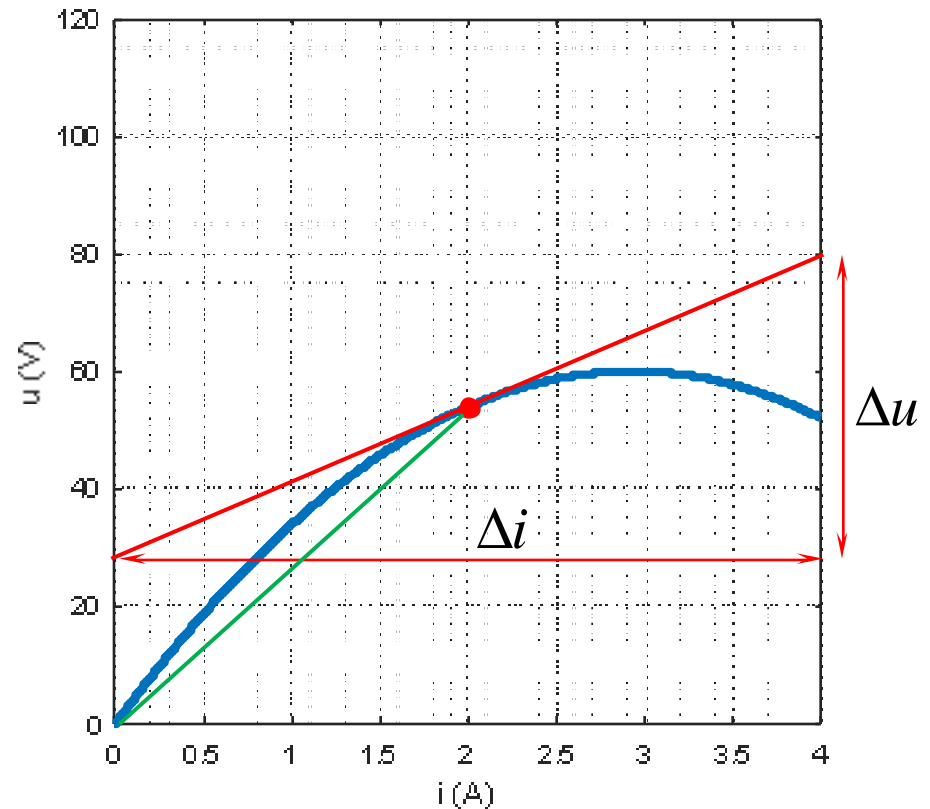
Tính $R_{động}$ & $R_{tĩnh}$ ở $i = 2 \text{ A}$?

$$R_{đ} (i) = \frac{\partial u(i)}{\partial i} = \frac{du(i)}{di}$$

$$R_{đ} (2) \approx \left. \frac{\Delta u}{\Delta i} \right|_{i=2} = \frac{52}{4} = \boxed{13 \Omega}$$

$$R_t (i) = \frac{u(i)}{i}$$

$$R_t (2) = \frac{u(2)}{2} = \frac{54}{2} = \boxed{27 \Omega}$$



Đặc tính của phần tử phi tuyến (4)

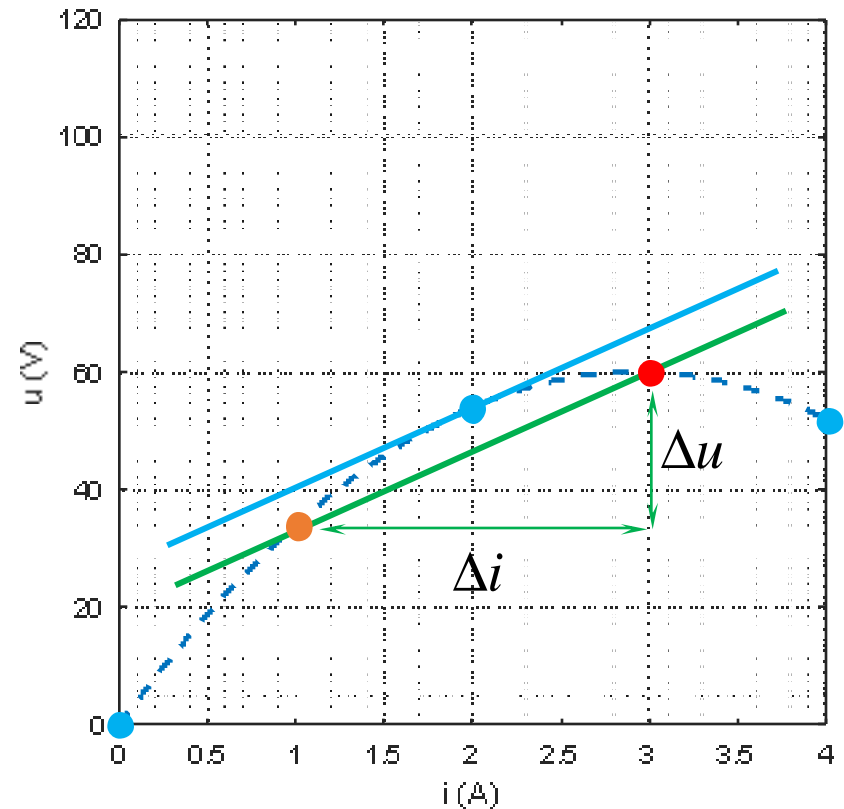
VD2

Tính $R_{động}$ & $R_{tĩnh}$ ở $i = 2$ A?

i (A)	1	2	3	4
u (V)	34	54	60	52

$$R_{đ} (2) \approx \left. \frac{\Delta u}{\Delta i} \right|_{i=2} = \frac{60 - 34}{3 - 1} = \frac{26}{2} = 13 \Omega$$

$$R_t (2) = \frac{u(2)}{2} = \frac{54}{2} = 27 \Omega$$





Đặc tính của phần tử phi tuyến (5)

VD3

Cho $u(i) = -7i^2 + 41i$ (V-A) Tính $R_{động}$ & $R_{tĩnh}$ ở $i = 2$ A?

$$R_{đ}(i) = \frac{\partial u(i)}{\partial i} = \frac{du(i)}{di} = -14i + 41$$

$$\rightarrow R_{đ}(2) = -14 \cdot 2 + 41 = \boxed{13 \Omega}$$

$$R_t(2) = \frac{u(2)}{2} = \frac{-7(2)^2 + 41 \cdot 2}{2} = \boxed{27 \Omega}$$





Lý thuyết mạch II

I. Quá trình quá độ

II. Mạch phi tuyến

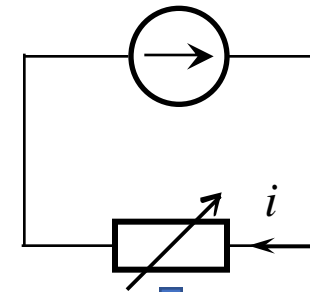
1. Giới thiệu
2. Đặc tính của phần tử phi tuyến
- 3. Chế độ xác lập**
 - a) **Mạch một chiều**
 - i. Phương pháp đồ thị
 - ii. Phương pháp dò
 - b) Mạch xoay chiều
4. Chế độ quá độ
5. Điốt và tranzito

III. Đường dây dài

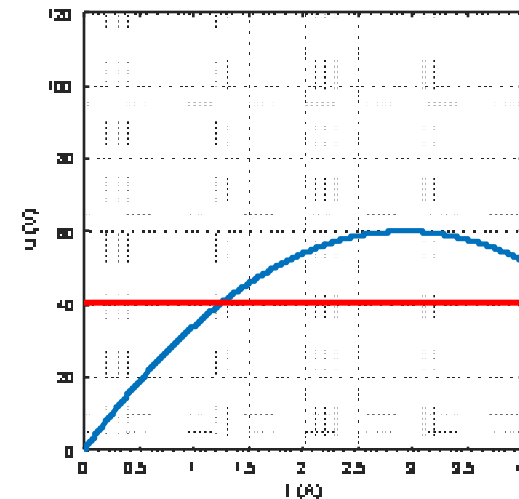


Phương pháp đồ thị (1)

- Dùng đồ thị trên mặt phẳng 2 chiều (hoặc mặt phẳng trong không gian 3 chiều) để tìm nghiệm.
- Chỉ dùng cho phương trình tối đa 2 ẩn.
- Các phép toán cơ bản trên đồ thị:
 - Cộng,
 - Trừ,
 - Tỷ lệ,
 - Bình phương,
 - Căn,
 - Tìm nghiệm.



$$u(i) = E$$

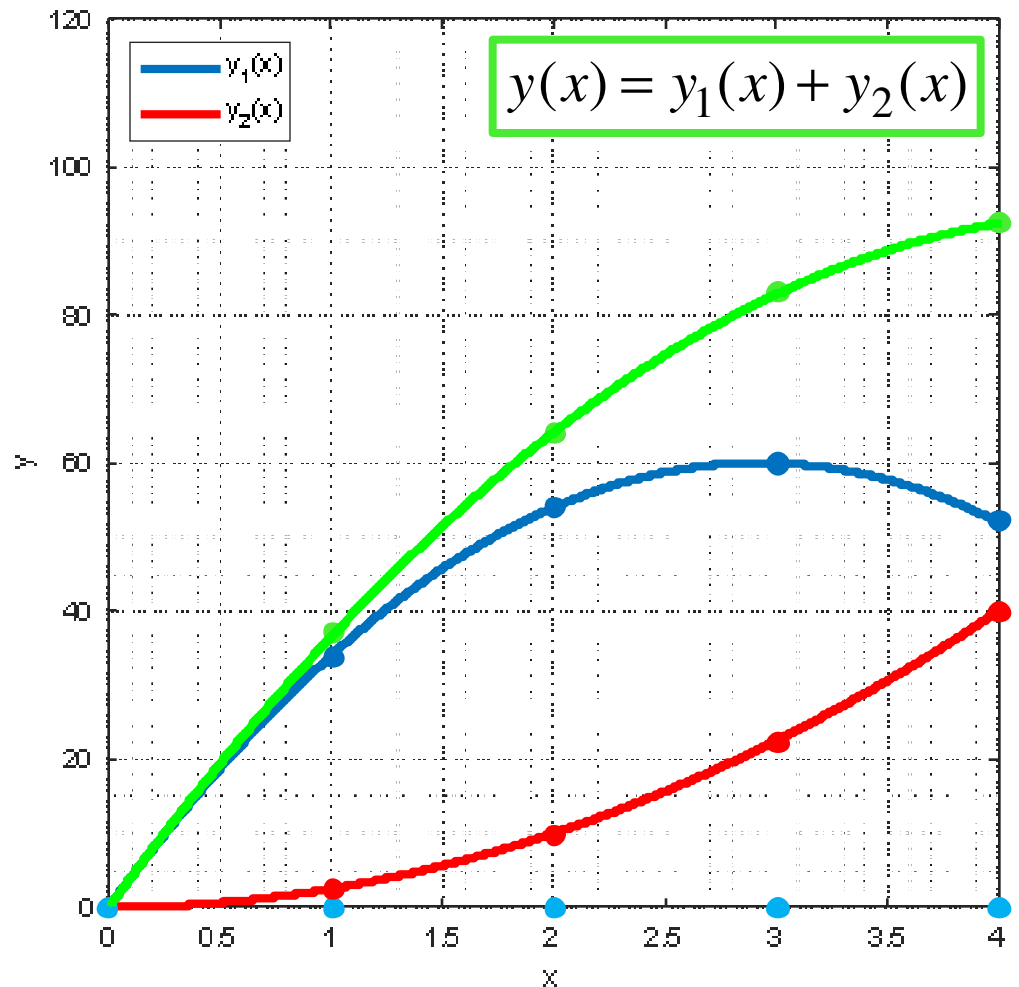


Phương pháp đồ thị (2), cộng

VD1

Vẽ đồ thị của $y(x) = y_1(x) + y_2(x)$?

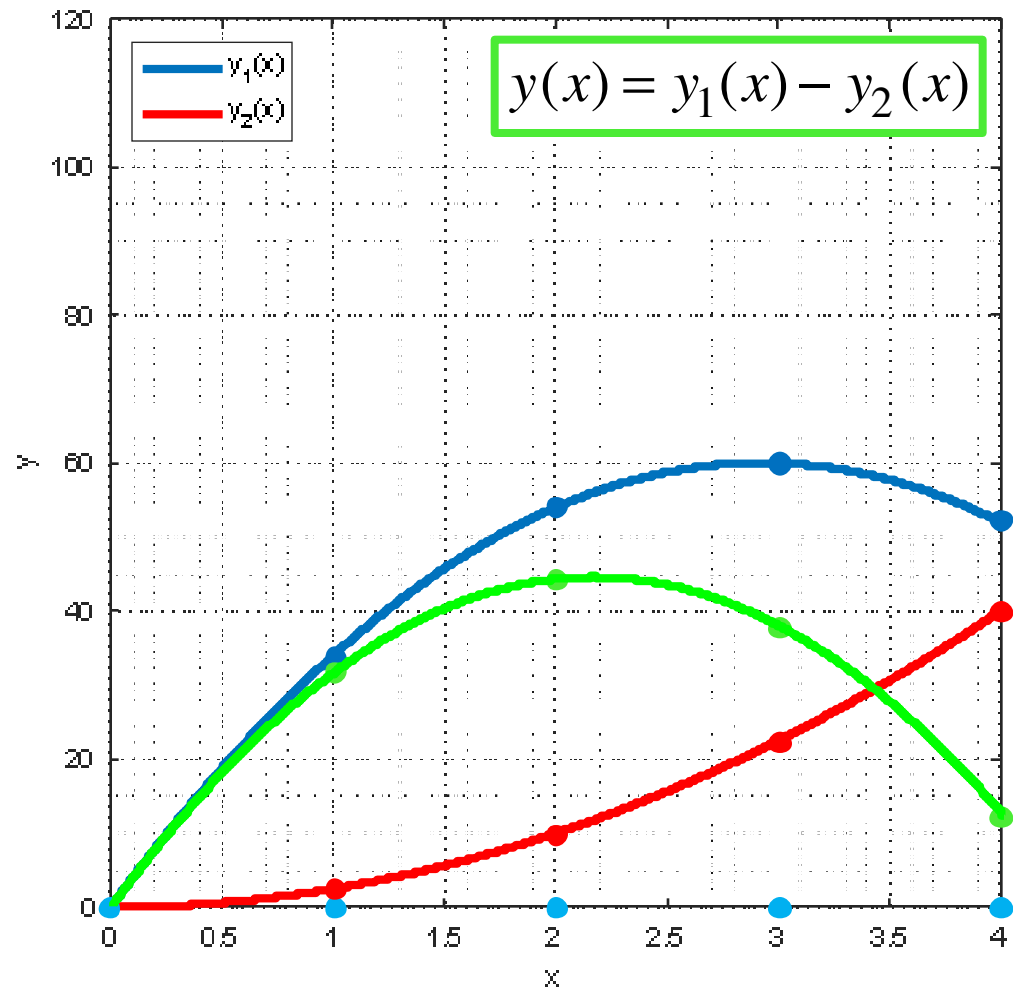
x	$y_1(x)$	$y_2(x)$	$y(x)$
0	0	+0	=0
1	34,0	+2,5	= 36,5
2	54,0	+10,0	= 64,0
3	60,0	+23,0	= 83,0
4	52,0	+40,0	= 92,0



Phương pháp đồ thị (3), trừ

VD2

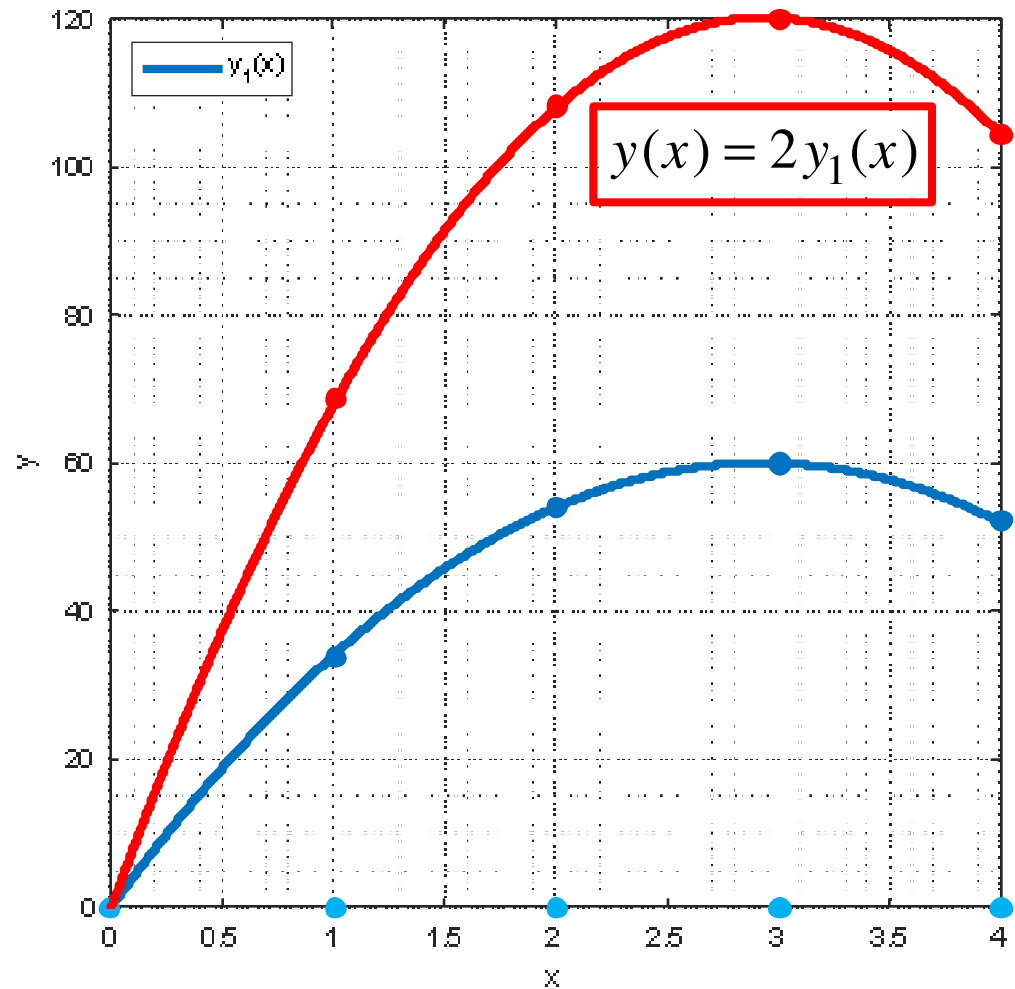
Vẽ đồ thị của $y(x) = y_1(x) - y_2(x)$?



Phương pháp đồ thị (4), tỉ lệ

VD3

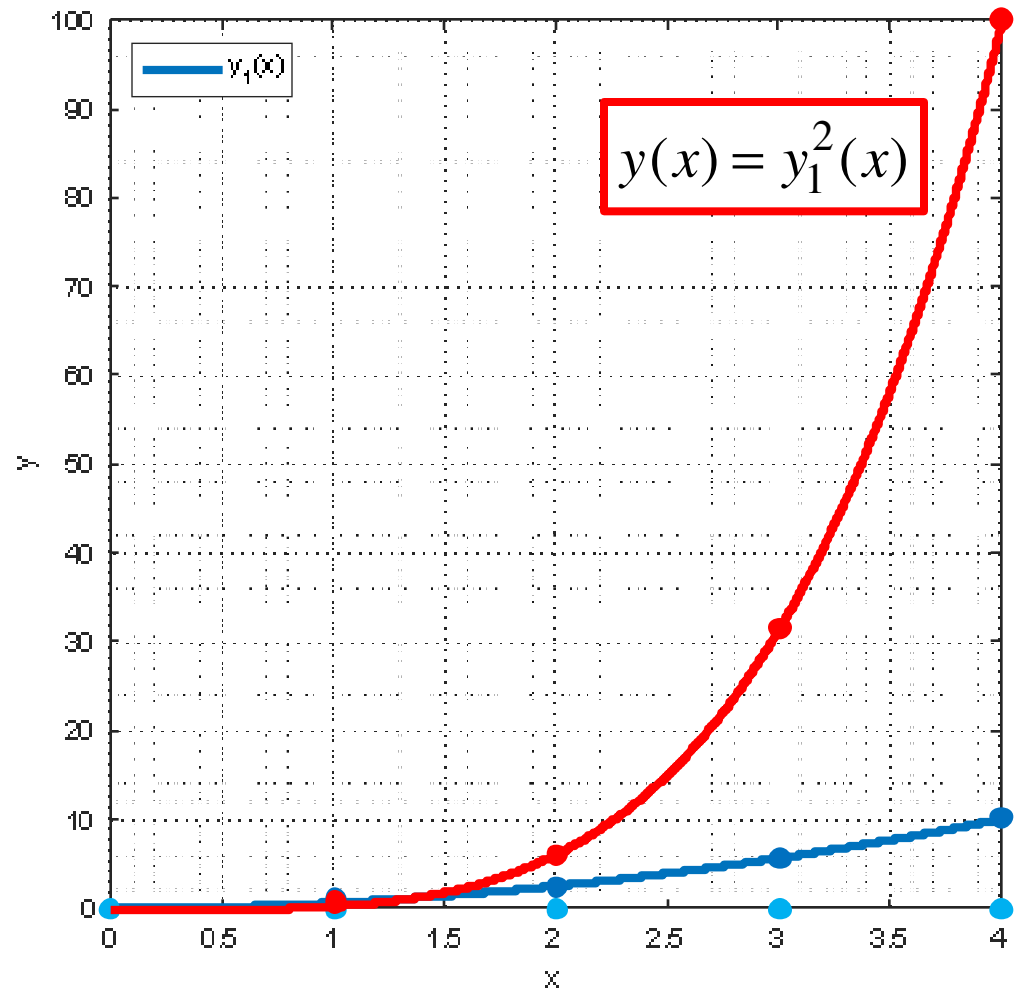
Vẽ đồ thị của $y(x) = 2y_1(x)$?



Phương pháp đồ thị (5), bình phương

VD4

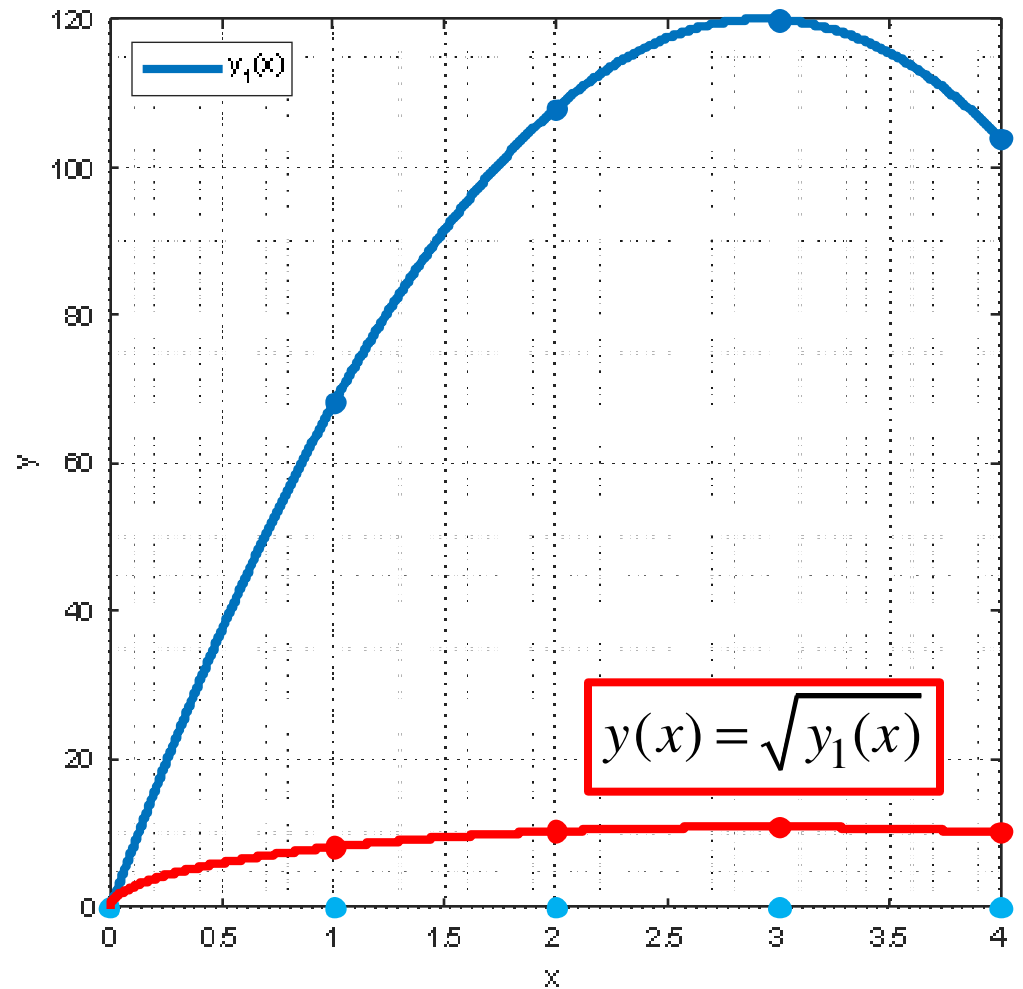
Vẽ đồ thị của $y(x) = y_1^2(x)$?



Phương pháp đồ thị (6), khai căn

VD5

Vẽ đồ thị của $y(x) = \sqrt{y_1(x)}$?

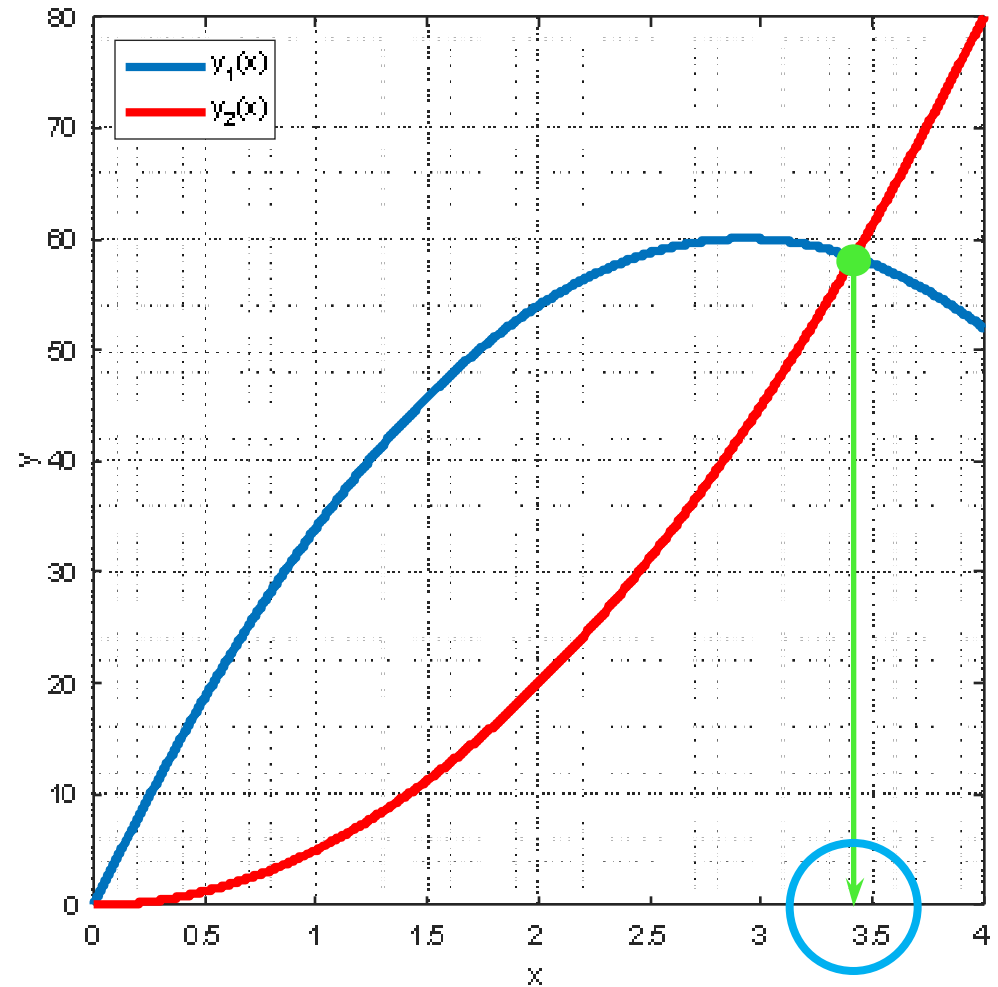


Phương pháp đồ thị (7), tìm nghiệm

VD6

Giải phương trình $y_1(x) = y_2(x)$?

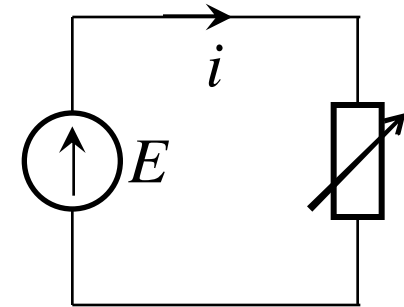
$x = 3,4$



Phương pháp đồ thị (8)

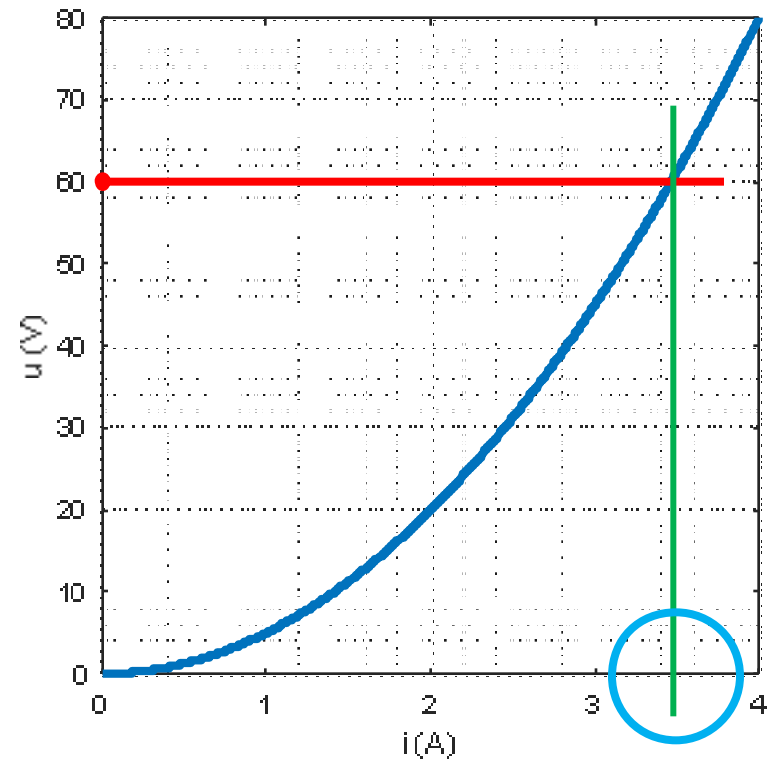
VD7

$E = 60V$; tính dòng điện?



$$u(i) = E = 60$$

$$\rightarrow i = 3,45 \text{ A}$$



Phương pháp đồ thị (9)

VD8

$E = 90V$; $R = 15 \Omega$; tính dòng điện?

$$\sum_{k=1}^N u_k = 0; \quad \sum_{k=1}^M i_k = 0$$

$$u_R = Ri;$$

$$u_R = u_R(i)$$

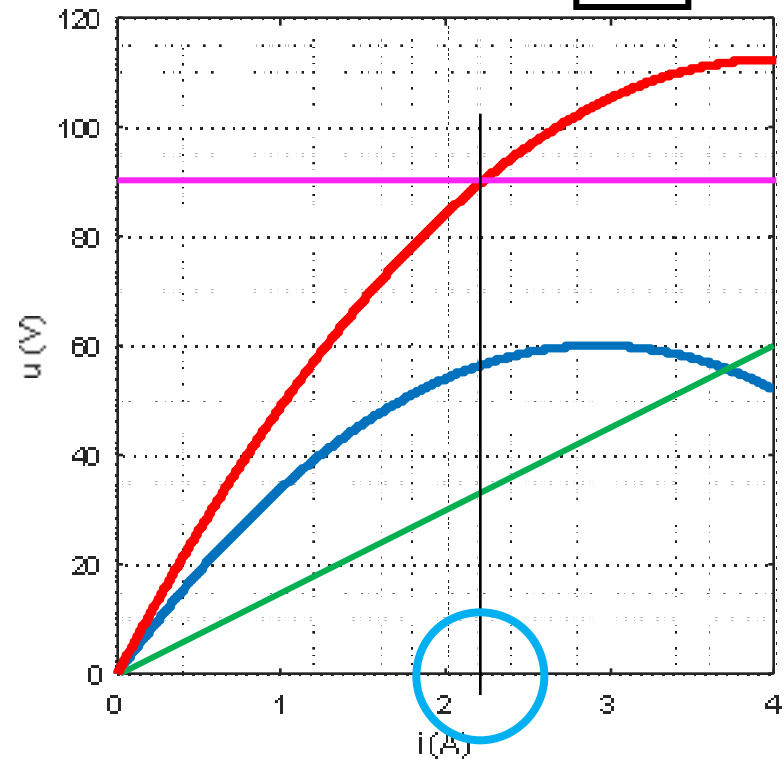
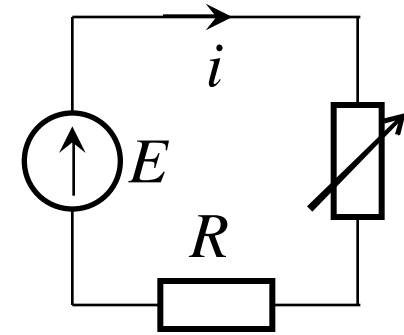
$$u_L = L \frac{di}{dt}; \quad u_L = \frac{d\psi}{dt}$$

$$i_C = C \frac{du}{dt}; \quad i_C = \frac{dq}{dt}$$

$$u(i) + Ri = E$$

$$\rightarrow u(i) + 15i = 90$$

$$\rightarrow i = 2,2 \text{ A}$$



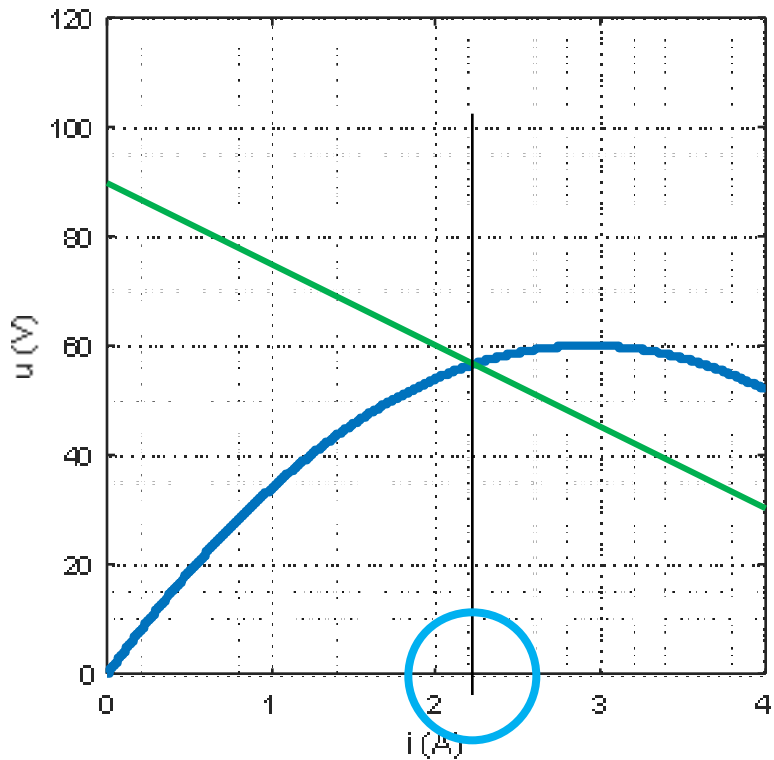
Phương pháp đồ thị (10)

VD8

$E = 90V; R = 15 \Omega$; tính dòng điện?

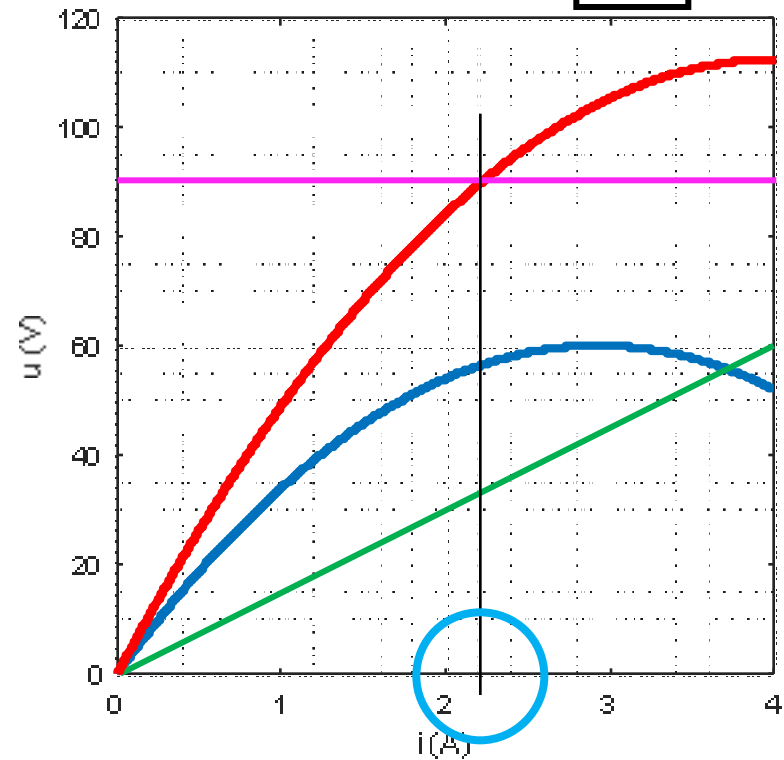
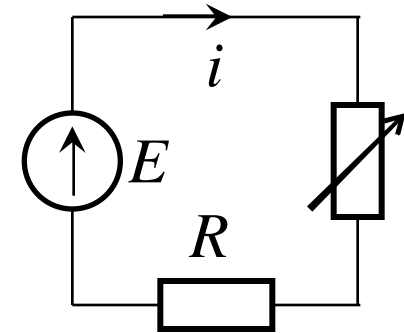
$$u(i) + 15i = 90 \rightarrow u(i) = 90 - 15i$$

$$\rightarrow i = 2,2 A$$



$$u(i) + 15i = 90$$

$$\rightarrow i = 2,2 A$$

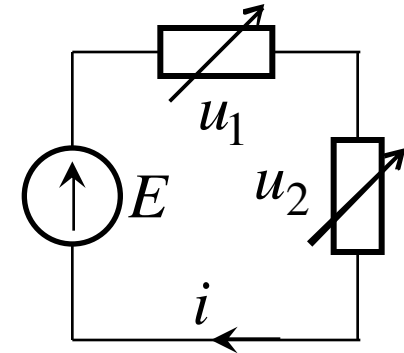




Phương pháp đồ thị (11)

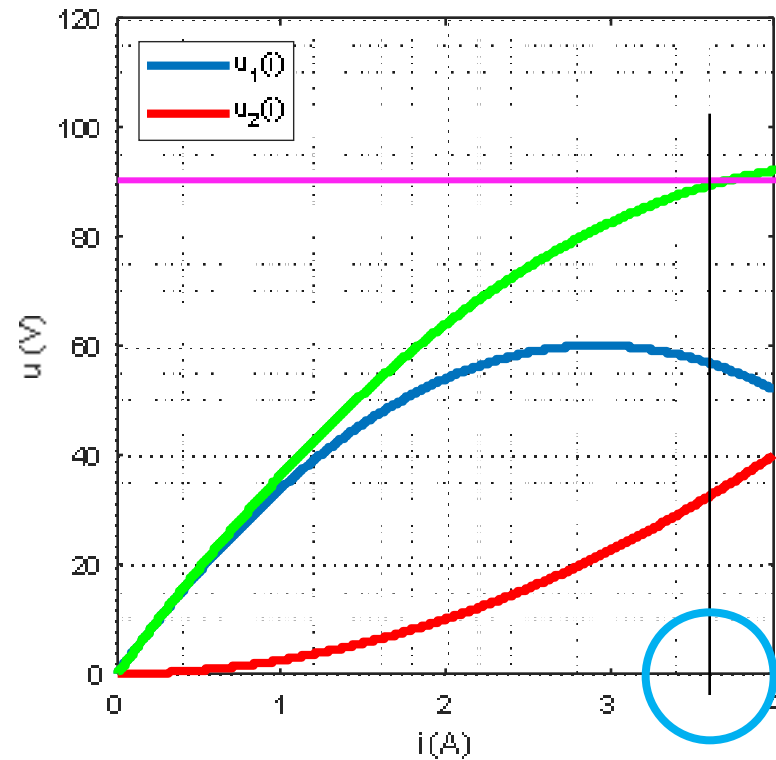
VD9

$E = 90V$, tính dòng điện?



$$u_1(i) + u_2(i) = E = 90$$

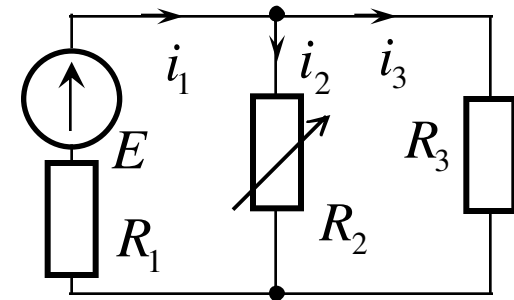
$$\rightarrow i = 3,6 \text{ A}$$



Phương pháp đồ thị (12)

VD10

$E = 100V$; $R_1 = 20 \Omega$; $R_3 = 30 \Omega$. Tính các dòng điện?

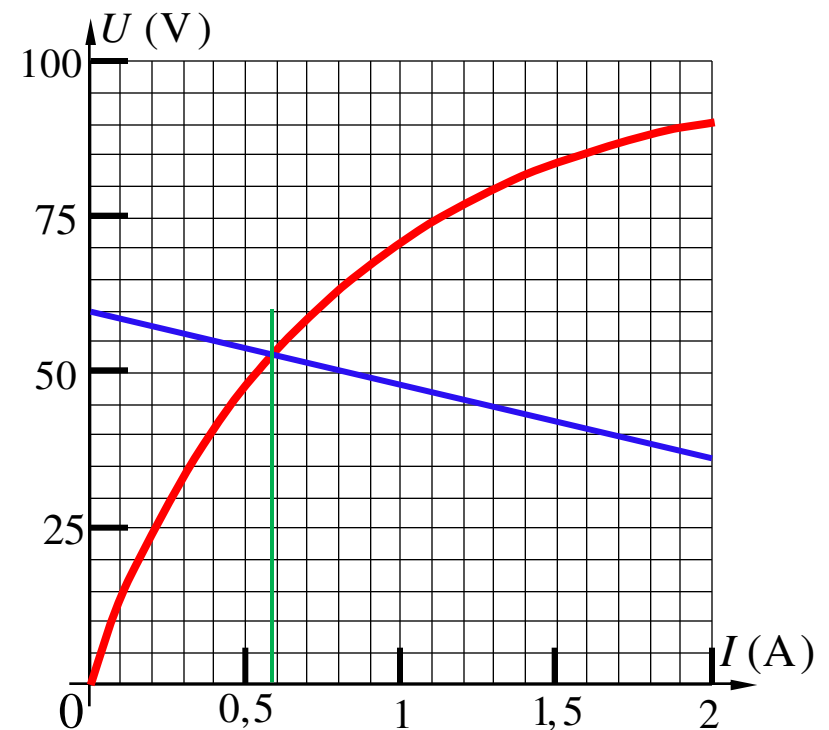


$$\begin{cases} i_1 - i_2 - i_3 = 0 \\ u_2 = R_3 i_3 \\ R_1 i_1 + u_2 = E \end{cases} \rightarrow \begin{cases} i_1 - i_2 - i_3 = 0 \\ u_2 = 30 i_3 \\ 20 i_1 + u_2 = 100 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} i_1 - i_2 - \frac{u_2}{30} = 0 \\ 20 i_1 + u_2 = 100 \end{cases} \rightarrow 20 \left(i_2 + \frac{u_2}{30} \right) + u_2 = 100$$

$$\rightarrow u_2(i_2) = 60 - 12i_2$$

$$\rightarrow i_2 = 0,59 \text{ A} \quad (\text{Cách 1})$$



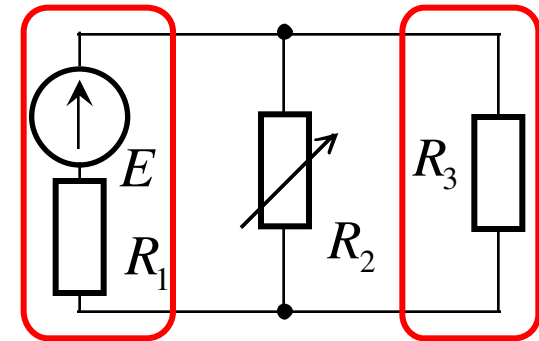
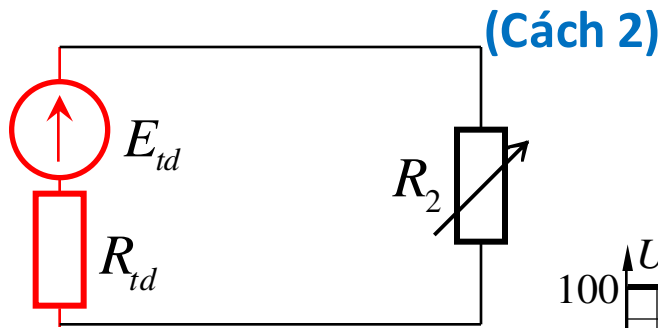
Phương pháp đồ thị (13)

VD10

$E = 100V$; $R_1 = 20 \Omega$; $R_3 = 30 \Omega$. Tính các dòng điện?

$$R_{td} = \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3}$$

$$= \frac{20 \cdot 30}{20 + 30} = 12 \Omega$$

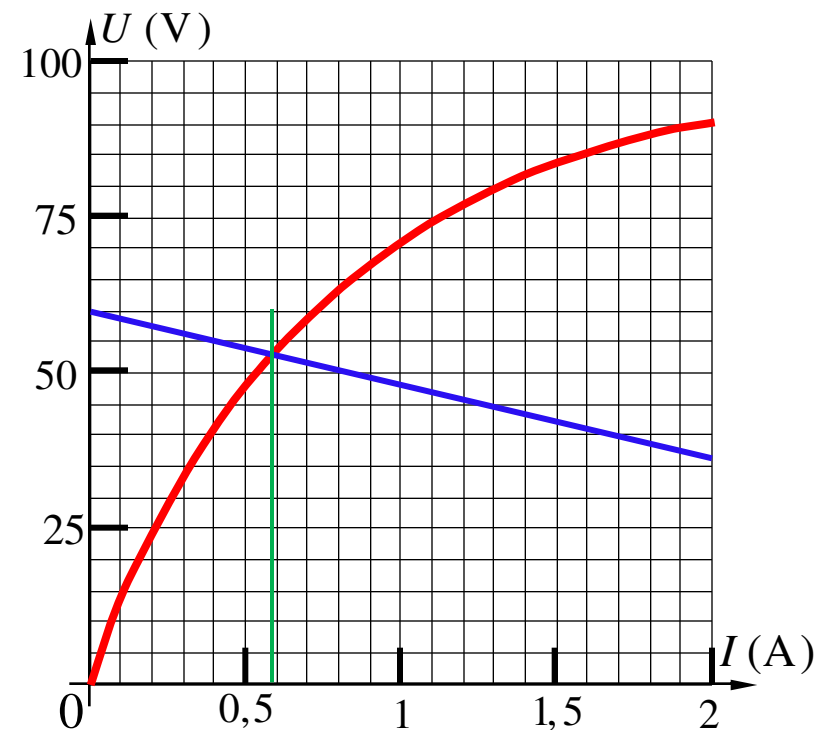


$$E_{td} = \frac{E / R_1}{1/R_1 + 1/R_3} = \frac{100 / 20}{1/20 + 1/30} = 60 V$$

$$u_2(i_2) + 12i_2 = 60$$

$$\rightarrow u_2(i_2) = 60 - 12i_2$$

$$\rightarrow i_2 = 0,59 A$$



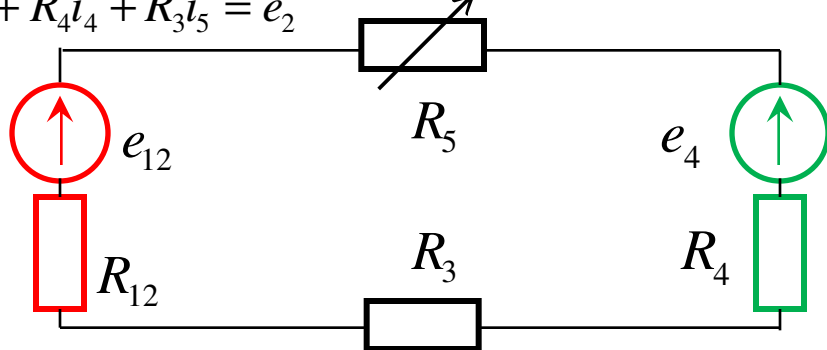
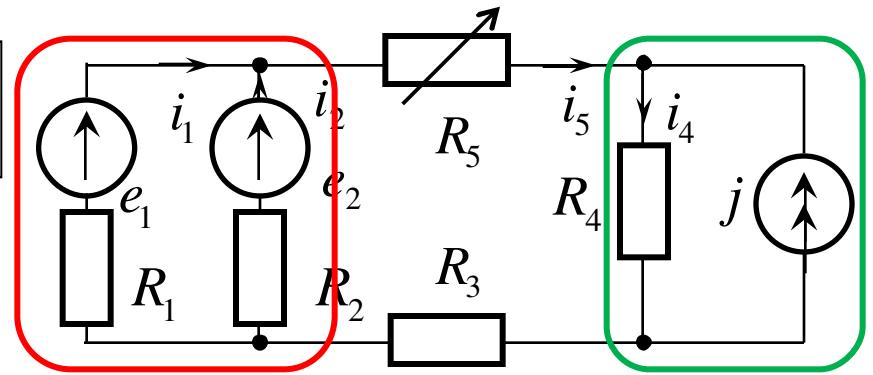
Phương pháp đồ thị (14)

VD11

$R_1 = 20\Omega; R_2 = 30\Omega; R_3 = R_4 = 40\Omega; C = 0,4\text{mF};$
 $e_1 = 200\text{ V}; e_2 = 180\text{ V}; j = 2\text{ A.}$ Tìm i_5 ?

$$\begin{cases} i_1 + i_2 - i_5 = 0 \\ i_5 - i_4 + j = 0 \\ R_1 i_1 - R_2 i_2 = e_1 - e_2 \\ R_2 i_2 + u_5 + R_4 i_4 + R_3 i_5 = e_2 \end{cases}$$

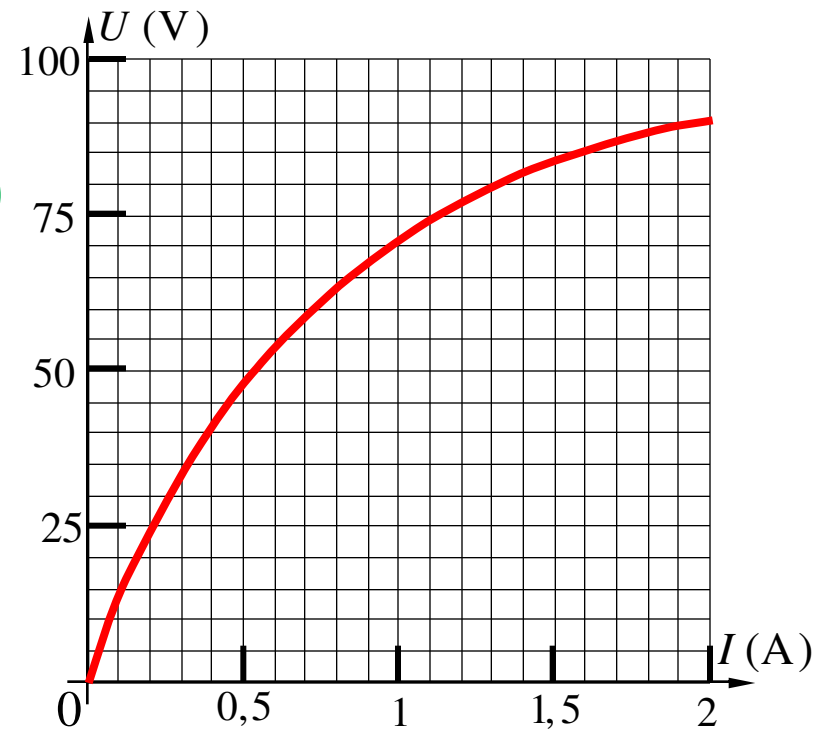
$\rightarrow u_5(i_5) = A - Bi_5$



$$R_{12} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{20 \cdot 30}{20 + 30} = 12\Omega$$

$$e_{12} = \frac{e_1 / R_1 + e_2 / R_2}{1 / R_1 + 1 / R_2} = \frac{200 / 20 + 180 / 30}{1 / 20 + 1 / 30} = 192\text{ V}$$

$$e_4 = R_4 j = 40 \cdot 2 = 80\text{ V}$$

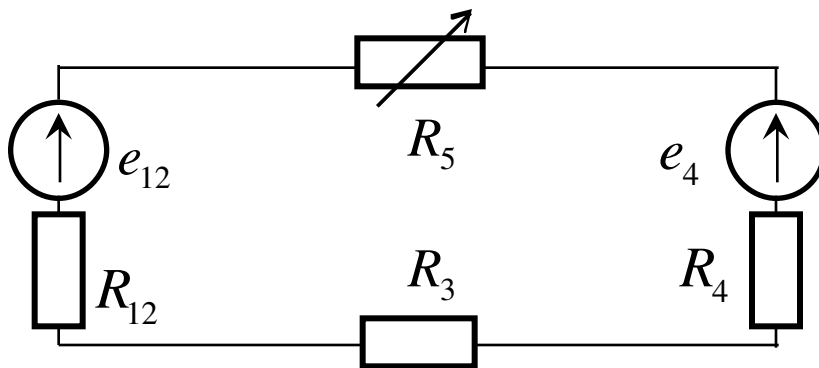


Phương pháp đồ thị (15)

VD11

$R_1 = 20\Omega; R_2 = 30\Omega; R_3 = R_4 = 40\Omega; C = 0,4\text{mF};$
 $e_1 = 200\text{ V}; e_2 = 180\text{ V}; j = 2\text{ A.}$ Tìm i_5 ?

$R_{12} = 12\Omega; e_{12} = 192\text{ V}; e_4 = 80\text{ V}$

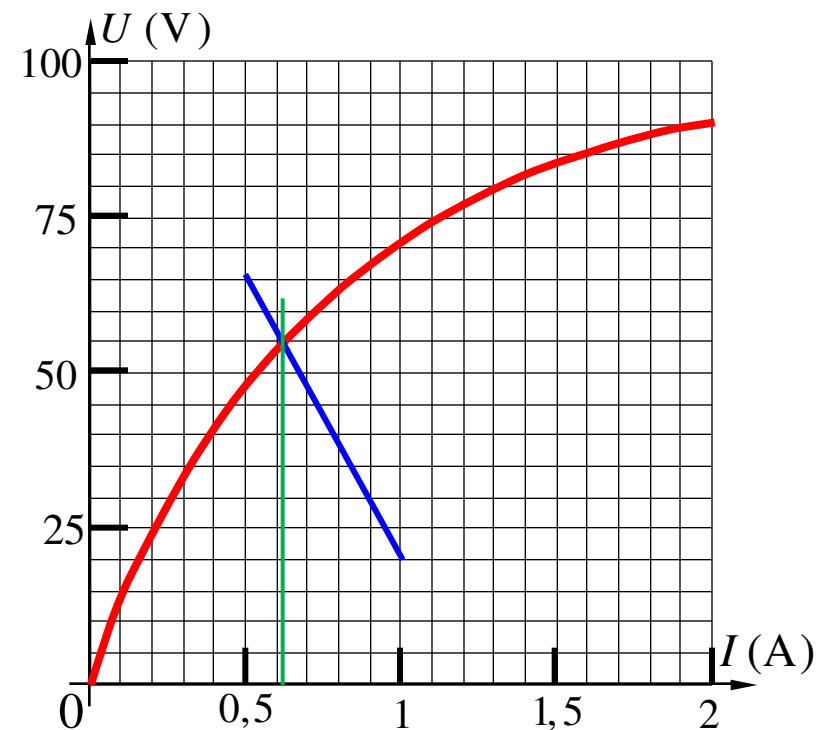
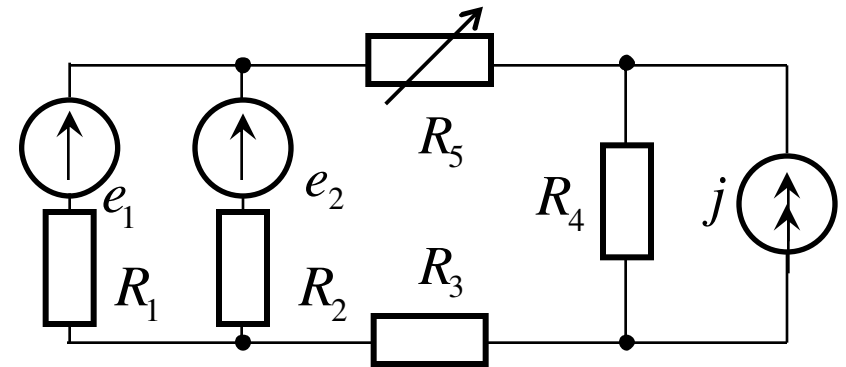


$$u_5(i_5) + (R_{12} + R_3 + R_4)i_5 = e_{12} - e_4$$

$$\rightarrow u_5(i_5) + (12 + 40 + 40)i_5 = 192 - 80$$

$$\rightarrow u_5(i_5) = 112 - 92i_5$$

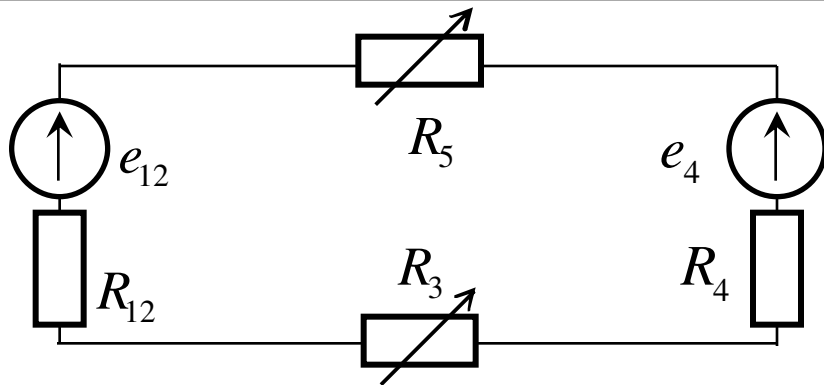
$$\rightarrow i_5 = 0,61\text{A}$$



Phương pháp đồ thị (16)

VD12

$R_1 = 20\Omega; R_2 = 30\Omega; R_3 = R_4 = 40\Omega; C = 0,4\text{mF};$
 $e_1 = 200\text{ V}; e_2 = 180\text{ V}; j = 2\text{ A.}$ Tìm i_5 ?



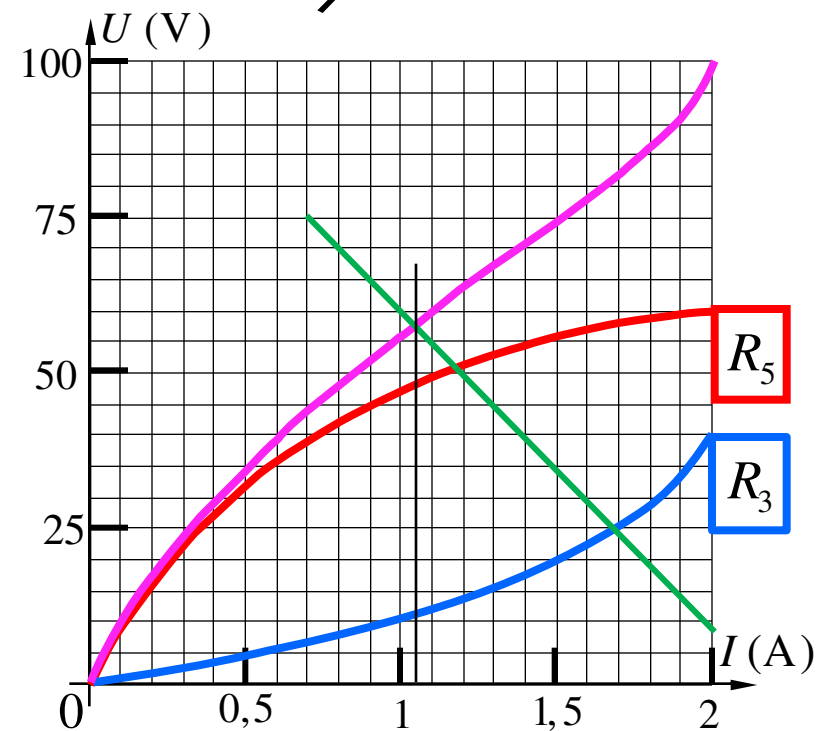
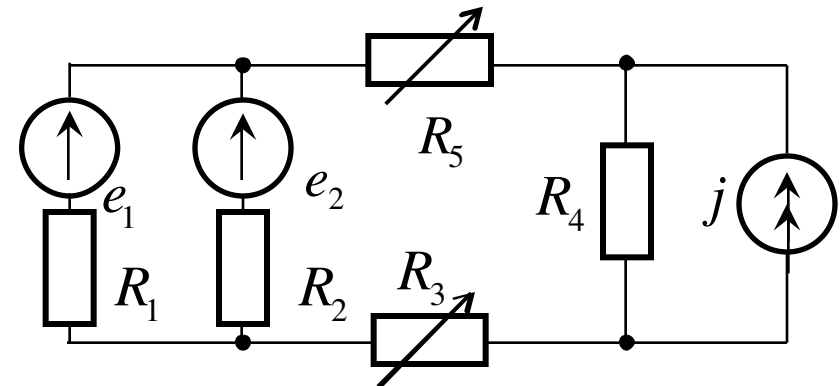
$$R_{12} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{20 \cdot 30}{20 + 30} = 12\Omega$$

$$e_{12} = \frac{e_1 / R_1 + e_2 / R_2}{1/R_1 + 1/R_2} = \frac{200/20 + 180/30}{1/20 + 1/30} = 192\text{ V}$$

$$e_4 = R_4 j = 40 \cdot 2 = 80\text{ V}$$

$$\rightarrow u_3(i_3) + u_5(i_3) + (12 + 40)i_5 = 192 - 80$$

$$\rightarrow u_3(i_3) + u_5(i_3) = 112 - 52i_3 \rightarrow i_3 = 1,05\text{ A}$$

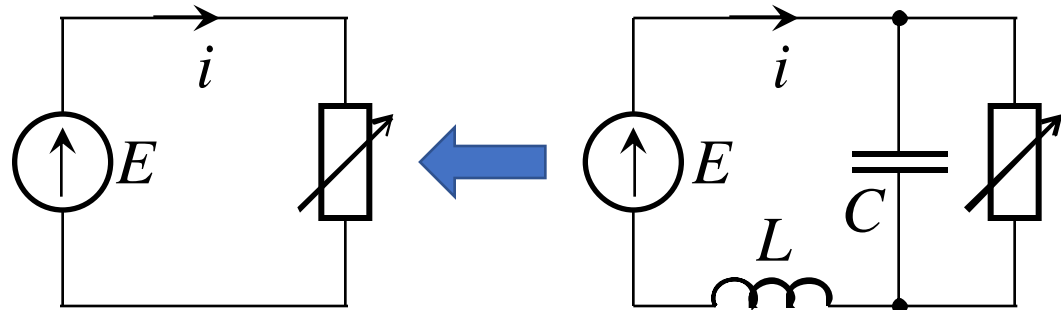




Phương pháp đồ thị (17)

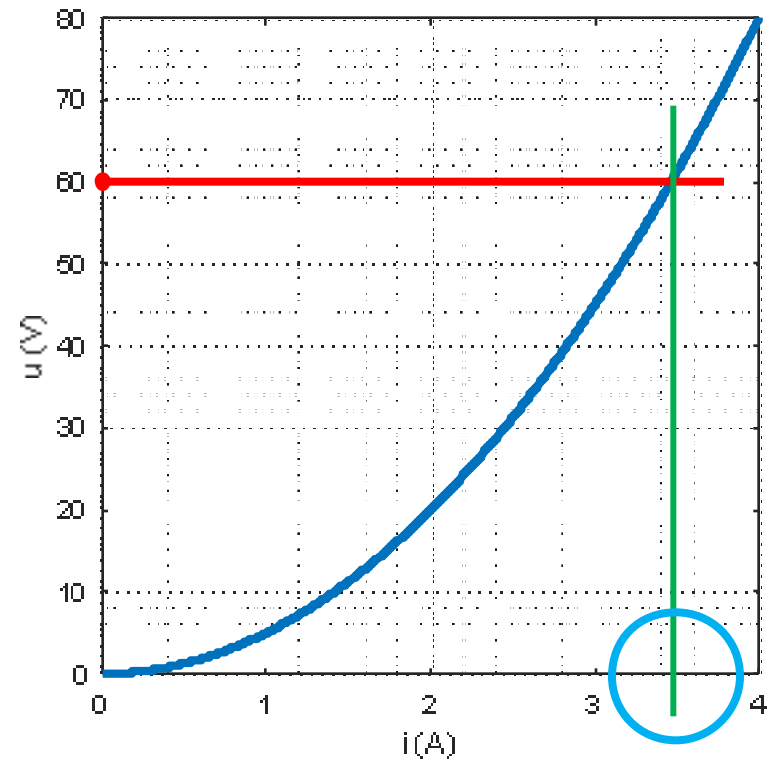
VD13

$E = 60\text{V}; L = 2\text{ H}; C = 4\text{ mF}.$
 Tính dòng điện i ?



$$u(i) = E = 60$$

$$\rightarrow i = 3,45\text{ A}$$





Phương pháp đồ thị (18)

- Dùng đồ thị để giải phương trình một ẩn số:

$$y(x) = ax + b \quad (\alpha)$$

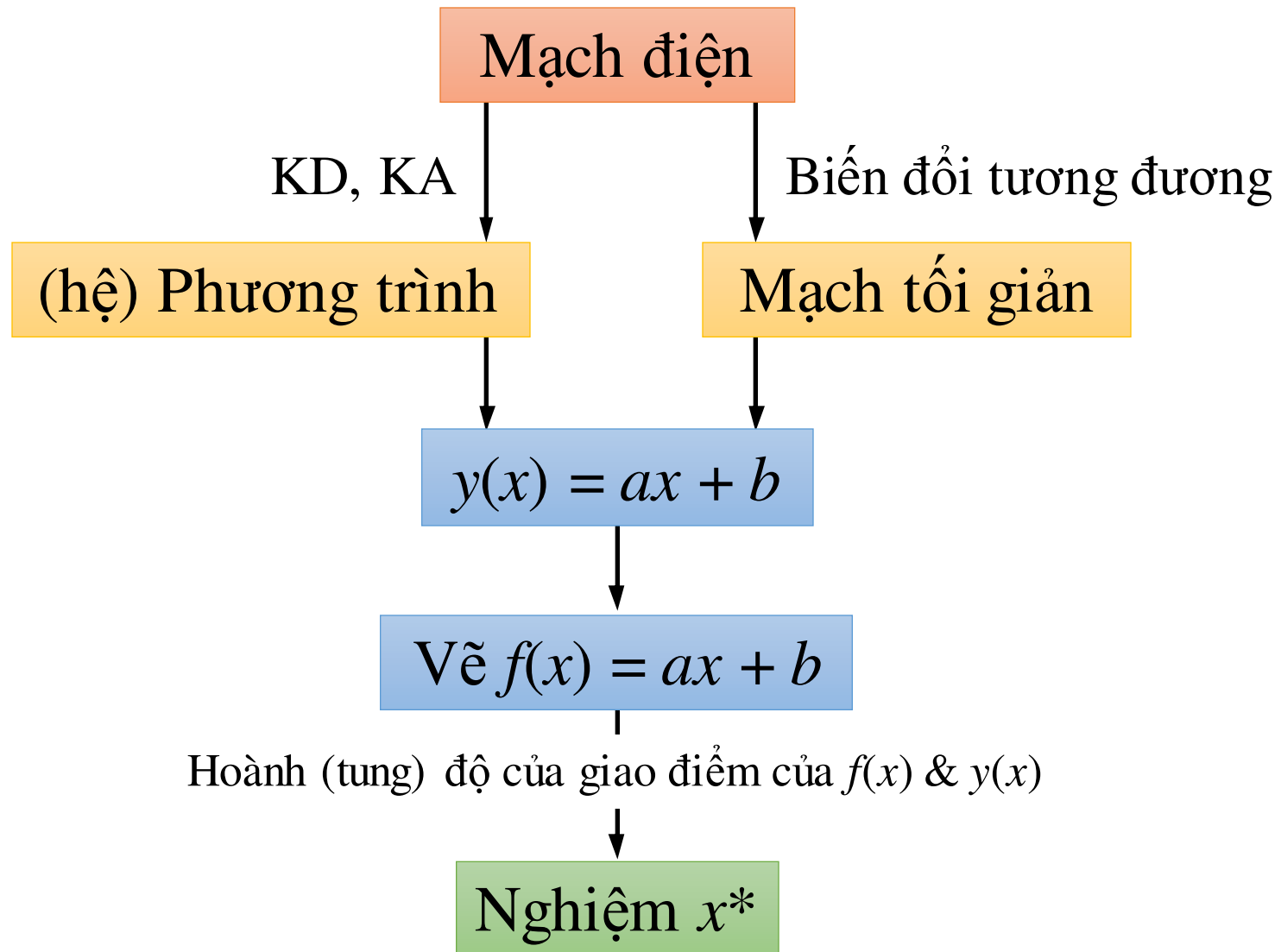
(đường cong $y(x)$ cho trước)

- Áp dụng cho mạch điện có ít phần tử phi tuyến.
- Các bước thực hiện:
 1. Lập 01 phương trình 01 ẩn số (α) bằng một trong hai cách:
 - a) Lập (hệ) phương trình (phương pháp dòng nhánh) mô tả mạch, rồi rút gọn về dạng (α) , hoặc,
 - b) Dùng phương pháp biến đổi tương đương để đưa mạch điện về mạch có tất cả các phần tử nối tiếp với nhau, từ đó lập (α) .
 2. Vẽ đường thẳng $f(x) = ax + b$,
 3. Tìm giao điểm M của đường cong $y(x)$ & đường thẳng $f(x)$, nghiệm của (α) là hoành độ hoặc tung độ của M .





Phương pháp đồ thị (19)





Lý thuyết mạch II

I. Quá trình quá độ

II. Mạch phi tuyến

1. Giới thiệu
2. Đặc tính của phần tử phi tuyến
- 3. Chế độ xác lập**
 - a) **Mạch một chiều**
 - i. Phương pháp đồ thị
 - ii. Phương pháp dò
 - b) Mạch xoay chiều
4. Chế độ quá độ
5. Điốt và tranzito

III. Đường dây dài



Phương pháp dò (1)

VD1

$E = 90V; R = 15 \Omega$; tính dòng điện?

$$u(i) + 15i = 90$$

$$i \rightarrow u(i), 15i \rightarrow u(i) + 15i = 90?$$

$$i^{(1)} = 1 \text{ A}$$

$$i^{(2)} = 2,2 \text{ A}$$

$$u^{(1)} \equiv 34 \text{ V}$$

$$u^{(2)} \equiv 37 \text{ V}$$

$$15i^{(1)} \equiv 15 \cdot 1 = 15 \text{ V}$$

$$15i^{(2)} \equiv 15 \cdot 2,2 = 33 \text{ V}$$

$$u^{(1)} \mp 15i^{(1)} \equiv 49 \text{ V}$$

$$u^{(2)} \mp 15i^{(2)} \equiv 90 \text{ V}$$

Lập sơ đồ tính

Gán cho nghiệm một giá trị

Thay vào sơ đồ tính

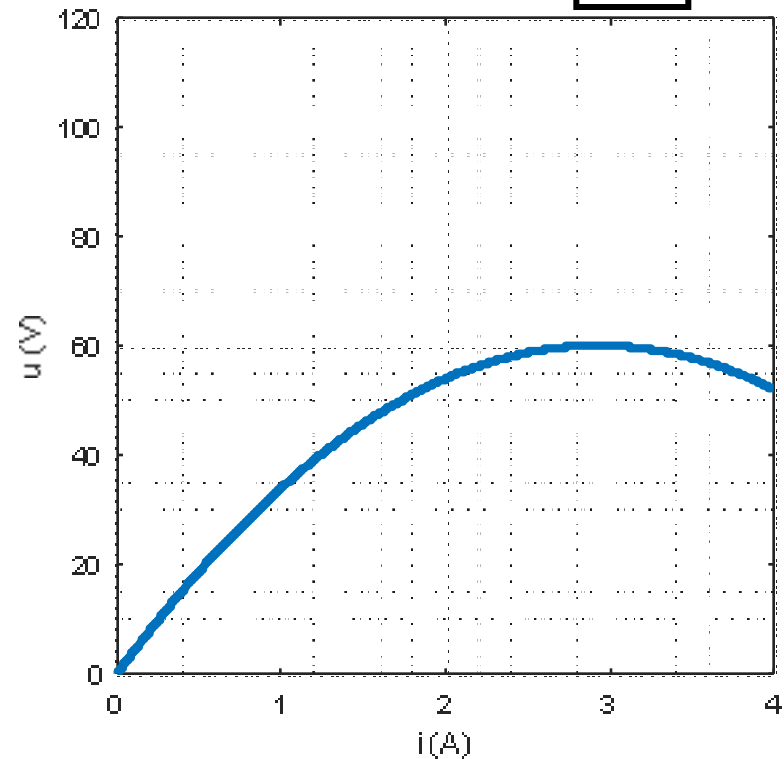
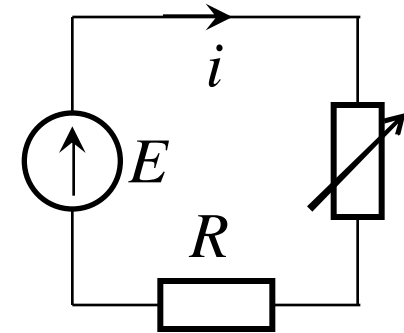
Thoả mãn?

Không

Có

Dừng

$$i^{(*)} = 2,2 \text{ A}$$



Phương pháp dò (2)

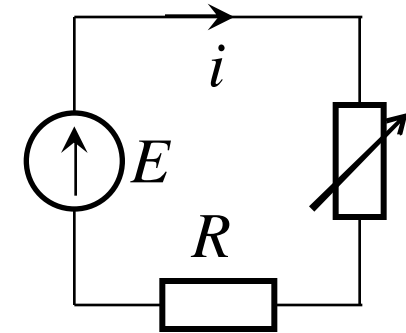
VD1

$E = 90\text{V}; R = 15 \Omega$; tính dòng điện?

$$u(i) + 15i = 90$$

$$i \rightarrow u(i), 15i \rightarrow u(i) + 15i = 90?$$

Lập sơ đồ tính



$$i^{(2)} = 2,2 \text{ A}$$

$$u^{(2)} = 57 \text{ V}$$

$$15i^{(2)} = 15 \cdot 2,2 = 33 \text{ V}$$

Thay vào
sơ đồ tính

$$u^{(2)} + 15i^{(2)} = 90 \text{ V}$$

Thoả mãn?

Không

Có

$$i^{(*)} = 2,2 \text{ A}$$

Dừng

$$\left| \frac{(u^{(k)} + 15i^{(k)}) - 90}{90} \right| \leq \varepsilon$$

$$\left| \frac{f^{(k)} - \text{const}}{\text{const}} \right| \leq \varepsilon$$

Phương pháp dò (3)

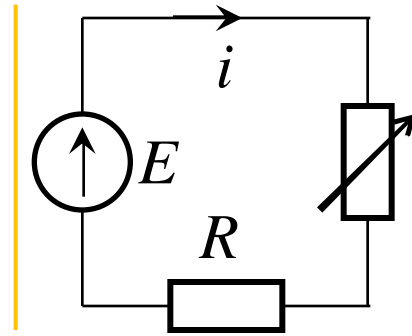
VD1

$$E = 90V; R = 15 \Omega; \text{ tính dòng điện? } u(i) + 15i = 90$$

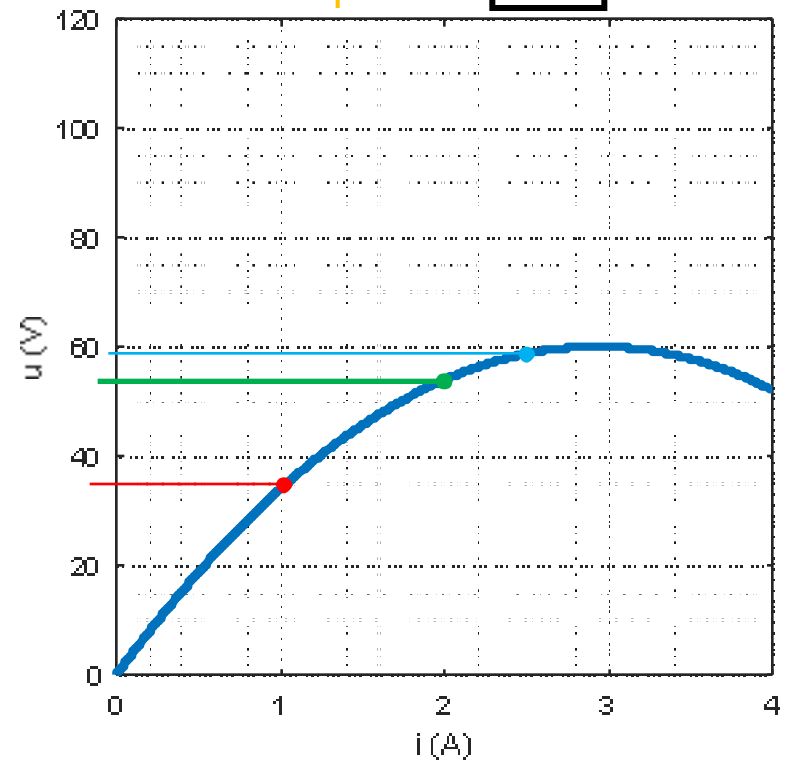
$$i \xrightarrow{\text{đồ thị}} u(i) \ \& \ 15i \rightarrow E = u(i) + 15i = 90? \ \varepsilon = \frac{|E^{(k)} - 90|}{90}$$

$$i^{(1)} = 1A \rightarrow u^{(1)} = 35V \rightarrow E^{(1)} = 35 + 15 \cdot 1 = 50V$$

$$\rightarrow \varepsilon^{(1)} = |50 - 90| / 90 = 44\%$$



k	1	2	3
$i^{(k)}$ (A)	1	2	2,5
$u^{(k)}$ (V)	35	54	59
$15i^{(k)}$ (V)	15	30	37,5
$E^{(k)}$ (V)	50	84	96,5
$\varepsilon^{(k)}$ (%)	44,0	6,7	7,2



Phương pháp dò (4)

VD1

$i^{(k)}$ (A)	1	2	2,5
$E^{(k)} = u^{(k)} + 15i^{(k)}$ (V)	5,0	84	96,5

Dò tiếp

Nội/ngoại suy

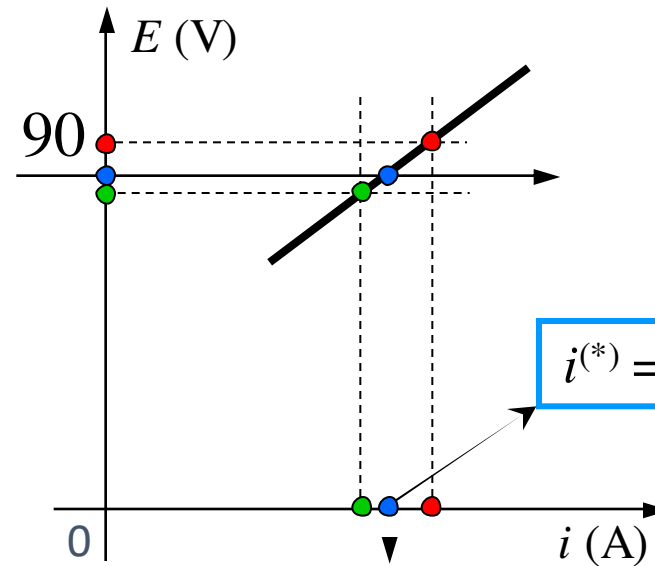
$$i^{(4)} = 2,2 \text{ A}$$

$$u^{(4)} = 57 \text{ V}$$

$$15i^{(4)} = 15 \cdot 2,2 = 33 \text{ V}$$

$$u^{(4)} + 15i^{(4)} = 90 \text{ V}$$

$$i^{(*)} = 2,2 \text{ A}$$

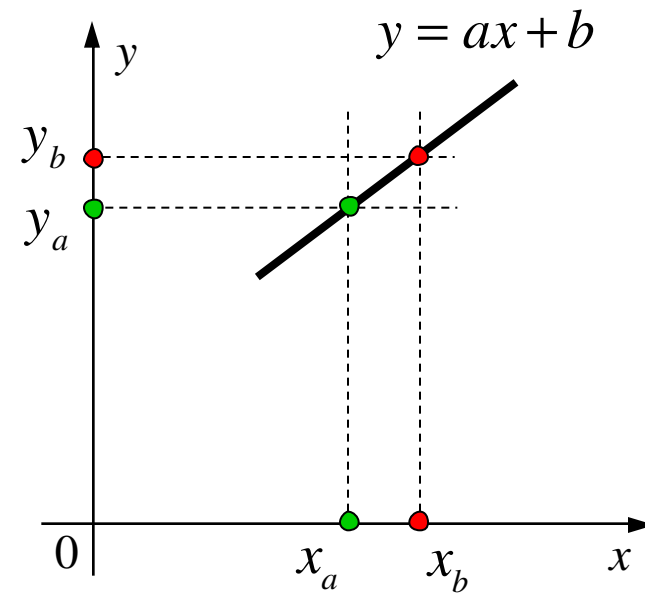


Phương pháp dò (5)

$$\begin{cases} y_a = ax_a + b \\ y_b = ax_b + b \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} a = \frac{y_a - y_b}{x_a - x_b} \\ b = \frac{x_a y_b - x_b y_a}{x_a - x_b} \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} y = \frac{y_a - y_b}{x_a - x_b} x + \frac{x_a y_b - x_b y_a}{x_a - x_b} \\ x = \frac{x_a - x_b}{y_a - y_b} y - \frac{x_a y_b - x_b y_a}{y_a - y_b} \end{cases}$$

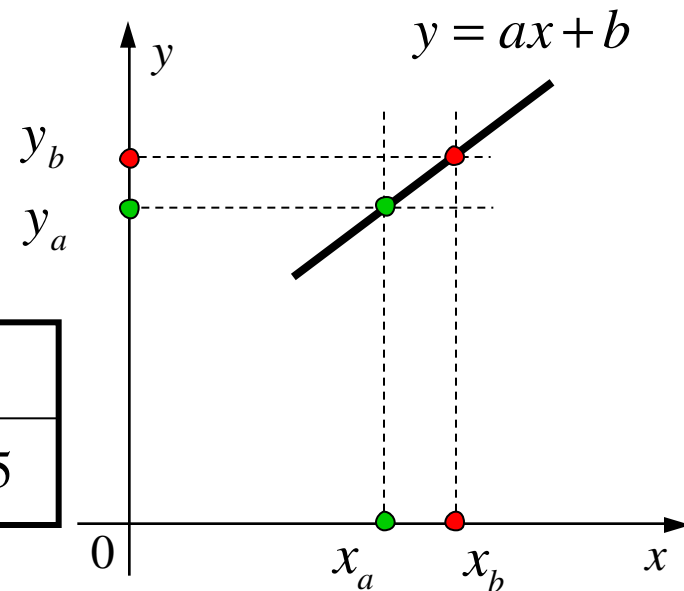




Phương pháp dò (6)

VD1

$$\begin{cases} y = \frac{y_a - y_b}{x_a - x_b} x + \frac{x_a y_b - x_b y_a}{x_a - x_b} \\ x = \frac{x_a - x_b}{y_a - y_b} y - \frac{x_a y_b - x_b y_a}{y_a - y_b} \end{cases}$$



$i^{(k)}$ (A)	1	2	2,5
$E^{(k)} = u^{(k)} + 15i^{(k)}$ (V)	5,0	84	96,5

$$i = \frac{i_a - i_b}{E_a - E_b} E + \frac{E_a i_b - E_b i_a}{E_a - E_b} = \frac{2 - 2,5}{84 - 96,5} E + \frac{84 \cdot 2,5 - 96,5 \cdot 2}{84 - 96,5} = 0,040E - 1,360$$

$$\rightarrow i^* = i(E = 90) = 0,040 \cdot 90 - 1,360 = \boxed{2,24A}$$

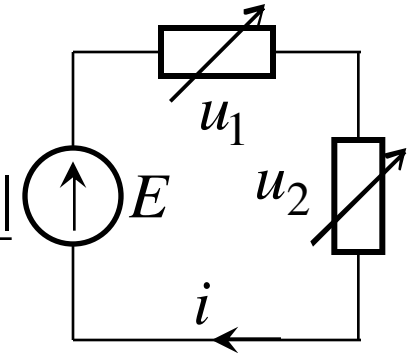


Phương pháp dò (7)

VD2

$$E = 90\text{V, tính dòng điện? } u_1(i) + u_2(i) = E = 90$$

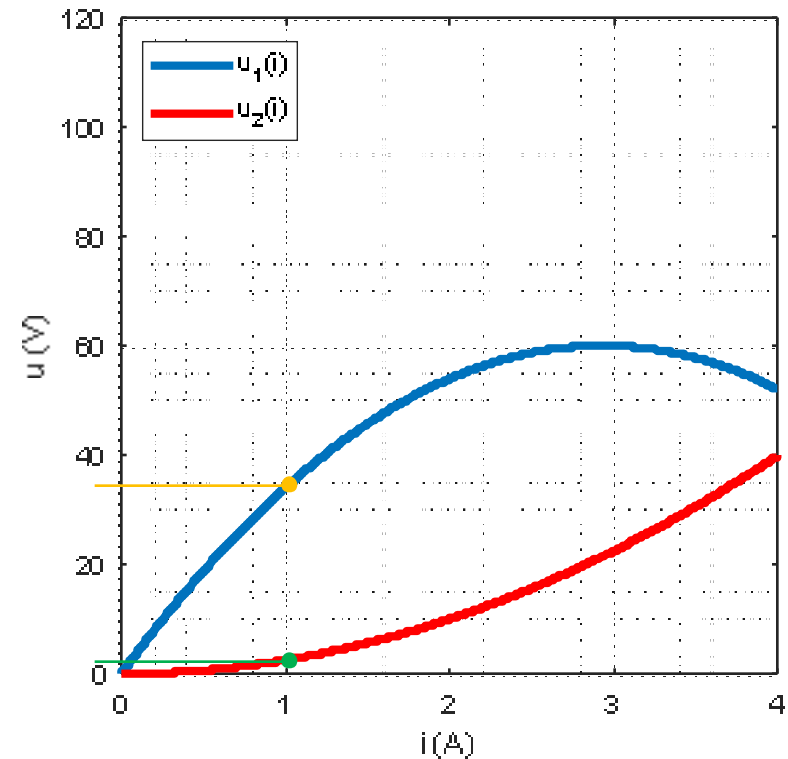
$$i \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{đồ thị } u_1(i) \rightarrow u_1(i) \\ \text{đồ thị } u_2(i) \rightarrow u_2(i) \end{array} \right\} \rightarrow E = u_1(i) + u_2(i) = 90? \quad \varepsilon = \frac{|E^{(k)} - 90|}{90}$$



$$i^{(1)} = 1\text{A} \rightarrow u_1^{(1)}(i) = 35\text{V}; u_2^{(1)}(i) = 2,5\text{V}$$

$$\rightarrow E^{(1)} = 35 + 2,5 = 37,5\text{ V}$$

$$\rightarrow \varepsilon^{(1)} = \frac{|37,5 - 90|}{90} = 58,3\%$$

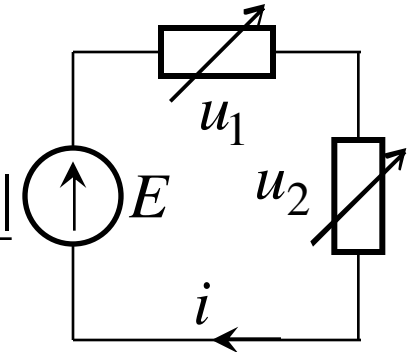


Phương pháp dò (8)

VD2

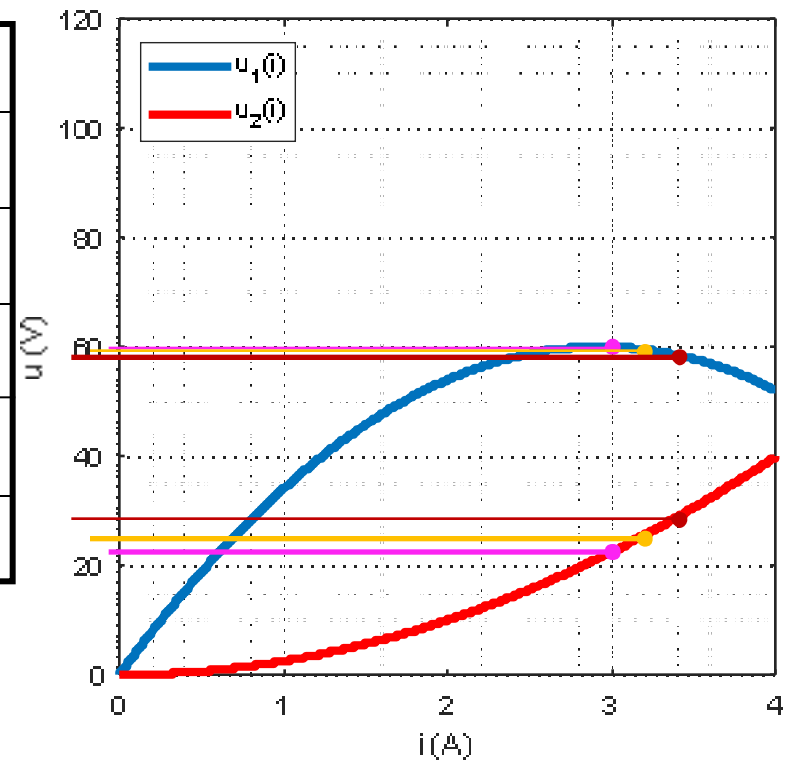
$E = 90V$, tính dòng điện? $u_1(i) + u_2(i) = E = 90$

$$i \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{đồ thị } u_1(i) \rightarrow u_1(i) \\ \text{đồ thị } u_2(i) \rightarrow u_2(i) \end{array} \right\} \rightarrow E = u_1(i) + u_2(i) = 90? \quad \varepsilon = \frac{|E^{(k)} - 90|}{90}$$



k	1	2	3	4
$i^{(k)}$ (A)	1	3	3,2	3,4
$u_1^{(k)}$ (V)	35	60	59	58
$u_2^{(k)}$ (V)	2,5	22,5	25	29
$E^{(k)} = u_1^{(k)} + u_2^{(k)}$ (V)	37,5	82,5	84	87
$ E^{(k)} - 90 /90$ (%)	58,3	8,3	6,7	3,3

$\rightarrow i = 3,4 A$



Phương pháp dò (9)

VD3

$E = 100\text{V}; R_1 = 20\ \Omega; R_3 = 30\ \Omega$. Tính các dòng điện?

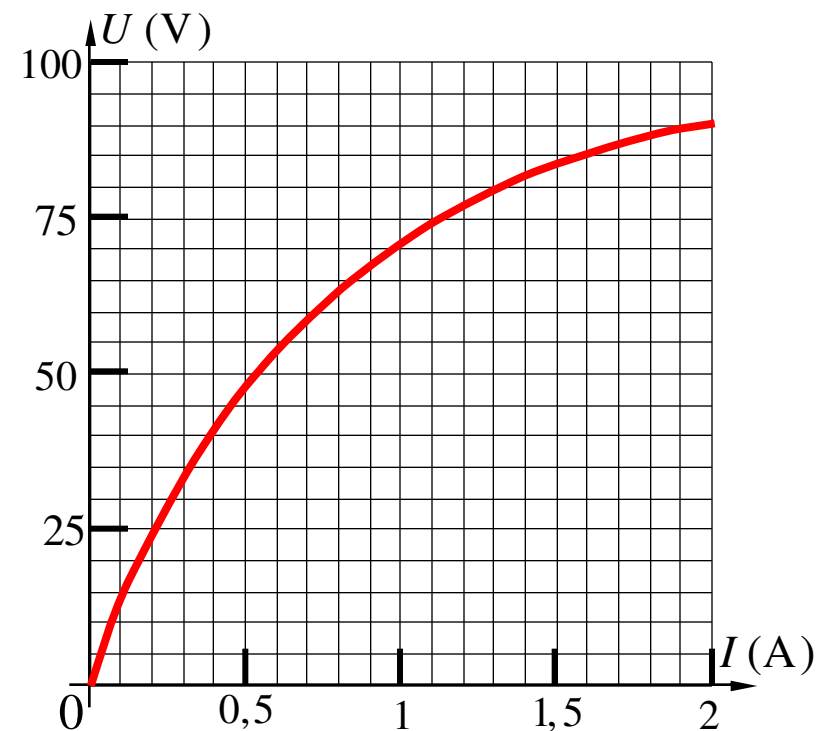
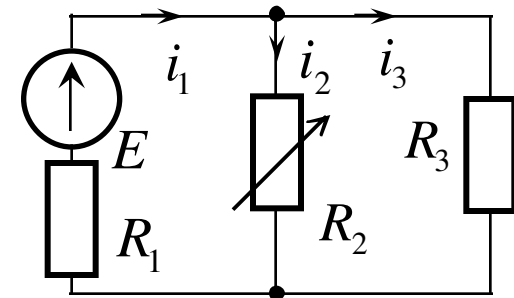
$$\begin{cases} i_1 - i_2 - i_3 = 0 & (\alpha) \\ u_2 = R_3 i_3 & (\beta) \\ R_1 i_1 + u_2 = E & (\gamma) \end{cases}$$

$$i_2 \xrightarrow{\text{đồ thị}} u_2 \xrightarrow{(\beta)} i_3 = \frac{u_2}{R_3}$$

$$\xrightarrow{(\alpha)} i_1 = i_2 + i_3$$

$$\xrightarrow{(\gamma)} E = R_1 i_1 + u_2 = 100?$$

$$\varepsilon = \frac{|E - 100|}{100}$$



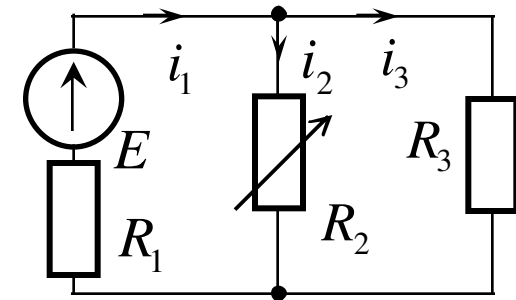
Phương pháp dò (10)

VD3

$E = 100V$; $R_1 = 20 \Omega$; $R_3 = 30 \Omega$. Tính các dòng điện?

$$i_2 \rightarrow u_2 \rightarrow i_3 = \frac{u_2}{R_3} \rightarrow i_1 = i_2 + i_3$$

$$\rightarrow E = R_1 i_1 + u_2 = 100? \quad \varepsilon = |E - 100| / 100$$



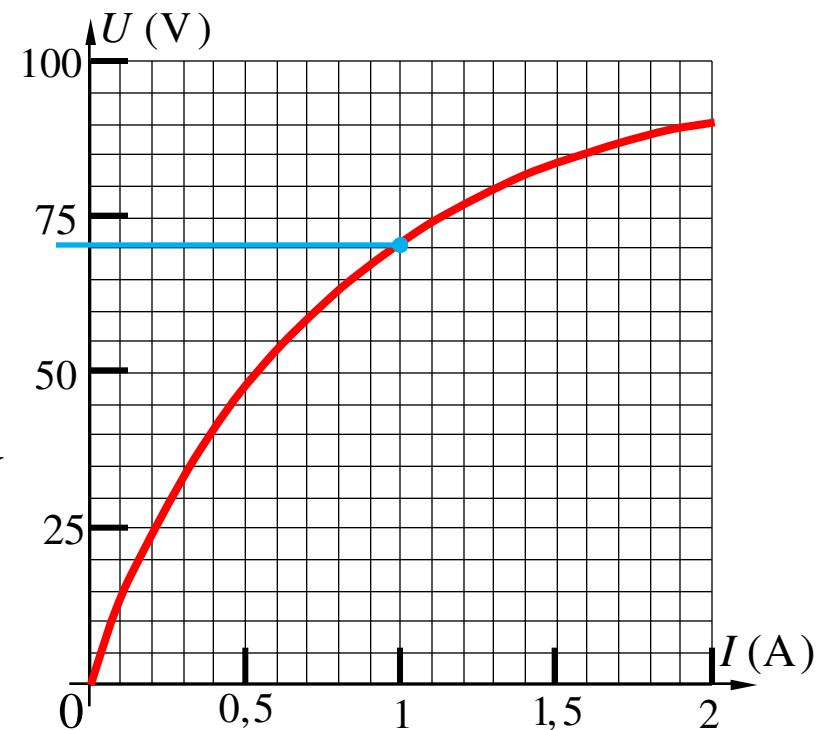
$$i_2^{(1)} = 1 \text{ A} \rightarrow u_2^{(1)} = 71 \text{ V}$$

$$\rightarrow i_3^{(1)} = \frac{71}{30} = 2,37 \text{ A}$$

$$\rightarrow i_1^{(1)} = 1 + 2,37 = 3,37 \text{ A}$$

$$\rightarrow E^{(1)} = 20 \cdot 3,37 + 71 = 138,4 \text{ V}$$

$$\varepsilon^{(1)} = \frac{|138,4 - 100|}{100} = 38\%$$



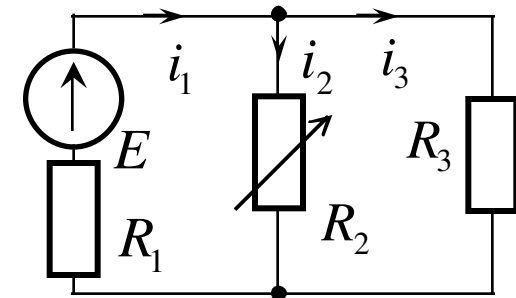
Phương pháp dò (11)

VD3

$E = 100\text{V}; R_1 = 20\ \Omega; R_3 = 30\ \Omega$. Tính các dòng điện?

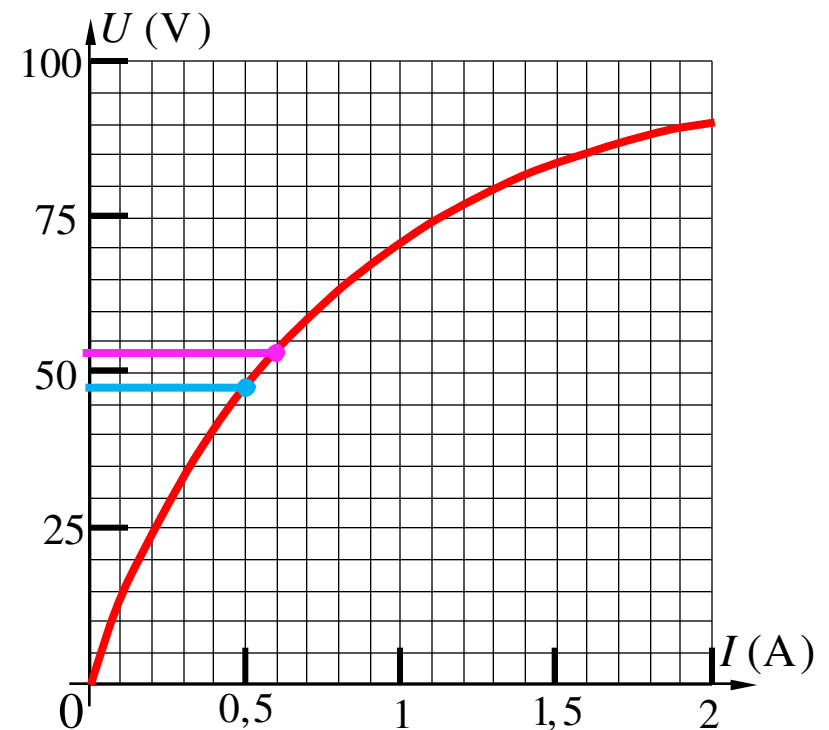
$$i_2 \rightarrow u_2 \rightarrow i_3 = \frac{u_2}{R_3} \rightarrow i_1 = i_2 + i_3$$

$$\rightarrow E = R_1 i_1 + u_2 = 100? \quad \varepsilon = |E - 100| / 100$$



k	1	2	3	
$i_2^{(k)}$ (A)	1	0,5	0,6	
$u_2^{(k)}$ (V)	71	48	53	
$i_3^{(k)}$ (A)	2,37	1,60	1,77	
$i_1^{(k)}$ (A)	3,37	2,10	2,37	
$E^{(k)}$ (V)	138	90	100,3	
$\varepsilon^{(k)}$ (%)	38	10	0,3	

$$\rightarrow i_1 = 2,37\ \text{A}; i_2 = 0,6\ \text{A}; i_3 = 1,77\ \text{A}$$



Phương pháp dò (12)

VD4

$R_1 = 20\Omega; R_2 = 30\Omega; R_3 = R_4 = 40\Omega; C = 0,4\text{mF};$
 $e_1 = 200\text{ V}; e_2 = 180\text{ V}; j = 2\text{ A.}$ Tìm i_5 ?

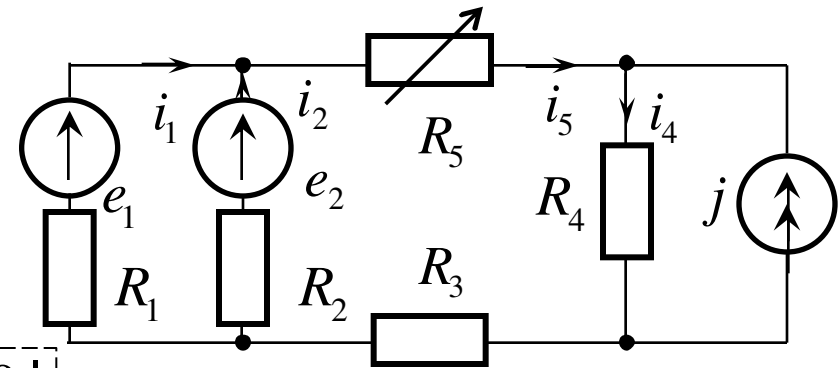
$$i_1 + i_2 - i_5 = 0 \quad (\alpha)$$

$$i_5 - i_4 + j = 0 \quad (\beta)$$

$$R_1 i_1 - R_2 i_2 = e_1 - e_2 \quad (\gamma)$$

$$R_2 i_2 + u_5 + R_4 i_4 + R_3 i_5 = e_2 \quad (\delta)$$

$$\mathcal{E} = \frac{|e_1 - 200|}{200}$$



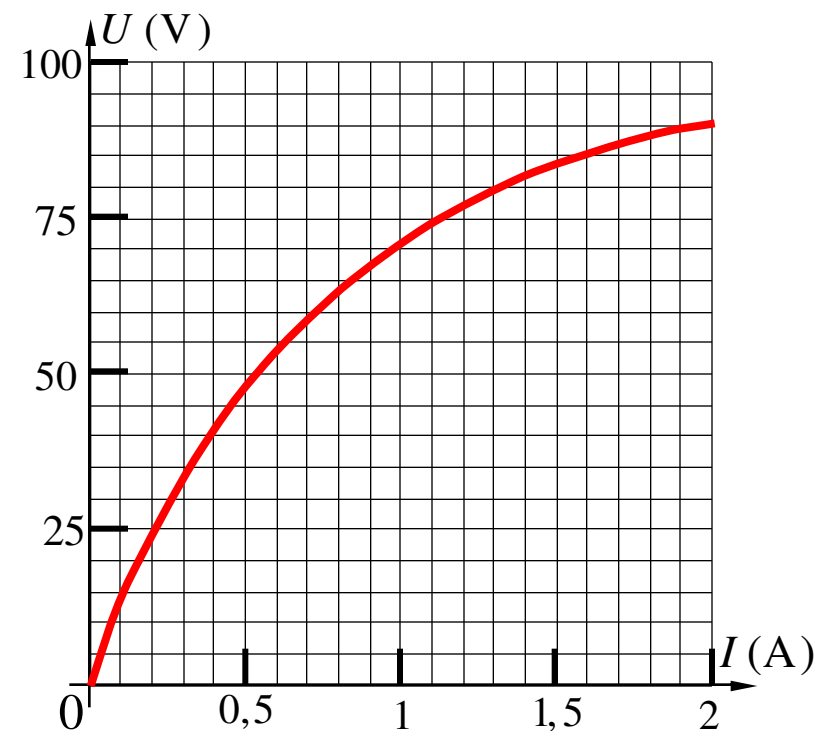
$$i_5 \xrightarrow{\text{đồ thị}} u_5$$

$$\xrightarrow{(\beta)} i_4 = i_5 + j$$

$$\xrightarrow{(\delta)} i_2 = \frac{e_2 - (u_5 + R_4 i_4 + R_3 i_5)}{R_2}$$

$$\xrightarrow{(\alpha)} i_1 = i_5 - i_2$$

$$\xrightarrow{(\gamma)} e_1 = e_2 + R_1 i_1 - R_2 i_2 = 200?$$



Phương pháp dò (13)

VD4

$R_1 = 20\Omega; R_2 = 30\Omega; R_3 = R_4 = 40\Omega; C = 0,4\text{mF};$
 $e_1 = 200\text{ V}; e_2 = 180\text{ V}; j = 2\text{ A.}$ Tìm i_5 ?

$$i_5 \rightarrow \begin{cases} u_5 \\ i_4 = i_5 + j \end{cases} \rightarrow i_2 = \frac{e_2 - (u_5 + R_4 i_4 + R_3 i_5)}{R_2}$$

$$\rightarrow i_1 = i_5 - i_2 \rightarrow e_1 = e_2 + R_1 i_1 - R_2 i_2; \varepsilon = |e_1 - 200| / 200$$

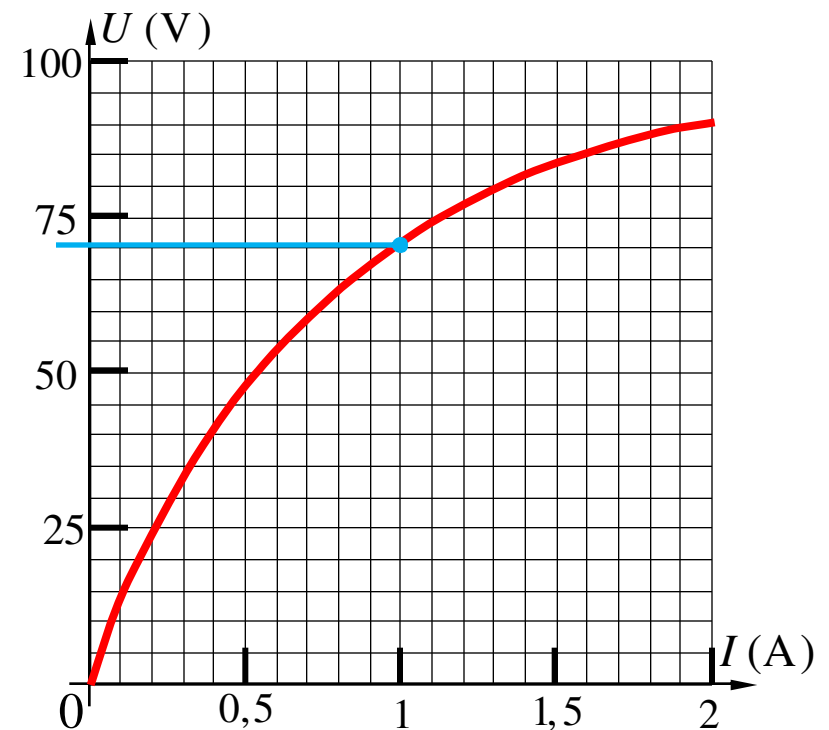
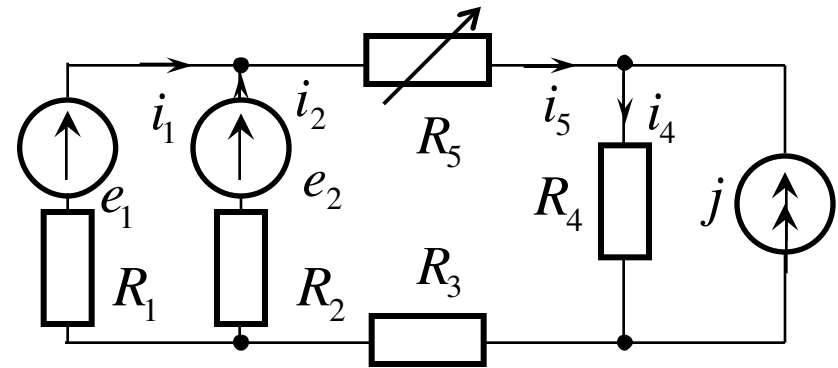
$$i_5^{(1)} = 1\text{ A} \rightarrow u_5^{(1)} = 71\text{ V}, i_4 = 1 + 2 = 3\text{ A}$$

$$\rightarrow i_2^{(1)} = \frac{180 - (71 + 40 \cdot 3 + 40 \cdot 1)}{30} = -1,70\text{ A}$$

$$\rightarrow i_1^{(1)} = 1 - (-1,70) = 2,70\text{ A}$$

$$\rightarrow e_1^{(1)} = 180 + 20 \cdot 2,7 - 30(-1,7) = 285\text{ V}$$

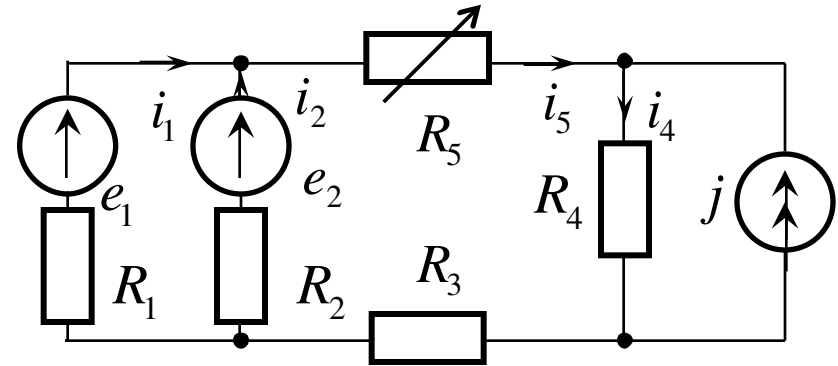
$$\varepsilon^{(1)} = \frac{|285 - 200|}{200} = 43\%$$



Phương pháp dò (14)

VD4

$R_1 = 20\Omega; R_2 = 30\Omega; R_3 = R_4 = 40\Omega; C = 0,4\text{mF};$
 $e_1 = 200\text{ V}; e_2 = 180\text{ V}; j = 2\text{ A.}$ Tìm i_5 ?

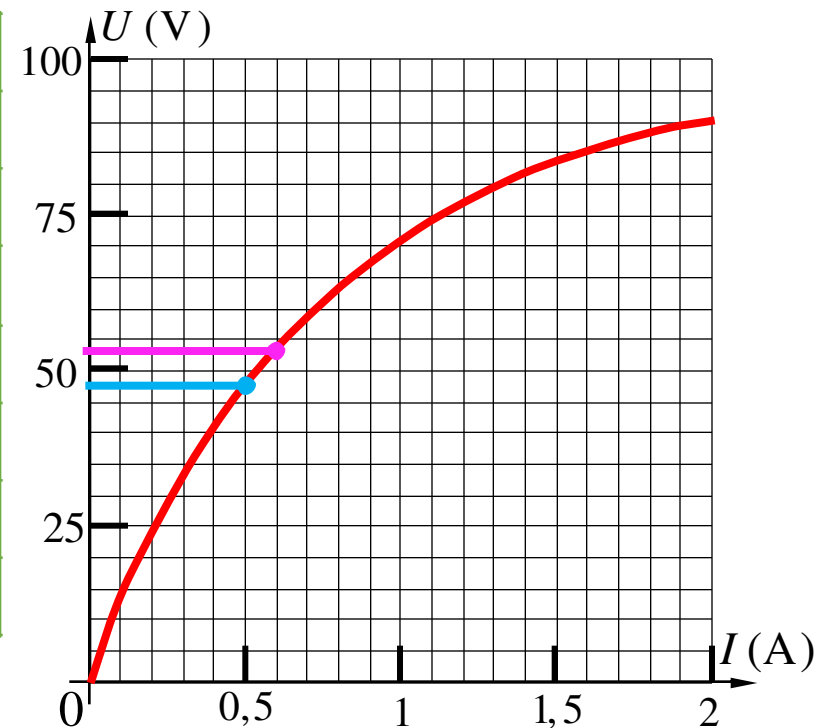


$$i_5 \rightarrow \begin{cases} u_5 \\ i_4 = i_5 + j \end{cases} \rightarrow i_2 = \frac{e_2 - (u_5 + R_4 i_4 + R_3 i_5)}{R_2}$$

$$\rightarrow i_1 = i_5 - i_2 \rightarrow e_1 = e_2 + R_1 i_1 - R_2 i_2; \varepsilon = |e_1 - 200| / 200$$

k	1	2	3	
$i_5^{(k)}$ (A)	1	0,5	0,6	
$u_5^{(k)}$ (V)	71	48	53	
$i_4^{(k)}$ (A)	3	2,5	2,6	
$i_2^{(k)}$ (A)	-1,70	0,40	-0,033	
$i_1^{(k)}$ (A)	2,70	0,10	0,67	
$e_1^{(k)}$ (V)	285	170	195,33	
$\varepsilon^{(k)}$ (%)	43	15	2,33	

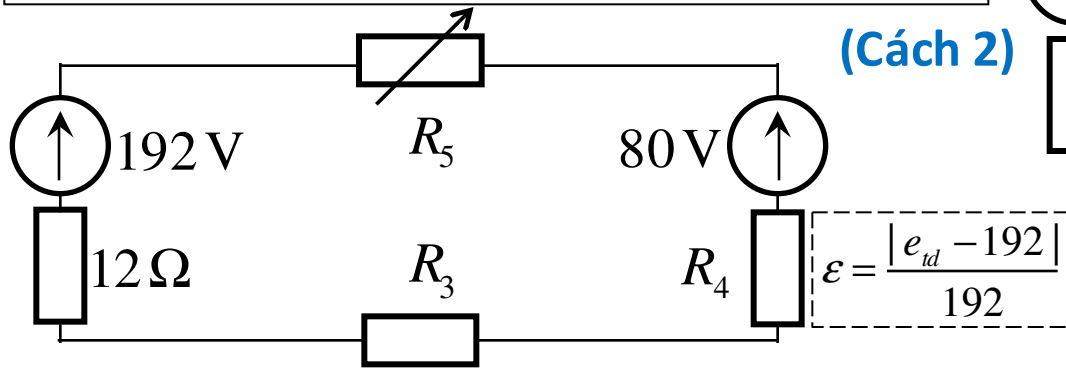
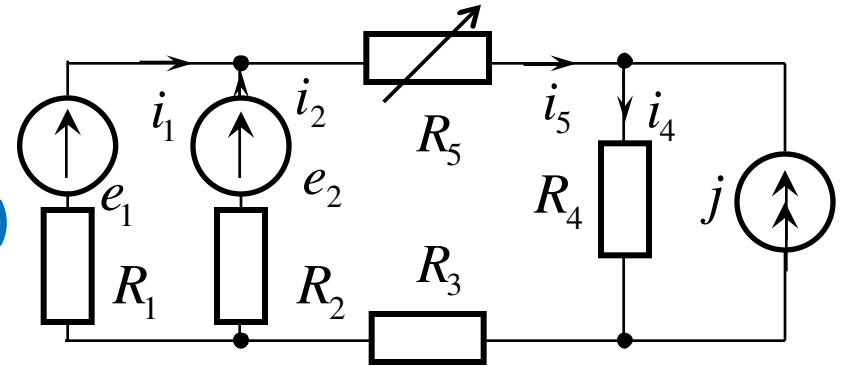
$$\rightarrow i_5 = 0,6\text{ A (Cách 1)}$$



Phương pháp dò (15)

VD4

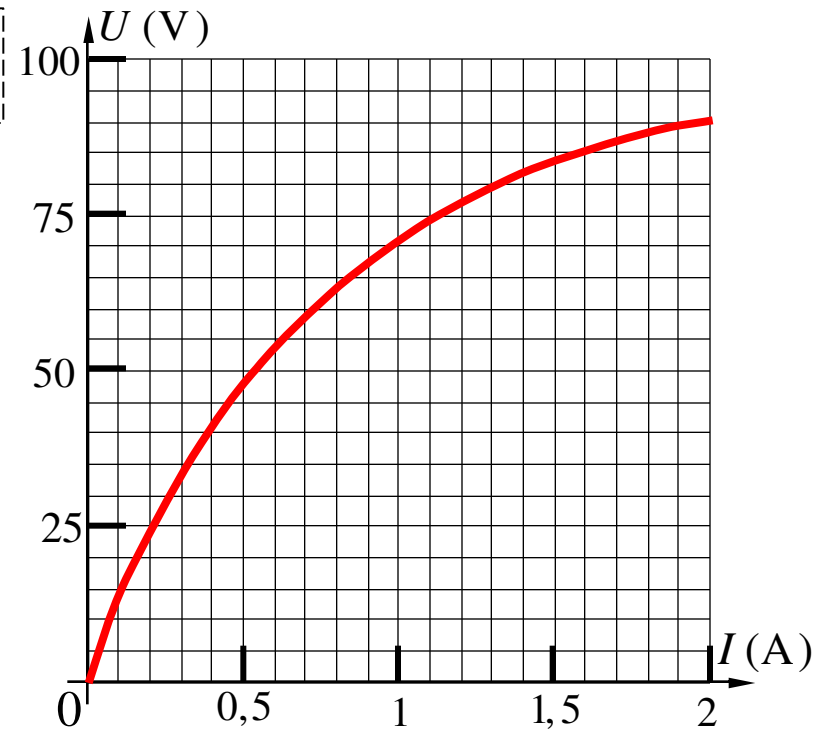
$R_1 = 20\Omega; R_2 = 30\Omega; R_3 = R_4 = 40\Omega; C = 0,4\text{mF};$
 $e_1 = 200\text{ V}; e_2 = 180\text{ V}; j = 2\text{ A.}$ Tìm i_5 ?



$$i_5 \rightarrow u_5 \rightarrow e_{td} = 80 + u_5 + (R_3 + R_4 + 12)i_5$$

k	1	2	3	
$i_5^{(k)}$ (A)	1	0,5	0,6	
$u_5^{(k)}$ (V)	71	48	54	
$e_{td}^{(k)}$ (V)	243	174	189	
$\epsilon^{(k)}$ (%)	27	9,4	1,5	

$$\rightarrow i_5 = 0,6\text{ A}$$



Phương pháp dò (16)

VD5

$E = 60 \text{ V}; R_1 = 20 \Omega; L = 4 \text{ H}; C = 80 \mu\text{F}.$
 Tính dòng điện qua điện trở phi tuyến?

$I \text{ (A)}$	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
$U \text{ (V)}$	0	3	6	10	16	30	80

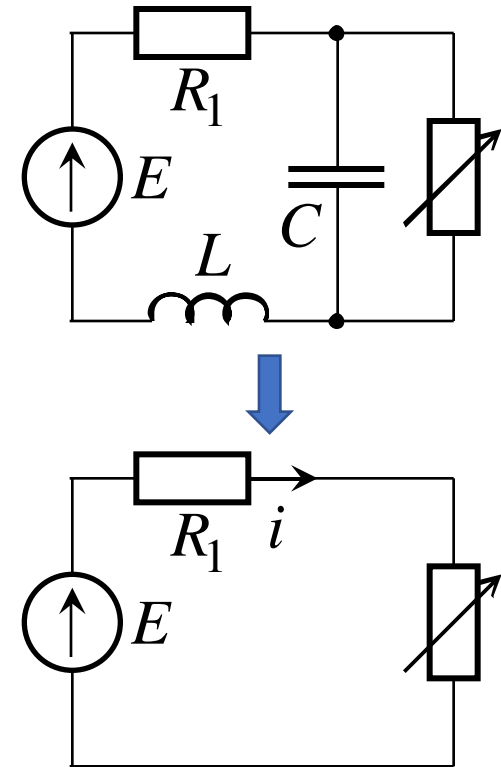
Đặc tính của điện trở phi tuyến

$$R_1 i + u(i) = E \rightarrow 20i + u(i) = 60$$

$$i \xrightarrow{\text{bảng}} u(i) \rightarrow E = 20i + u(i) = 60? \quad \varepsilon = \frac{|E - 60|}{60}$$

$$i^{(1)} = 0,5 \text{ A} \rightarrow u(i) = 3 \text{ V} \rightarrow E^{(1)} = 20 \cdot 0,5 + 3 = 13 \text{ V}$$

$$\varepsilon^{(1)} = \frac{|13 - 60|}{60} = 78\%$$



Phương pháp dò (17)

VD5

$E = 60 \text{ V}; R_1 = 20 \Omega; L = 4 \text{ H}; C = 80 \mu\text{F}$.
 Tính dòng điện qua điện trở phi tuyến?

$I \text{ (A)}$	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
$U \text{ (V)}$	0	3	6	10	16	30	80

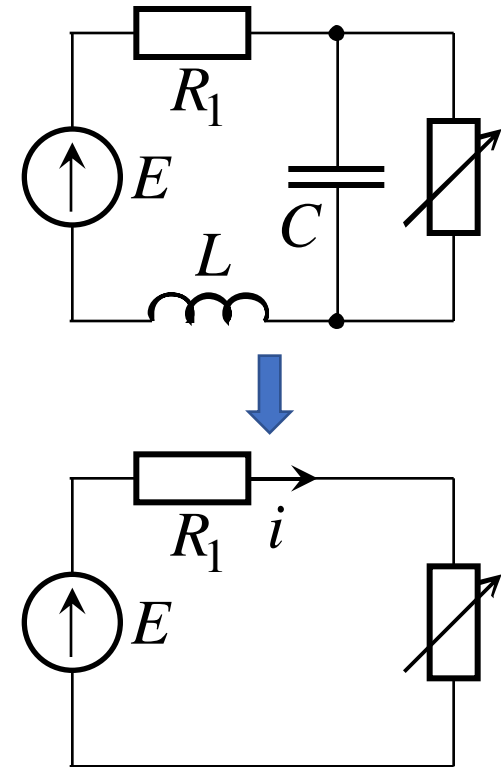
Đặc tính của điện trở phi tuyến

$$i \xrightarrow{\text{bảng}} u(i) \rightarrow E = 20i + u(i) = 60? \quad \varepsilon = \frac{|E - 60|}{60}$$

k	$i^{(k)} \text{ (A)}$	$20i^{(k)} \text{ (V)}$	$u^{(k)}(i) \text{ (V)}$	$e^{(k)} \text{ (V)}$	$\varepsilon \text{ (%)}$
1	0,5	10	3	13	78
2	2	40	16	56	6,67
3	2,5	50	30	80	33,33

$$i = \frac{2 - 2,5}{56 - 80} E + \frac{56 \cdot 2,5 - 80 \cdot 2}{56 - 80} = 0,021E + 0,83$$

$$\rightarrow i|_{E=60} = 0,021 \cdot 60 + 0,83 = \boxed{2,08 \text{ A}}$$



Phương pháp dò (18)

VD6

$R_1 = 20\Omega; R_2 = 30\Omega; R_3 = 40\Omega; e_1 = 100\text{ V};$
 $e_2 = 80\text{ V}; j = 1,2\text{ A. Tìm } i_5?$

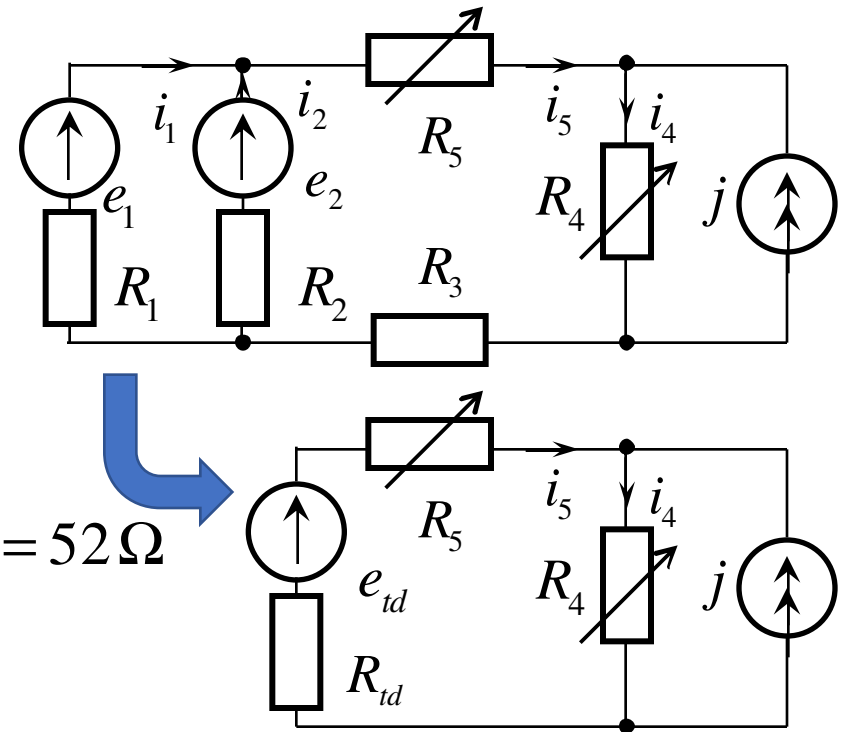
$I\text{ (A)}$	0	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0
$U\text{ (V)}$	0	3	6	10	16	30	80

Đặc tính phi tuyến của R_4 & R_5

$$e_{td} = \frac{\frac{e_1}{R_1} + \frac{e_2}{R_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = 92\text{ V}; R_{td} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + R_3 = 52\Omega$$

$$\begin{cases} i_5 - i_4 + j = 0 \\ u_5(i_5) + u_4(i_4) + R_{td}i_5 = e_{td} \end{cases}$$

$$\left. \begin{array}{l} i_5 \xrightarrow{\text{bảng}} u_5(i_5) \\ \downarrow \\ i_4 = i_5 + j \xrightarrow{\text{bảng}} u_4(i_4) \end{array} \right\} \rightarrow e_{td} = u_5 + u_4 + R_{td}i_5 = 92?$$





Phương pháp dò (19)

VD6

$R_1 = 20\Omega; R_2 = 30\Omega; R_3 = 40\Omega; e_1 = 100\text{ V};$
 $e_2 = 80\text{ V}; j = 1,2\text{ A.}$ Tìm i_5 ?

$I\text{ (A)}$	0	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0
$U\text{ (V)}$	0	3	6	10	16	30	80

Đặc tính phi tuyến của R_4 & R_5

$$\left. \begin{array}{l} i_5 \xrightarrow{\text{bảng}} u_5(i_5) \\ \downarrow \\ i_4 = i_5 + j \xrightarrow{\text{bảng}} u_4(i_4) \end{array} \right\}$$

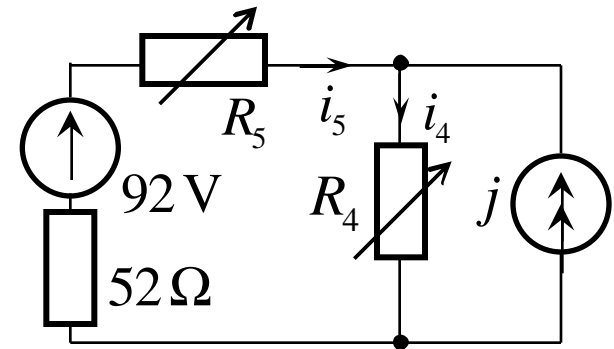
$$\rightarrow e_{td} = u_5 + u_4 + R_{td}i_5 = 92?$$

$$i_5^{(1)} = 1 \rightarrow u_5^{(1)} = 6\text{ V}; i_4^{(1)} = 1 + 1,2 = 2,2\text{ A} \xrightarrow{\text{bảng}} u_4$$

$$u_4^{(1)} = \frac{16 - 30}{2 - 2,5} 2,2 + \frac{2 \cdot 30 - 2,5 \cdot 16}{2 - 2,5} = 21,60\text{ V}$$

$$\rightarrow e_{td}^{(1)} = 6 + 21,6 + 52 \cdot 1 = 79,6\text{ V} \rightarrow \varepsilon^{(1)} = |79,6 - 92| / 92 = 13,5\%$$

$$\varepsilon = \frac{|e_{td} - 92|}{92}$$



k	1	
$i_5^{(k)}\text{ (A)}$	1	
$u_5^{(k)}\text{ (V)}$	6	
$i_4^{(k)}\text{ (A)}$	2,20	
$u_4^{(k)}\text{ (V)}$	21,60	
$e_{td}^{(k)}\text{ (V)}$	79,60	
$\varepsilon^{(k)}\text{ (\%)}$	13,5	

Phương pháp dò (20)

VD6

$R_1 = 20\Omega; R_2 = 30\Omega; R_3 = 40\Omega; e_1 = 100\text{ V};$
 $e_2 = 80\text{ V}; j = 1,2\text{ A.}$ Tìm i_5 ?

$I\text{ (A)}$	0	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0
$U\text{ (V)}$	0	3	6	10	16	30	80

Đặc tính phi tuyến của R_4 & R_5

$$\left. \begin{array}{l} i_5 \xrightarrow{\text{bảng}} u_5(i_5) \\ \downarrow \\ i_4 = i_5 + j \xrightarrow{\text{bảng}} u_4(i_4) \end{array} \right\}$$

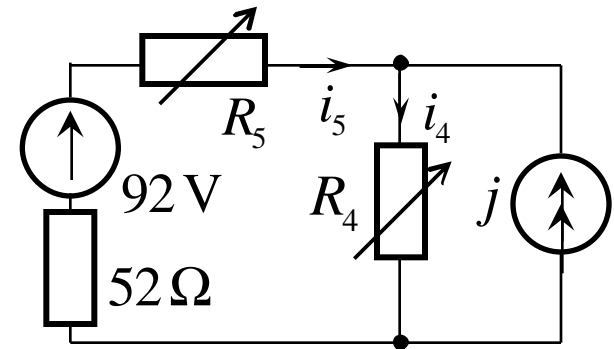
$$\rightarrow e_{td} = u_5 + u_4 + R_{td}i_5 = 92?$$

$$i_5^{(2)} = 1,5 \rightarrow u_5^{(1)} = 10\text{ V}; i_4^{(1)} = 1,5 + 1,2 = 2,7\text{ A} \xrightarrow{\text{bảng}} u_4$$

$$u_4^{(2)} = \frac{30 - 80}{2,5 - 3} 2,7 + \frac{2,5 \cdot 80 - 3 \cdot 30}{2,5 - 3} = 50,00\text{ V}$$

$$\rightarrow e_{td}^{(2)} = 10 + 50,0 + 52 \cdot 1,5 = 138\text{ V} \rightarrow \varepsilon^{(2)} = |138 - 92| / 92 = 50\%$$

$$\varepsilon = \frac{|e_{td} - 92|}{92}$$



k	1	2
$i_5^{(k)}\text{ (A)}$	1	1,5
$u_5^{(k)}\text{ (V)}$	6	10
$i_4^{(k)}\text{ (A)}$	2,20	2,7
$u_4^{(k)}\text{ (V)}$	21,60	50,00
$e_{td}^{(k)}\text{ (V)}$	79,60	138,0
$\varepsilon^{(k)}\text{ (\%)}$	13,5	50



Phương pháp dò (21)

VD6

$R_1 = 20\Omega; R_2 = 30\Omega; R_3 = 40\Omega; e_1 = 100\text{ V};$
 $e_2 = 80\text{ V}; j = 1,2\text{ A. Tìm } i_5?$

$I\text{ (A)}$	0	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0
----------------	---	-----	-----	-----	-----	-----	-----

$U\text{ (V)}$	0	3	6	10	16	30	80
----------------	---	---	---	----	----	----	----

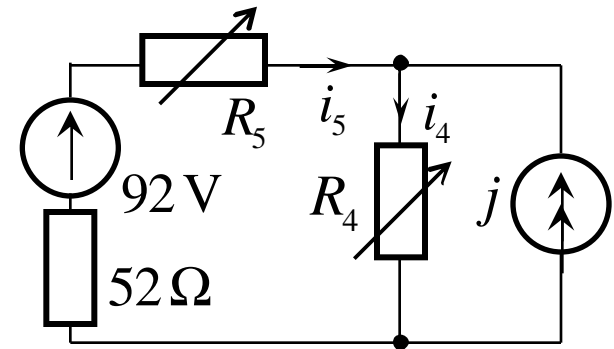
Đặc tính phi tuyến của R_4 & R_5

$$\left. \begin{array}{l} i_5 \xrightarrow{\text{bảng}} u_5(i_5) \\ \downarrow \\ i_4 = i_5 + j \xrightarrow{\text{bảng}} u_4(i_4) \end{array} \right\}$$

$$\rightarrow e_{td} = u_5 + u_4 + R_{td}i_5 = 92?$$

$$i_5 = \frac{1,5 - 1}{138 - 79,6} 92 + \frac{138 \cdot 1 - 79,6 \cdot 1,5}{138 - 79,6} = 1,11\text{A}$$

$$\varepsilon = \frac{|e_{td} - 92|}{92}$$



k	1	2
$i_5^{(k)}\text{ (A)}$	1	1,5
$u_5^{(k)}\text{ (V)}$	6	10
$i_4^{(k)}\text{ (A)}$	2,20	2,7
$u_4^{(k)}\text{ (V)}$	21,60	50,00
$e_{td}^{(k)}\text{ (V)}$	79,60	138,0
$\varepsilon^{(k)}\text{ (\%)}$	13,5	50



Phương pháp dò (22)

- Tìm nghiệm x của phương trình

$$M(x) = N = \text{const} \quad (\alpha)$$

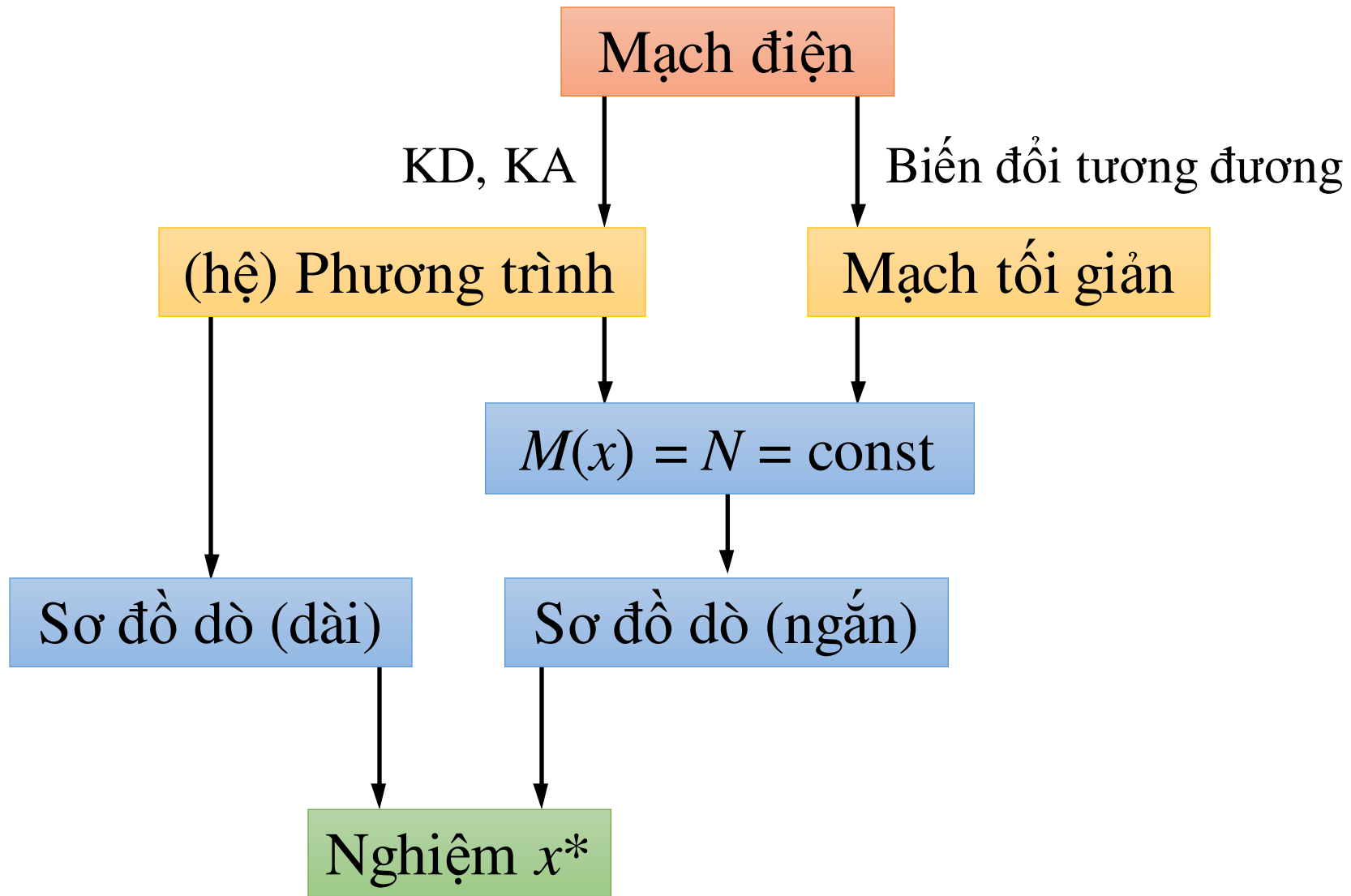
bằng cách chọn các giá trị x^* khác nhau sao cho sai lệch giữa $M(x^*)$ và N nhỏ hơn một ngưỡng cho trước.

- Nếu không tìm được x^* thỏa mãn điều kiện về sai lệch thì có thể dùng phương pháp nội suy tuyến tính.
- Lập phương trình (α) bằng một trong hai cách:
 1. Lập (hệ) phương trình (phương pháp dòng nhánh) mô tả mạch, rồi rút gọn về dạng (α) , hoặc,
 2. Dùng phương pháp biến đổi tương đương để đơn giản hóa mạch điện, sau đó lập (α) .
- Có thể áp dụng cho mạch điện phức tạp, có nhiều phần tử phi tuyến.





Phương pháp dò (23)





Lý thuyết mạch II

I. Quá trình quá độ

II. Mạch phi tuyến

1. Giới thiệu
2. Đặc tính của phần tử phi tuyến
3. **Chế độ xác lập**
 - a) Mạch một chiều
 - b) **Mạch xoay chiều**
 - i. Cân bằng điều hòa
 - ii. Tuyến tính điều hòa
 - iii. Tuyến tính hóa quanh điểm làm việc
 - iv. Tuyến tính hóa từng đoạn
 - v. Đồ thị
4. Chế độ quá độ
5. Điốt và tranzito

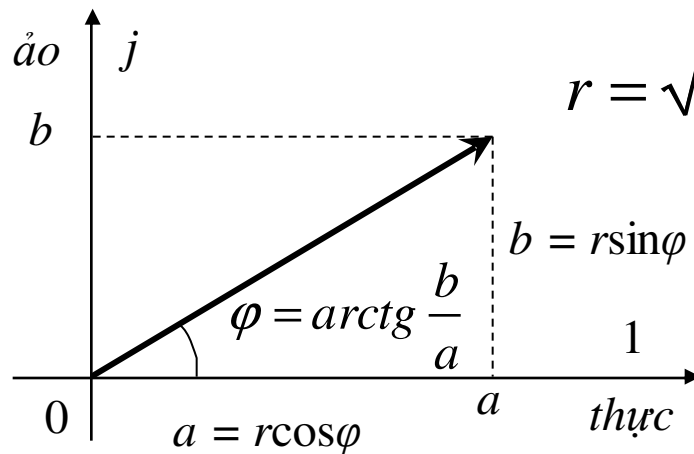
III. Đường dây dài





Số phức (1)

$$v = a + jb$$



$$r = \sqrt{a^2 + b^2} = |v|$$

Mô đun của số phức v

$$a + jb \quad \leftrightarrow \quad \underline{r/\varphi} \quad \leftrightarrow \quad re^{j\varphi}$$

$$\underline{r/\varphi} \quad r \angle \varphi \quad r \angle \varphi$$

$$e^{j\varphi} = \cos \varphi + j \sin \varphi \quad (\text{ct. Euler})$$





Số phức (2)

$$z = x + jy; \quad z_1 = x_1 + jy_1 = r_1 / \underline{\phi_1}; \quad z_2 = x_2 + jy_2 = r_2 / \underline{\phi_2}$$

$$z_1 + z_2 = (x_1 + x_2) + j(y_1 + y_2)$$

$$z_1 - z_2 = (x_1 - x_2) + j(y_1 - y_2)$$

$$z_1 z_2 = r_1 r_2 / \underline{\phi_1 + \phi_2}$$

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2} / \underline{\phi_1 - \phi_2}$$

$$\frac{1}{z} = \frac{1}{r} / \underline{-\phi}$$

$$\sqrt{z} = \sqrt{r} / \underline{\phi/2}$$

$$\hat{z} = z^* = x - jy = r / \underline{-\phi} = r e^{-j\phi}$$





Số phức (3)

$$10 / \underline{0^\circ} \leftrightarrow 10$$

$$10 / \underline{90^\circ} \leftrightarrow j10$$

$$10 / \underline{-90^\circ} \leftrightarrow -j10$$

$$10 / \underline{180^\circ} = 10 / \underline{-180^\circ} \leftrightarrow -10$$

$$A = M / \underline{\varphi}, B = M / \underline{\varphi + 90^\circ} \leftrightarrow B = jA$$

$$A = M / \underline{\varphi}, B = M / \underline{\varphi - 90^\circ} \leftrightarrow B = -jA$$

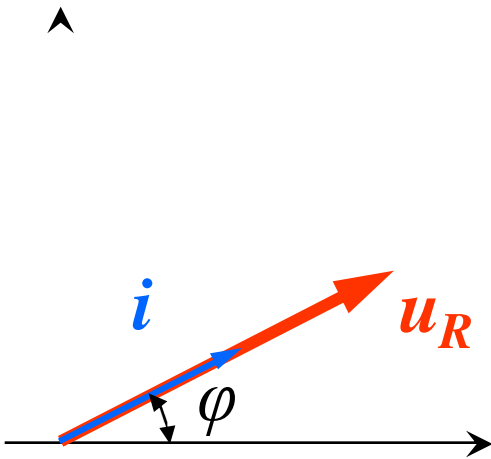
$$A = M / \underline{\varphi}, B = M / \underline{\varphi \pm 180^\circ} \leftrightarrow B = -A$$

$$\frac{M}{j} = -jM$$

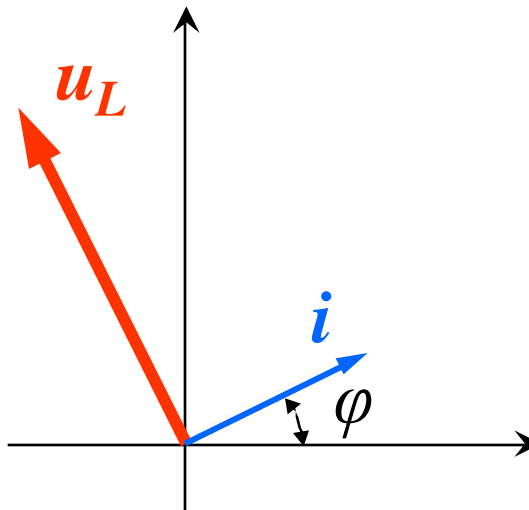


Phản ứng của các phần tử cơ bản

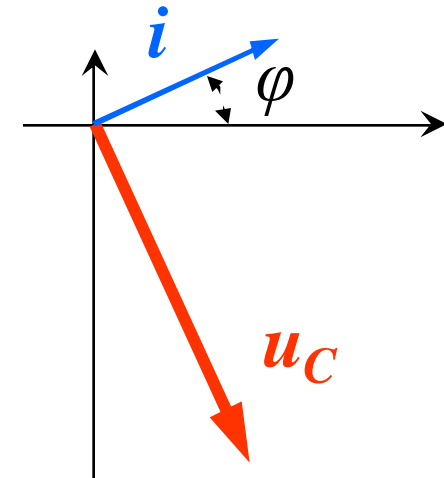
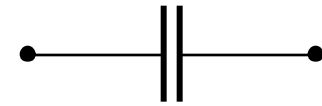
$$i = I_m \sin(\omega t + \varphi)$$



$$u_R = RI_m \sin(\omega t + \varphi)$$



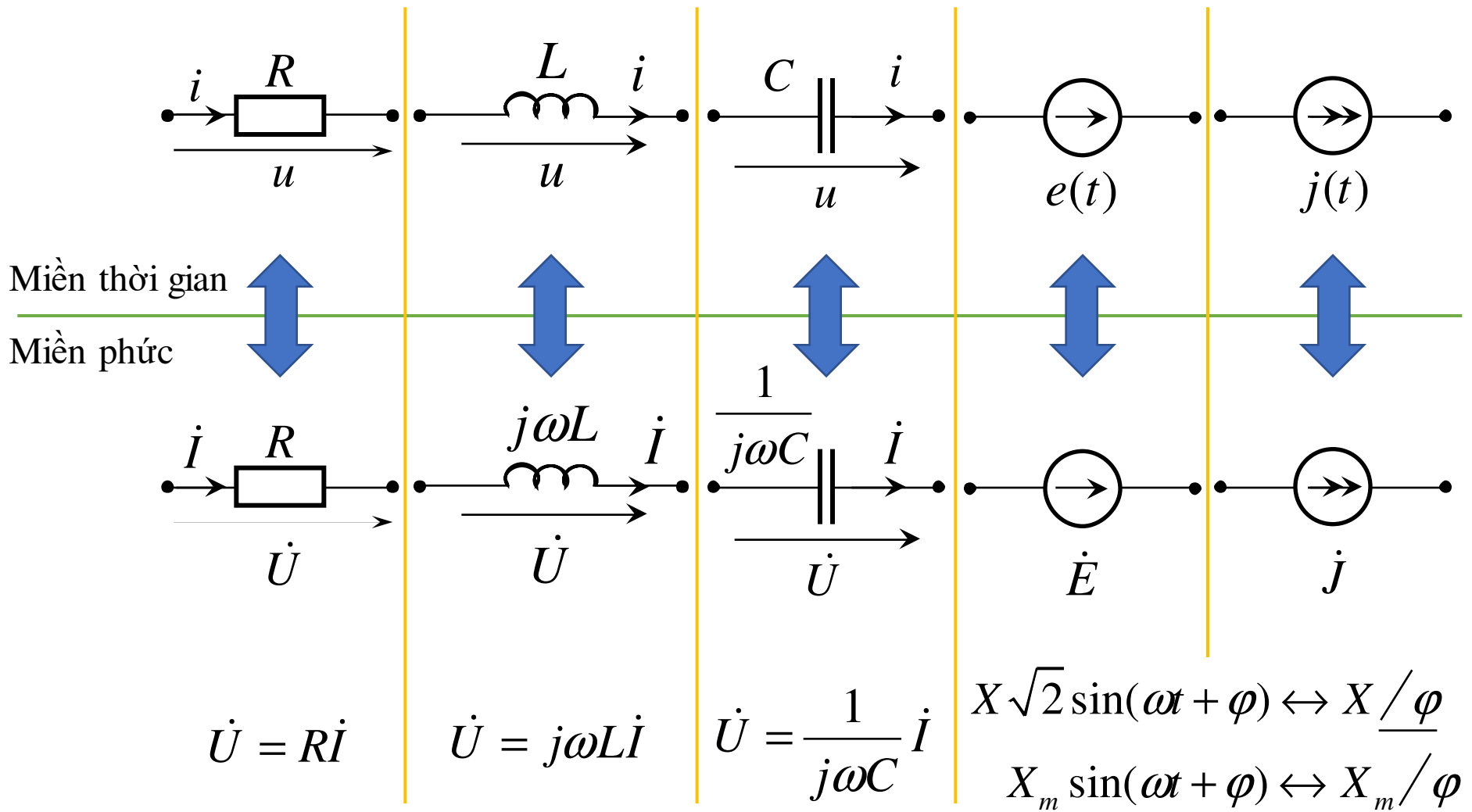
$$u_L = \omega LI_m \sin(\omega t + \varphi + 90^\circ)$$



$$u_C = \frac{I_m}{\omega C} \sin(\omega t + \varphi - 90^\circ)$$



Phức hóa các phần tử cơ bản

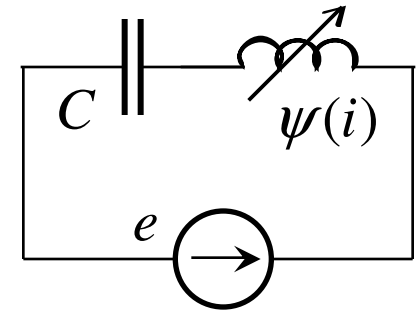




Cân bằng điều hòa (1)

VD1

$$e(t) = 100\sin 314t \text{ (V)}; C = 1\mu\text{F}; \psi(i) = 0,2i - 0,6i^3.$$



$$\sum_{k=1}^N u_k = 0; \quad \sum_{k=1}^M i_k = 0 \quad u_R = Ri; \quad u_R = u_R(i)$$

$$u_L = L \frac{di}{dt}; \quad u_L = \frac{d\psi}{dt} \quad i_C = C \frac{du}{dt}; \quad i_C = \frac{dq}{dt}$$

$$e = u_C + \frac{d\psi}{dt} = \frac{1}{10^{-6}} \int i dt + \frac{\partial \psi}{\partial i} \cdot \frac{di}{dt} = \frac{1}{10^{-6}} \int i dt + (0,2 - 1,8i^2)i'$$

$$\rightarrow 10^{-6} e' = i + 10^{-6} [(0,2 - 1,8i^2)i']'$$

$$\rightarrow 100 \cdot 314 \cdot 10^{-6} \cos 314t = i + 10^{-6} (0,2 - 1,8i^2)i'' - 3,6 \cdot 10^{-6} i(i')^2$$



Cân bằng điều hòa (2)

VD1

$$e(t) = 100\sin 314t \text{ (V)}; C = 1\mu\text{F}; \psi(i) = 0,2i - 0,6i^3.$$

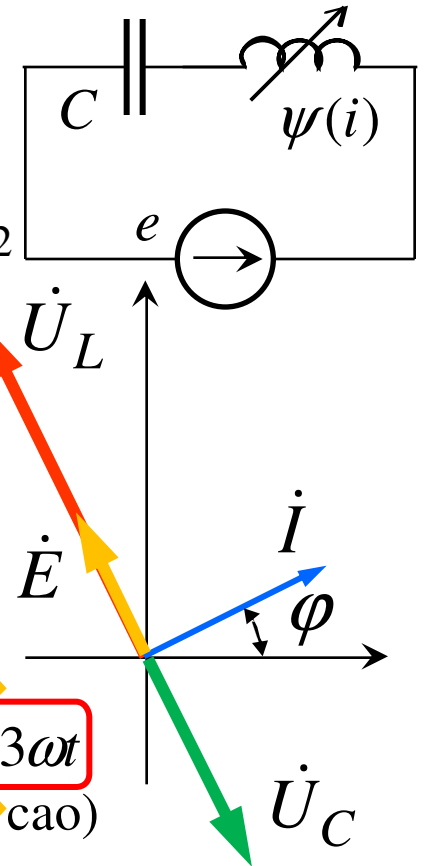
$$\left\{ \begin{array}{l} 100 \cdot 314 \cdot 10^{-6} \cos 314t = i + 10^{-6} (0,2 - 1,8i^2) i'' - 3,6 \cdot 10^{-6} i (i')^2 \\ i = A \sin(314t + \varphi) \rightarrow e = 100 \sin(314t + \varphi + 90^\circ) \\ e = 100 \sin 314t \rightarrow i = A \sin(314t - 90^\circ) \\ \qquad \qquad \qquad = A \cos 314t \end{array} \right.$$

$$\rightarrow 0,0314 \cos \omega t = (0,9803A + 0,0444A^3) \cos \omega t + 0,133A^3 \cos 3\omega t$$

$$\rightarrow 0,0314 \cos \omega t \approx (0,9803A + 0,0444A^3) \cos \omega t \quad (\text{Điều hoà bậc cao})$$

$$\rightarrow 0,0314 = 0,9803A + 0,0444A^3 \rightarrow A_1 = 0,032; A_{2,3} = -0,016 \pm j4,70$$

$$\rightarrow i = 0,032 \cos 314t \text{ A}$$

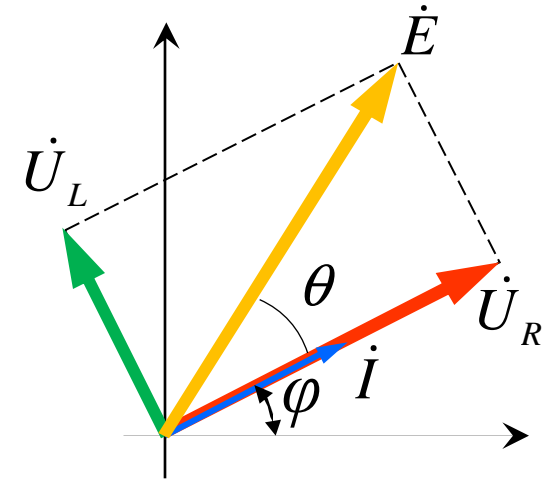
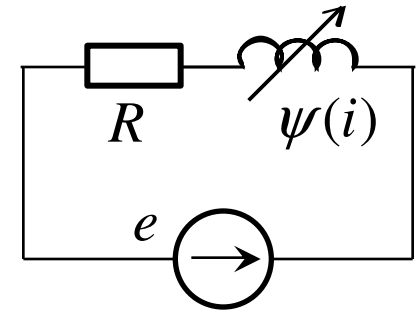


Cân bằng điều hòa (3)

VD2

$$e(t) = 100\sin 314t \text{ (V)}; R = 200 \Omega; \psi(i) = 0,2i - 0,6i^3.$$

$$\begin{cases} e = Ri + \frac{d\psi}{dt} = Ri + \frac{\partial\psi}{\partial i} \cdot \frac{di}{dt} = 200i + (0,2 - 0,6i^2)i' \\ i = I_m \sin(314t + \varphi) \rightarrow e = 100 \sin(314t + \varphi + \theta) \\ e = 100 \sin 314t \rightarrow i = I_m \sin(314t - \theta) \\ e = 100(\sin 314t + \theta) \rightarrow i = I_m \sin 314t \end{cases}$$



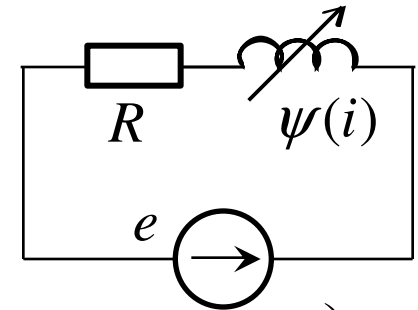
$$\begin{aligned} \rightarrow 100\sin(314t + \theta) &= \sqrt{(200I_m)^2 + (62,8 - 47,1I_m^3)^2} \sin\left(314t + \arctg \frac{62,8 - 47,1I_m^3}{200I_m}\right) \\ &+ 47,1I_m^3 \cos(3.314t) \end{aligned}$$



Cân bằng điều hòa (4)

VD2

$$e(t) = 100\sin 314t \text{ (V)}; R = 200 \Omega; \psi(i) = 0,2i - 0,6i^3.$$



$$100\sin(314t + \theta) = \sqrt{(200I_m)^2 + (62,8 - 47,1I_m^3)^2} \sin\left(314t + \arctg \frac{62,8 - 47,1I_m^3}{200I_m}\right)$$

$$+ 47,1I_m^3 \cos(3.314t) \text{ (Điều hoà bậc cao)}$$

$$\rightarrow 100\sin(314t + \theta) = \sqrt{(200I_m)^2 + (62,8 - 47,1I_m^3)^2} \sin\left(314t + \arctg \frac{62,8 - 47,1I_m^3}{200I_m}\right)$$

$$\rightarrow \begin{cases} \sqrt{(200I_m)^2 + (62,8 - 47,1I_m^3)^2} = 100 \\ \theta = \arctg \frac{62,8 - 47,1I_m^3}{200I_m} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} I_{m1} = 0,40 \\ \theta_1 = 1,11^\circ \end{cases}$$



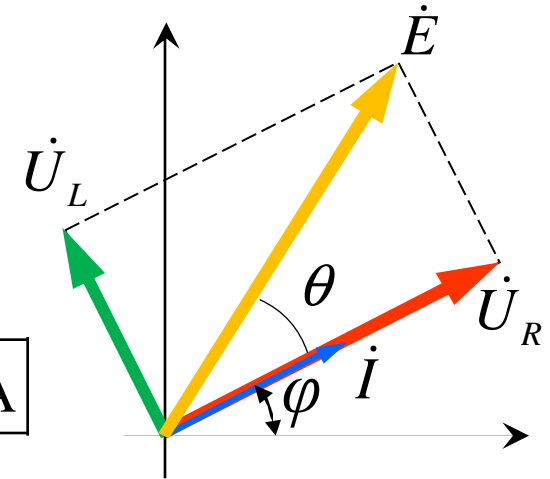
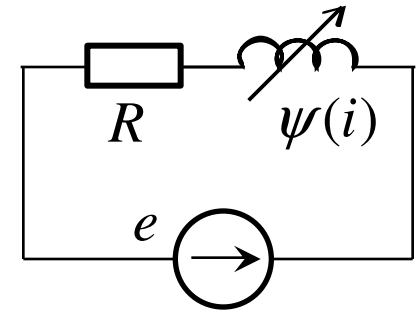
Cân bằng điều hòa (5)

VD2

$$e(t) = 100\sin 314t \text{ (V)}; R = 200 \text{ } \Omega; \psi(i) = 0,2i - 0,6i^3.$$

$$\begin{cases} e = 100(\sin 314t + \theta) \\ i = I_m \sin 314t \end{cases} \rightarrow \begin{cases} I_{m1} = 0,40 \\ \theta_1 = 1,11^\circ \end{cases}$$

$$e = 100 \sin 314t \text{ (V)} \rightarrow i(t) = 0,40 \sin(314t - 1,11^\circ) \text{ A}$$





Cân bằng điều hòa (6)

- Chỉ áp dụng nếu mạch rất đơn giản (RL, RC, LC, RLC) & quan hệ phi tuyến là hàm giải tích.
- Các bước thực hiện:

- Lập phương trình $f(x) = N\sin(\omega t + \varphi)$ trong đó N , ω , & φ đã biết.

- Đặt $x = M\sin(\omega t + \theta)$ và thay vào phương trình trên và đưa về dạng:

$$A(M, \theta)\sin[\omega t + B(M, \theta)] = N\sin(\omega t + \varphi)$$

- Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} A(M, \theta) = N \\ B(M, \theta) = \varphi \end{cases} \rightarrow \begin{cases} M \\ \theta \end{cases}$$





Lý thuyết mạch II

I. Quá trình quá độ

II. Mạch phi tuyến

1. Giới thiệu
2. Đặc tính của phần tử phi tuyến
3. **Chế độ xác lập**
 - a) Mạch một chiều
 - b) **Mạch xoay chiều**
 - i. Cân bằng điều hòa
 - ii. **Tuyến tính điều hòa**
 - iii. Tuyến tính hóa quanh điểm làm việc
 - iv. Tuyến tính hóa từng đoạn
 - v. Đồ thị
4. Chế độ quá độ
5. Điốt và tranzito

III. Đường dây dài



Tuyến tính điều hòa (1)

VD1

$$e = 80\sqrt{2} \sin 20t \text{ V}; L = 0,5 \text{ H.}$$

$$\dot{U}(I) + j\omega LI = \dot{E}$$

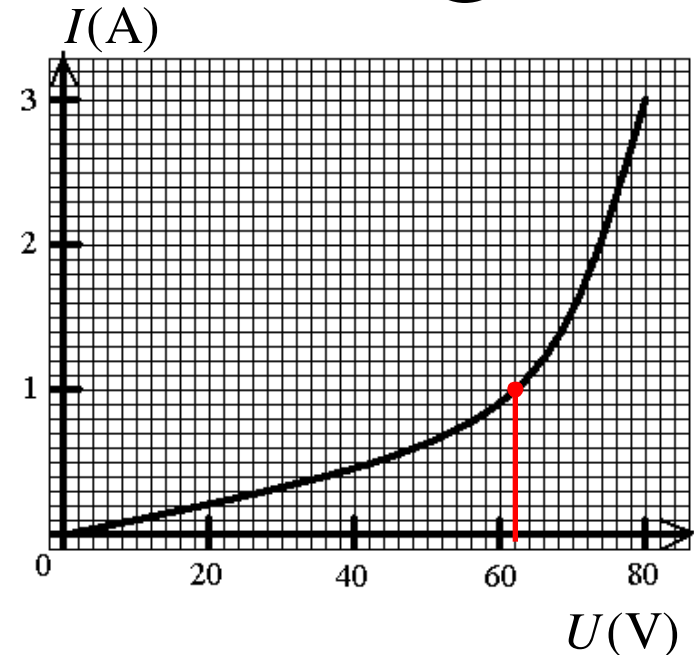
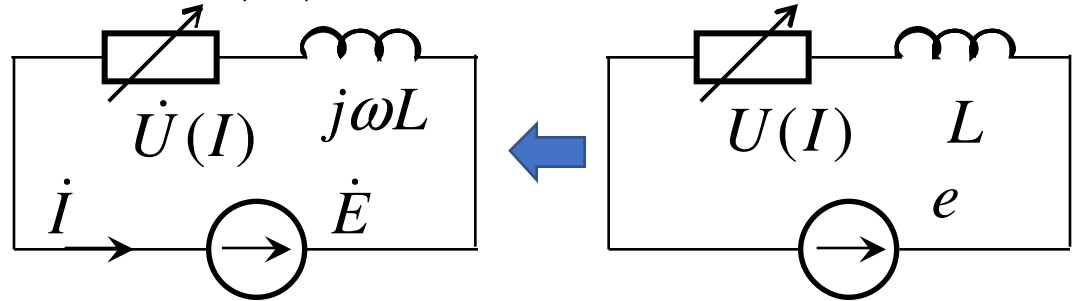
$$\left. \begin{array}{l} I \xrightarrow{\text{đồ thị}} \dot{U}_R = U(I) / 0^\circ \\ \downarrow \\ \dot{U}_L = j\omega LI \end{array} \right\}$$

$$\rightarrow \dot{E} = \dot{U}(I) + j\omega LI \rightarrow E = 80? \quad \varepsilon = \frac{|E - 80|}{80}$$

$$I^{(1)} = 1 \text{ A} \rightarrow \dot{U}_R^{(1)} = 62 / 0^\circ = 62 \text{ V}$$

$$\dot{U}_L^{(1)} = j20 \cdot 0,5 \cdot 1 = j10 \text{ V}$$

$$\dot{E}^{(1)} = 62 + j10 = 62,80 / 9,16^\circ \text{ V}; \quad \varepsilon^{(1)} = \frac{|62,80 - 80|}{80} = 21,5\%$$





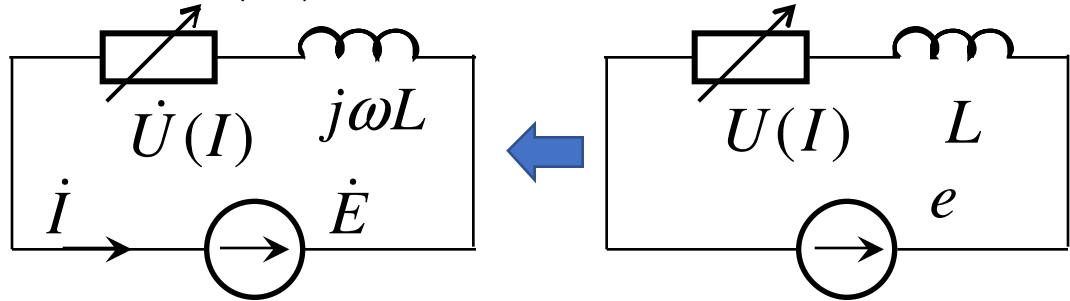
Tuyến tính điều hòa (2)

VD1

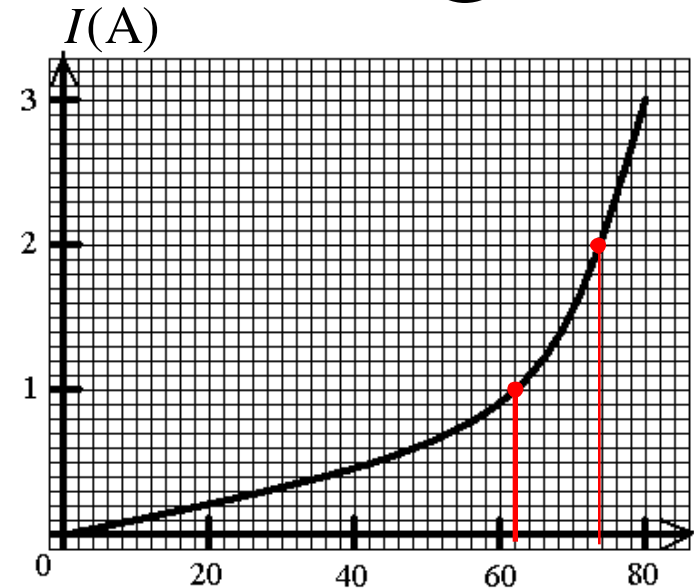
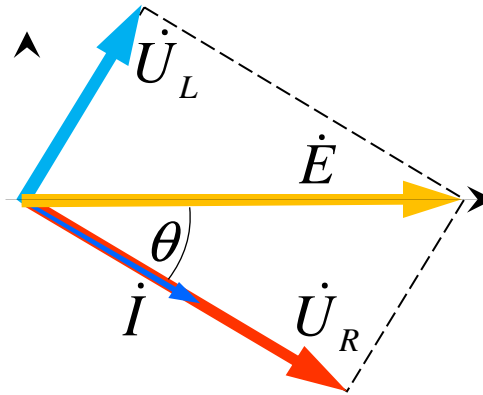
$$e = 80\sqrt{2} \sin 20t \text{ V}; L = 0,5 \text{ H.}$$

$$\left. \begin{aligned} I \xrightarrow{\text{đồ thị}} \dot{U}_R = U(I) / 0^\circ \\ \downarrow \\ \dot{U}_L = j\omega LI \end{aligned} \right\}$$

$$\rightarrow \dot{E} = \dot{U}(I) + j\omega LI \rightarrow E = 80? \quad \varepsilon = \frac{|E - 80|}{80}$$



k	1	2
$I^{(k)}$ (A)	1	2
$\dot{U}_R^{(k)}$ (V)	62	74
$\dot{U}_L^{(k)}$ (V)	$j10$	$j20$
$E^{(k)}$ (V)	62,8	76,7
ε (%)	21,5	4,1



$$\theta = \arctg(U_L / U_R) = \arctg(20 / 74) = 15,1^\circ$$

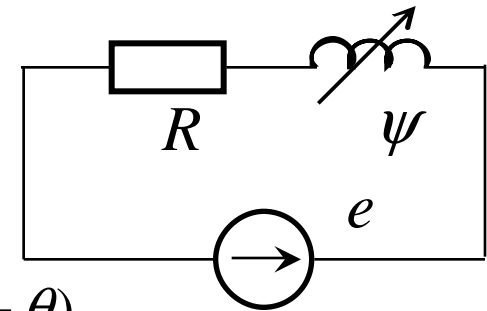
$$\rightarrow i = 2\sqrt{2} \sin(20t - 15,1^\circ) \text{ A}$$



Tuyến tính điều hòa (3)

VD2

$$e = 150 \sin 25t \text{ V}; R = 40\Omega; \psi_m(I_m) = 3I_m + 0,5I_m^3.$$



$$\text{Đặt } \psi(t) = \psi_m \sin(25t + \theta) \rightarrow u_L(t) = \frac{d\psi(t)}{dt} = 25\psi_m \cos(25t + \theta)$$

$$\rightarrow U_{Lm} = 25\psi_m(I_m) = 25(3I_m + 0,5I_m^3)$$

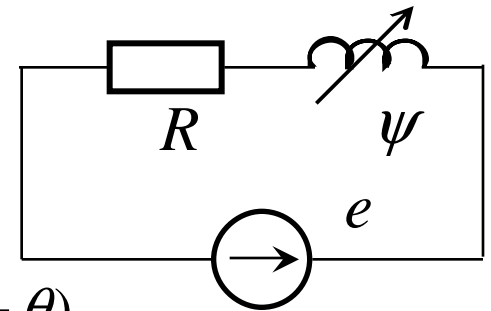
$\sum_{k=1}^N u_k = 0;$	$\sum_{k=1}^M i_k = 0$
$u_R = Ri;$	$u_R = u_R(i)$
$u_L = L \frac{di}{dt};$	$u_L = \frac{d\psi}{dt}$
$i_C = C \frac{du}{dt};$	$i_C = \frac{dq}{dt}$

Tuyến tính điều hòa (4)

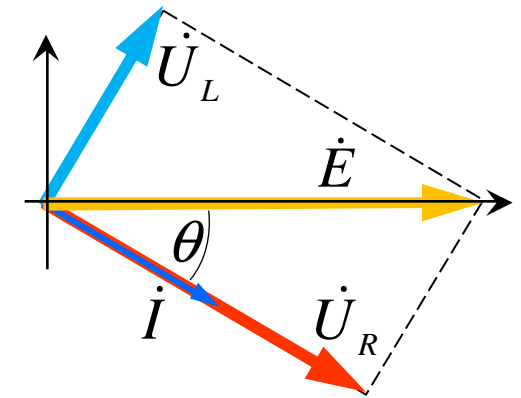
VD2

$$e = 150 \sin 25t \text{ V}; R = 40\Omega; \psi_m(I_m) = 3I_m + 0,5I_m^3.$$

(Cách 1)



$$\text{Đặt } \psi(t) = \psi_m \sin(25t + \theta) \rightarrow u_L(t) = \frac{d\psi(t)}{dt} = 25\psi_m \cos(25t + \theta)$$



$$\rightarrow U_{Lm} = 25\psi_m(I_m) = 25(3I_m + 0,5I_m^3)$$

$$RI + \dot{U}_L(I) = \dot{E}$$

$$\rightarrow (RI_m)^2 + U_{Lm}^2 = E_m^2$$

$$\rightarrow (40I_m)^2 + [25(3I_m + 0,5I_m^3)]^2 = 150^2$$

$$\rightarrow I_m = 1,40$$

$$\theta = \arctg \frac{U_{Lm}}{U_{Rm}} = \arctg \frac{25(3 \cdot 1,40 + 0,5 \cdot 1,40^3)}{40 \cdot 1,40} = 68,1^\circ$$

$$\rightarrow \boxed{i = 1,40 \sin(25t - 68,1^\circ) \text{ A}}$$



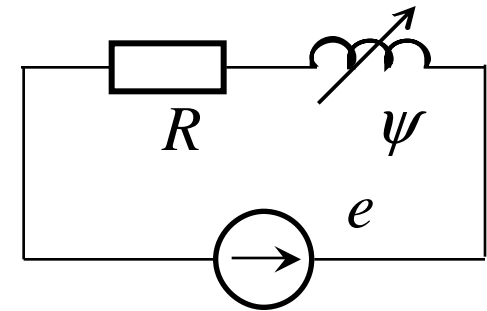
Tuyến tính điều hòa (5)

VD2

$$e = 150 \sin 25t \text{ V}; R = 40\Omega; \psi_m(I_m) = 3I_m + 0,5I_m^3.$$

$$U_{Lm} = 25\psi_m = 25(3I_m + 0,5I_m^3)$$

(Cách 2)



$$R\dot{I} + \dot{U}_L(I) = \dot{E}$$

$$\dot{I} = I_m \angle 0^\circ \rightarrow \begin{cases} \dot{U}_R = 40I_m \\ \dot{U}_L = 25\psi_m \angle 90^\circ = j25\psi_m \end{cases} \rightarrow \dot{E} = \dot{U}_R + \dot{U}_L \rightarrow E_m = 150? \\ \varepsilon = |E_m - 150| / 150$$

$$\dot{I}_m^{(1)} = 1\text{A} \rightarrow \begin{cases} \dot{U}_R^{(1)} = 40 \cdot 1 = 40 \text{ V} \\ \dot{U}_L^{(1)} = j25(3 \cdot 1 + 0,5 \cdot 1^3) = j87,5 \text{ V} \end{cases}$$

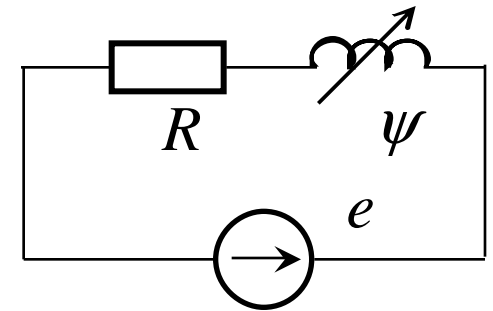
$$\rightarrow \dot{E}^{(1)} = 40 + j87,5 = 96,21 \angle 65,4^\circ \text{ V}$$

$$\varepsilon^{(1)} = \frac{|96,21 - 150|}{150} = 36\%$$

Tuyến tính điều hòa (6)

VD2

$$e = 150 \sin 25t \text{ V}; R = 40\Omega; \psi_m(I_m) = 3I_m + 0,5I_m^3.$$

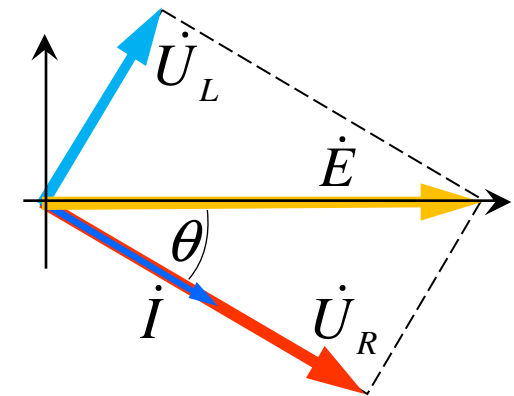


(Cách 2)

$$i = I_m \angle 0^\circ \rightarrow \begin{cases} \dot{U}_R = 40I_m \\ \dot{U}_L = j25(3I_m + 0,5I_m^3) \end{cases} \rightarrow \dot{E} = \dot{U}_R + \dot{U}_L \rightarrow E_m = 150? \\ \varepsilon = |E_m - 150| / 150$$

k	1	2	3	4
$I_m^{(k)}$ (A)	1	2	1,5	1,4
$U_{Rm}^{(k)}$ (V)	40	80	60	56
$U_{Lm}^{(k)}$ (V)	87,5	250	154,7	139,3
$E_m^{(k)}$ (V)	96,2		165,9	150,1
ε (%)	36		10,6	0,09

$$\theta = \arctg \frac{U_{Lm}}{U_{Rm}} \\ = \arctg \frac{139,3}{56} \\ = 68,1^\circ$$



$$\rightarrow i = 1,4 \sin(25t - 68,1^\circ) \text{ A}$$

Tuyến tính điều hòa (7)

VD3

$$\dot{E} = 220 \text{ V}; \omega = 314 \text{ rad/s}; Z = 10 + j20 \Omega; \mathbf{Z} = \begin{bmatrix} 30 & j20 \\ j20 & 50 \end{bmatrix} \Omega; i_2 = ?$$

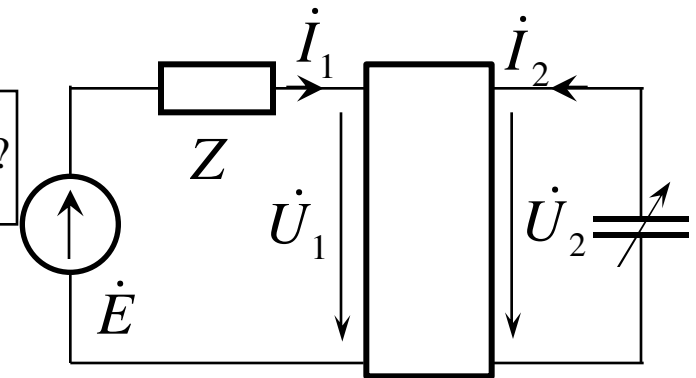
Q (mC)	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5
U (V)	0	3	6	10	16	50	80	120

Đặc tính hiệu dụng của tụ điện phi tuyến

$$q(t) = Q\sqrt{2} \sin(314t + \theta)$$

$$\rightarrow i_C = \frac{dq(t)}{dt} = 314Q\sqrt{2} \cos(314t + \theta)$$

$$\rightarrow I_C = 314Q$$



$$\sum_{k=1}^N u_k = 0; \quad \sum_{k=1}^M i_k = 0$$

$$u_R = Ri; \quad u_R = u_R(i)$$

$$u_L = L \frac{di}{dt}; \quad u_L = \frac{d\psi}{dt}$$

$$i_C = C \frac{du}{dt}; \quad i_C = \frac{dq}{dt}$$



Tuyến tính điều hòa (8)

VD3

$$\dot{E} = 220 \text{ V}; \omega = 314 \text{ rad/s}; Z = 10 + j20 \Omega; \mathbf{Z} = \begin{bmatrix} 30 & j20 \\ j20 & 50 \end{bmatrix} \Omega; \dot{I}_2 = ?$$

Q (mC)	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5
U (V)	0	3	6	10	16	50	80	120

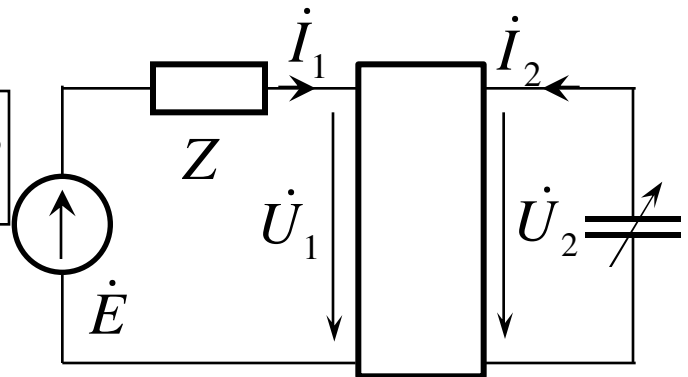
Đặc tính hiệu dụng của tụ điện phi tuyến

$$U_C \xrightarrow{\text{bảng số}} Q \rightarrow \dot{I}_C = 314Q \angle 90^\circ = j314Q$$

$$\xrightarrow{(\beta, \delta)} \dot{I}_1 = \frac{-\dot{U}_C - 50\dot{I}_C}{j20}$$

$$\varepsilon = \frac{|E - 220|}{220}$$

$$\xrightarrow{(\alpha, \gamma)} \dot{E} = (Z + 30)\dot{I}_1 + j20\dot{I}_C \rightarrow E = 220?$$



$$I_C = 314Q$$

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = 30\dot{I}_1 + j20\dot{I}_2 & (\alpha) \\ \dot{U}_2 = j20\dot{I}_1 + 50\dot{I}_2 & (\beta) \\ \mathbf{Z}\dot{I}_1 + \dot{U}_1 = \dot{E} & (\gamma) \\ \dot{U}_2 = -\dot{U}_C & (\delta) \end{cases}$$

$$U_C^{(1)} = 3 \text{ V} \rightarrow Q^{(1)} = 0,5 \text{ mC} \rightarrow \dot{I}_C^{(1)} = j314 \cdot 0,5 \cdot 10^{-3} = j0,157 \text{ A}$$

$$\rightarrow \dot{I}_1^{(1)} = \frac{-3 - 50(j0,157)}{j20} = 0,42 \angle 159,1^\circ \text{ A}$$

$$\rightarrow \dot{E}^{(1)} = (10 + j20 + 30)0,42 \angle 159,1^\circ + j20(j0,16) = 21,92 \angle -175,2^\circ \text{ V}$$



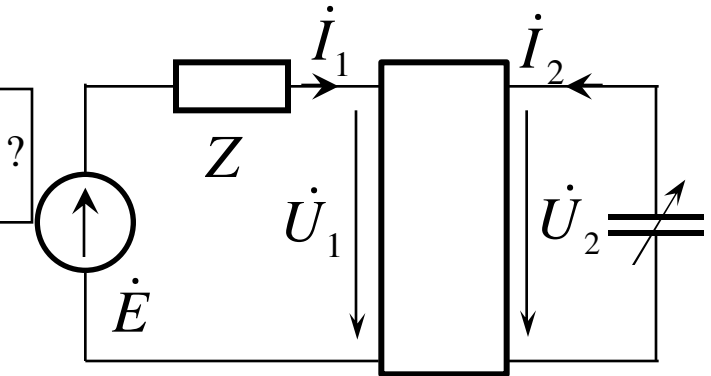
Tuyến tính điều hòa (9)

VD3

$$\dot{E} = 220 \text{ V}; \omega = 314 \text{ rad/s}; Z = 10 + j20 \Omega; \mathbf{Z} = \begin{bmatrix} 30 & j20 \\ j20 & 50 \end{bmatrix} \Omega; \dot{I}_2 = ?$$

Q (mC)	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5
U (V)	0	3	6	10	16	50	80	120

Đặc tính hiệu dụng của tụ điện phi tuyến



(Cách 1)

$$U_C \xrightarrow{\text{bảng số}} Q \rightarrow \dot{I}_C = j314Q \rightarrow \dot{I}_1 = \frac{-\dot{U}_C - 50\dot{I}_C}{j20} \rightarrow \dot{E} = (Z + 30)\dot{I}_1 + j20\dot{I}_C \rightarrow E = 220?$$

k	$U_C^{(k)}$ (V)	$Q^{(k)}$ (mC)	$\dot{I}_C^{(k)}$ (A)	$\dot{I}_1^{(k)}$ (A)	$\dot{E}^{(k)}$ (V)	ε
1	3	0,5	$j0,16$	$0,42 / 159,1^\circ$	$21,92 / -175,2^\circ$	
2	16	2	$j0,63$	$1,76 / 153,0^\circ$	$91,36 / -179,6^\circ$	
3	50	2,5	$j0,79$	$3,18 / 128,1^\circ$	$156,47 / 157,2^\circ$	29
4	80	3	$j0,94$	$4,64 / 120,5^\circ$	$223,60 / 149,7^\circ$	1,7

$$\dot{I}_C = j0,94 = 0,94 / 90^\circ \text{ A} \rightarrow \dot{E} = 223,60 / 149,7^\circ \text{ V} \rightarrow \varphi_I - \varphi_E = 90 - 147,9^\circ = -57,9^\circ$$

$$\varphi_E = 0 \rightarrow \varphi_I = -57,9^\circ \rightarrow \dot{I}_2 = \dot{I}_C = \boxed{0,94 / -57,9^\circ \text{ A}}$$



Tuyến tính điều hòa (10)

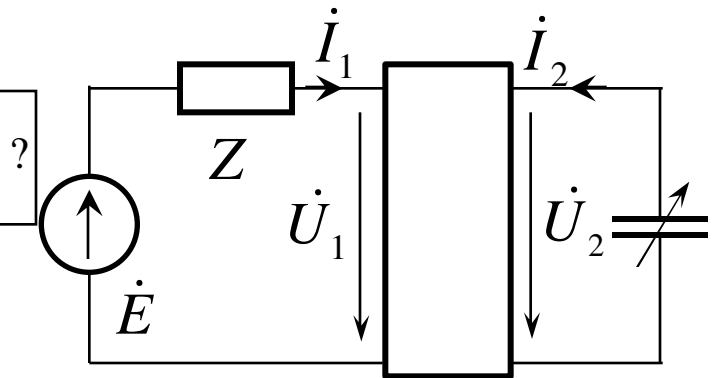
VD3

$$\dot{E} = 220 \text{ V}; \omega = 314 \text{ rad/s}; Z = 10 + j20 \Omega; \mathbf{Z} = \begin{bmatrix} 30 & j20 \\ j20 & 50 \end{bmatrix} \Omega; \dot{I}_2 = ?$$

Q (mC)	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5
U (V)	0	3	6	10	16	50	80	120

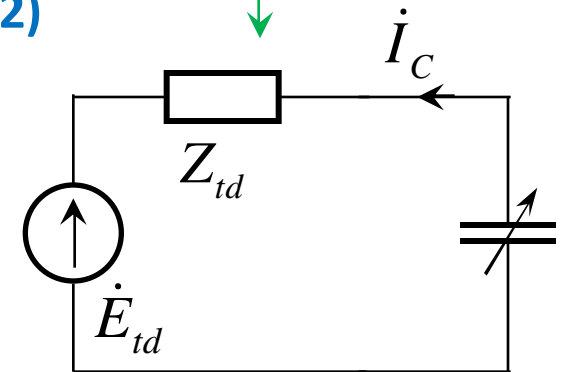
Đặc tính hiệu dụng của tụ điện phi tuyến

$$U_C \xrightarrow{\text{bảng số}} Q \rightarrow \dot{I}_C = j314Q \rightarrow \dot{I}_1 = \frac{-\dot{U}_C - 50\dot{I}_C}{j20} \rightarrow \dot{E} = (Z + 30)\dot{I}_1 + j20\dot{I}_C \rightarrow E = 220?$$



(Cách 1)

(Cách 2)



$$U_C \xrightarrow{\text{bảng số}} Q \rightarrow \dot{I}_C = j314Q \rightarrow \dot{E}_{td} = -Z_{td}\dot{I}_1 - \dot{U}_C \rightarrow E_{td} = M?$$



Tuyến tính điều hòa (11)

VD4

$R_1 = 20\Omega; R_3 = R_4 = 40\Omega; C = 0,4\text{mF}; e_1 = 160\sqrt{2} \sin 50t \text{ (V)};$
 $e_2 = 80\sqrt{2} \sin(50t + 30^\circ) \text{ (V)}; j = 2\sqrt{2} \sin 50t \text{ (A)}. \text{ Tìm } I_L?$

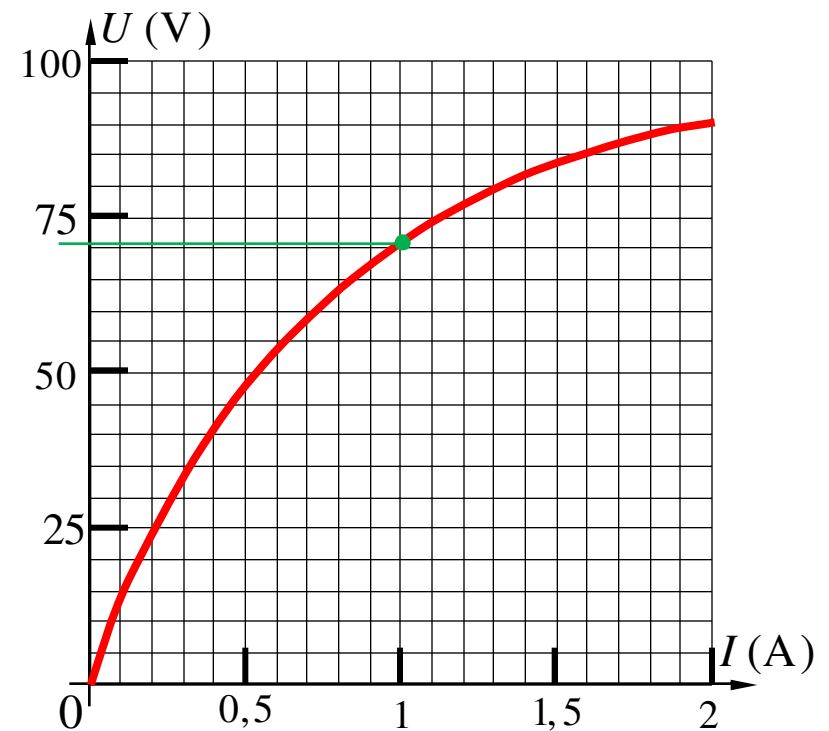
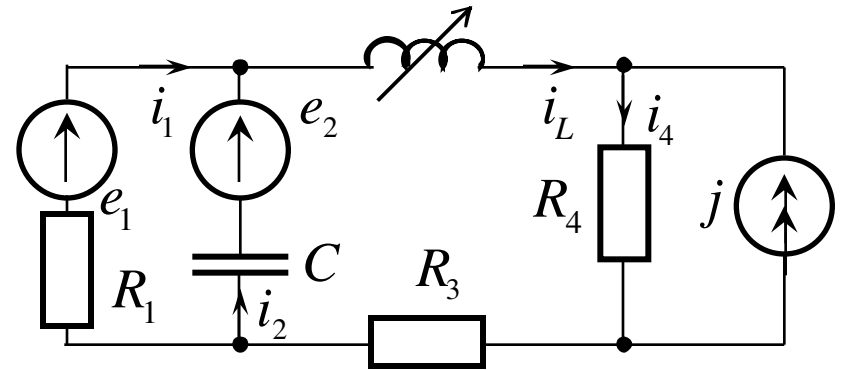
$$\begin{cases} \dot{I}_1 + \dot{I}_2 - \dot{I}_L = 0 \\ \dot{I}_L - \dot{I}_4 + j = 0 \\ R_1 \dot{I}_1 - \frac{1}{j\omega C} \dot{I}_2 = \dot{E}_1 - \dot{E}_2 \\ \dot{U}_L(I_L) + R_4 \dot{I}_4 + R_3 \dot{I}_L + \frac{1}{j\omega C} \dot{I}_2 = \dot{E}_2 \end{cases}$$

$$\dot{I}_L = I_L \rightarrow \begin{cases} \dot{U}_L = jU_L \rightarrow \dot{I}_2 = \frac{\dot{E}_2 - \dot{U}_L - R_4 \dot{I}_4 - R_3 \dot{I}_L}{1/j\omega C} \\ \dot{I}_4 = \dot{I}_L + j \end{cases}$$

$$\rightarrow \dot{I}_1 = \dot{I}_L - \dot{I}_2 \rightarrow \dot{E}_1 = \dot{E}_2 + R_1 \dot{I}_1 - \frac{1}{j\omega C} \dot{I}_2$$

$$\dot{I}_L = 1 \angle 0^\circ \rightarrow \begin{cases} \dot{U}_L = j71 \\ \dot{I}_4 = 1 + 2 \angle ? \end{cases}$$

$$\varphi_j = 0 \rightarrow \varphi_{iL} = \theta; \varphi_{iL} = 0 \rightarrow \varphi_j = ?$$



Tuyến tính điều hòa (12)

VD4

$R_1 = 20\Omega; R_3 = R_4 = 40\Omega; C = 0,4\text{mF}; e_1 = 160\sqrt{2} \sin 50t \text{ (V)};$
 $e_2 = 80\sqrt{2} \sin(50t + 30^\circ) \text{ (V)}; j = 2\sqrt{2} \sin 50t \text{ (A)}. \text{ Tìm } I_L?$

$$Z_a = \frac{R_1 Z_C}{R_1 + Z_C} = 17,24 - j6,90 \Omega$$

$$\dot{E}_a = \frac{\dot{E}_1 / R_1 + \dot{E}_2 / Z_C}{1/R_1 + 1/Z_C}$$

$$= 96,28 / -10,9^\circ \text{ V}$$

$$\dot{E}_b = R_4 j = 40 \cdot 2 = 80 \text{ V}$$

$$\dot{U}_L + (Z_a + R_3 + R_4) \dot{I}_L = \dot{E}_a - \dot{E}_b = \dot{E}_{td} = 42,11 / -25,6^\circ$$

$$\rightarrow \dot{E}_{td} = \dot{U}_L + (Z_a + R_3 + R_4) \dot{I}_L$$

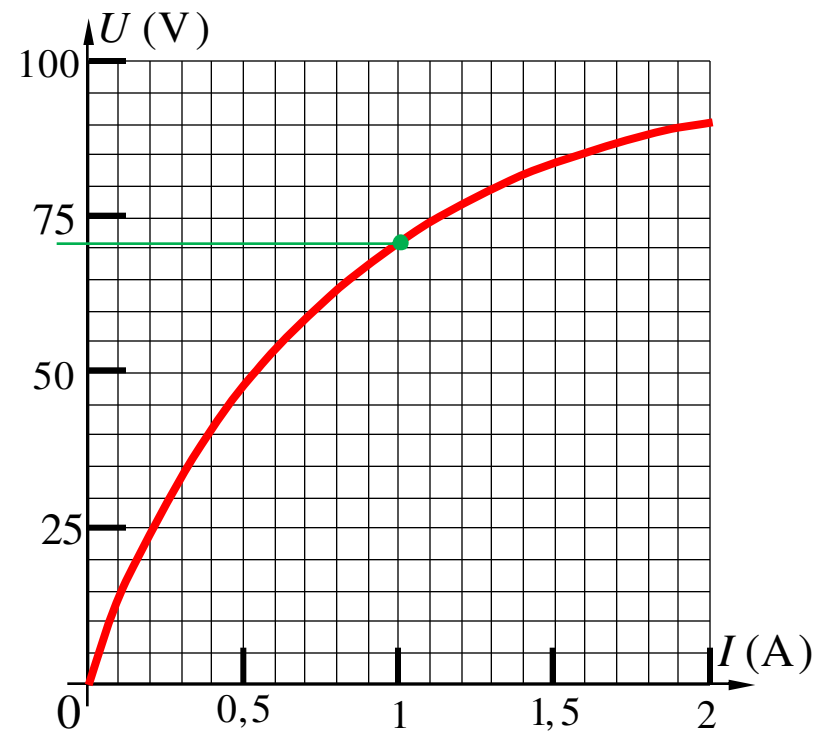
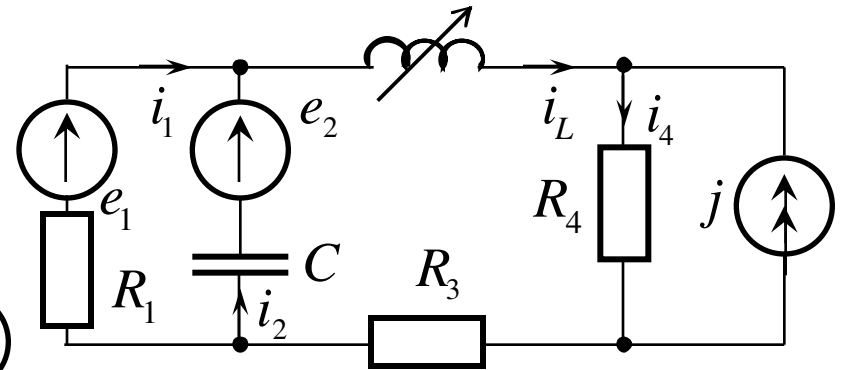
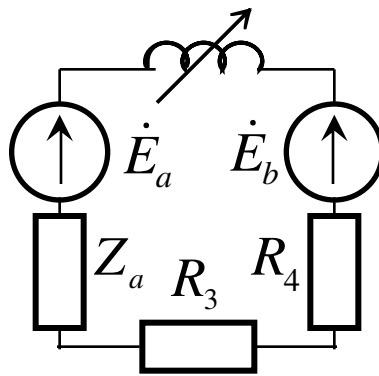
$$\dot{I}_L = I_L \xrightarrow{\text{đô thị}} \dot{U}_L = jU_L \rightarrow \dot{E}_{td} = \dot{U}_L + (Z_a + R_3 + R_4) \dot{I}_L$$

$$\rightarrow E_{td} = 42,11? \quad \varepsilon = 100 |E_{td} - 42,11| / 42,11$$

$$\dot{I}_L = 1 \xrightarrow{\text{đô thị}} \dot{U}_L = j71$$

$$\rightarrow \dot{E}_{td} = j71 + (17,24 - j6,90 + 40 + 40)1 = 116,5 / 33,4^\circ$$

$$\rightarrow E_{td} = 116,5 \rightarrow \varepsilon = 100 |116,5 - 42,11| / 42,11 = 177\%$$



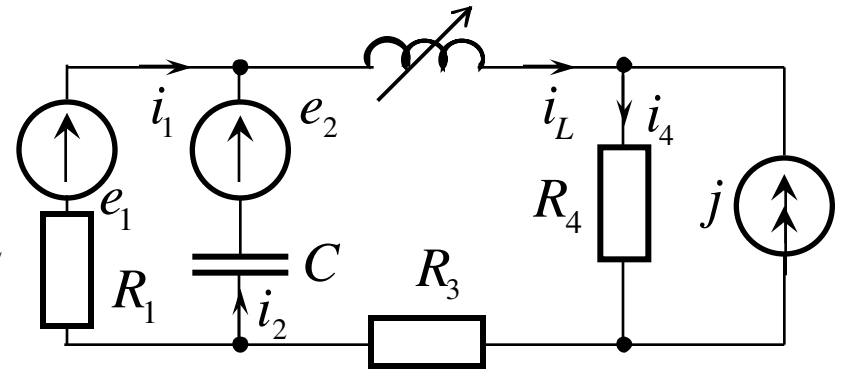
Tuyến tính điều hòa (13)

VD4

$R_1 = 20\Omega; R_3 = R_4 = 40\Omega; C = 0,4\text{mF}; e_1 = 160\sqrt{2} \sin 50t \text{ (V)};$
 $e_2 = 80\sqrt{2} \sin(50t + 30^\circ) \text{ (V)}; j = 2\sqrt{2} \sin 50t \text{ (A)}. \text{ Tìm } I_L?$

$$\dot{I}_L = I_L \xrightarrow{\text{đồ thị}} \dot{U}_L = jU_L \rightarrow \dot{E}_{td} = \dot{U}_L + (Z_a + R_3 + R_4)\dot{I}_L$$

$$\rightarrow E_{td} = 42,11? \quad \varepsilon = 100 |E_{td} - 42,11| / 42,11$$

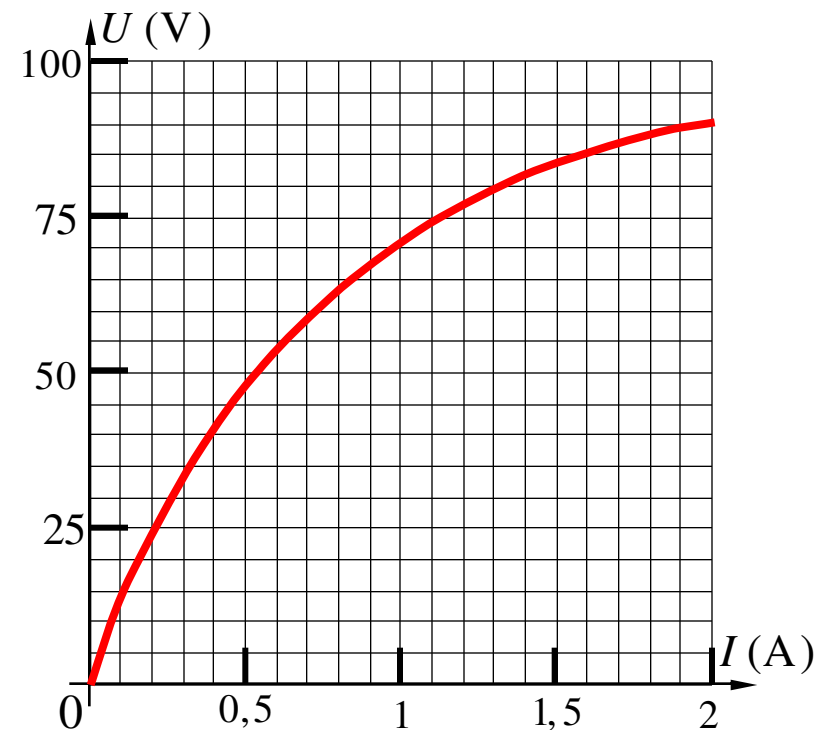


k	$I_L \text{ (A)}$	$\dot{U}_L \text{ (V)}$	$\dot{E}_{td} \text{ (V)}$	$\varepsilon \text{ (\%)}$
1	1	$j71$	$116,5 / 33,4^\circ$	177
2	0,5	$j48$	$65,95 / 42,5^\circ$	57
3	0,3	$j33$	$42,52 / 46,7^\circ$	1,0

$$I_L = 0,3 \text{ A}$$

$$\varphi_{Etd} - \varphi_{IL} = 46,7^\circ = -25,6^\circ - \varphi_{IL} \rightarrow \varphi_{IL} = -72,3^\circ$$

$$\rightarrow i_L(t) = 0,3\sqrt{2} \sin(50t - 72,3^\circ) \text{ A}$$



Tuyến tính điều hòa (14)

VD5

$R_1 = 20\Omega; R_3 = R_4 = 40\Omega; L = 4H; e_1 = 50\sqrt{2} \sin 50t \text{ (V)};$
 $e_2 = 100\sqrt{2} \sin(50t + 30^\circ) \text{ (V)}; j = 2\sqrt{2} \sin 50t \text{ (A)}. \text{ Tìm } I_C?$

$I \text{ (A)}$	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
$U \text{ (V)}$	0	3	6	10	16	50	80

$$\dot{E}_{34} = R_4 \dot{J} = 80 \text{ V}$$

$$Z_{34} = R_3 + R_4 + j\omega L = 80 + j200 \Omega$$

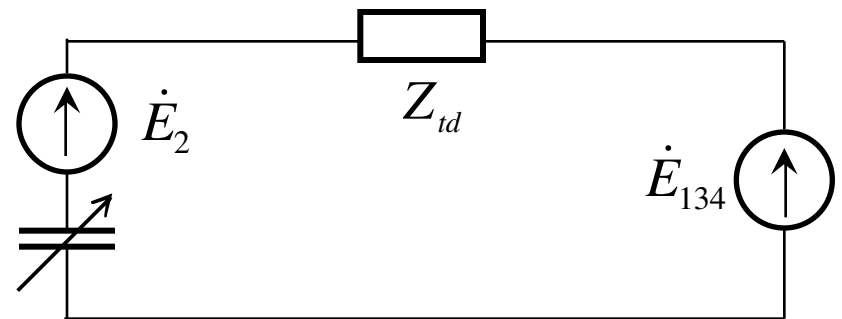
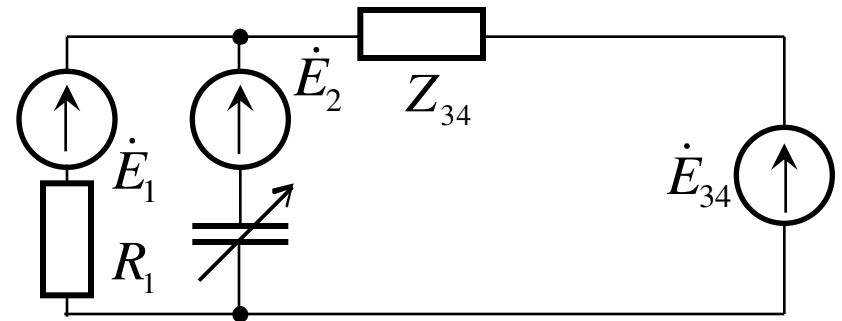
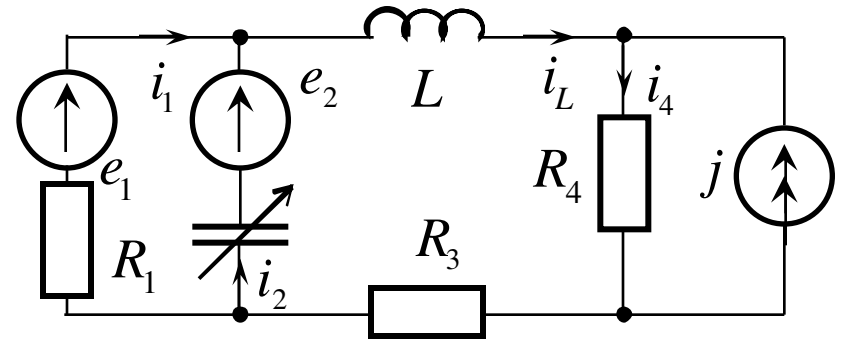
$$Z_{td} = \frac{R_1 Z_{34}}{R_1 + Z_{34}} = 19,20 + j1,60 \Omega$$

$$\dot{E}_{134} = \frac{\dot{E}_1 / R_1 + \dot{E}_{34} / Z_{34}}{1/R_1 + 1/Z_{34}} = 51,20 - j2,40 \text{ V}$$

$$Z_{td} \dot{I} + \dot{U}_C = \dot{E}_2 - \dot{E}_{134} = \dot{E}_{td} = 63,24 / 56,0^\circ$$

$$\dot{I}_2 = I \xrightarrow{\text{bảng số}} \dot{U}_C = -jU_C \rightarrow \dot{E}_{td} = \dot{U}_C + Z_{td} \dot{I}_2$$

$$\rightarrow E_{td} = 63,24? \quad \varepsilon = |E_{td} - 63,24| / 63,24$$



Tuyến tính điều hòa (15)

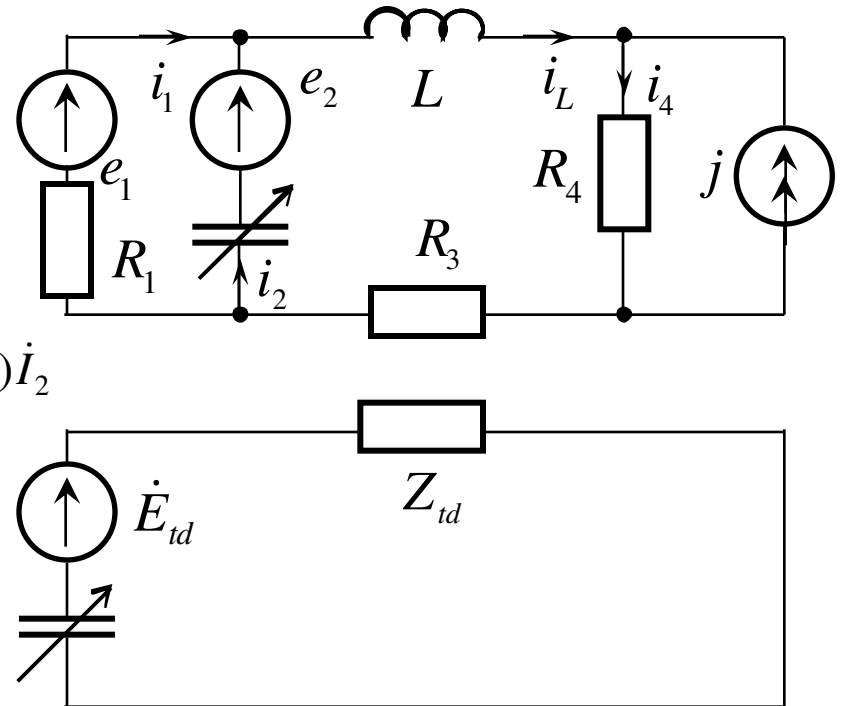
VD5

$R_1 = 20\Omega; R_3 = R_4 = 40\Omega; L = 4H; e_1 = 50\sqrt{2} \sin 50t$ (V);
 $e_2 = 100\sqrt{2} \sin(50t + 30^\circ)$ (V); $j = 2\sqrt{2} \sin 50t$ (A). Tìm I_C ?

I (A)	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
U (V)	0	3	6	10	16	50	80

$$\dot{I}_2 = I \xrightarrow{\text{bảng số}} \dot{U}_C = -jU_C \rightarrow \dot{E}_{td} = \dot{U}_C + (19,20 + j1,60)\dot{I}_2$$

$$\rightarrow E_{td} = 63,24? \quad \varepsilon = |E_{td} - 63,24| / 63,24$$



k	1	2	3
\dot{I}_2 (A)	1	2,5	2
\dot{U}_C (V)	$-j6$	$-j50$	$-j16$
\dot{E}_{td} (V)	$19,70 / -12,9^\circ$	$66,48 / -43,8^\circ$	$40,48 / -18,4^\circ$
ε (%)	69	5,1	36

$$I_C = \frac{2,5 - 2}{66,48 - 40,48} 63,24 + \frac{66,48 \cdot 2 - 40,48 \cdot 2,5}{66,48 - 40,48} = \boxed{2,44 \text{ A}}$$

Tuyến tính điều hòa (16)

VD5

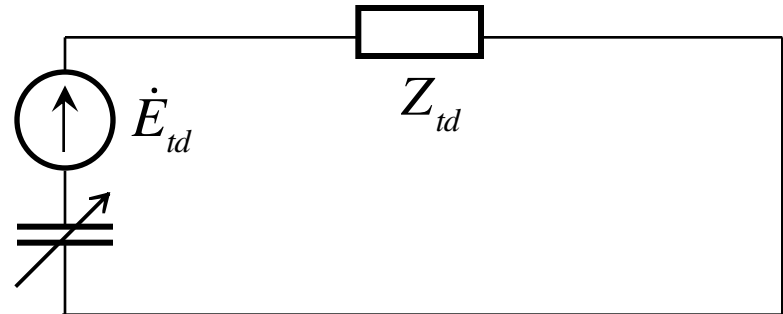
$R_1 = 20\Omega; R_3 = R_4 = 40\Omega; L = 4H; e_1 = 50\sqrt{2} \sin 50t \text{ (V)};$
 $e_2 = 100\sqrt{2} \sin(50t + 30^\circ) \text{ (V)}; j = 2\sqrt{2} \sin 50t \text{ (A)}. \text{ Tìm } I_C?$

$I \text{ (A)}$	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
$U \text{ (V)}$	0	3	6	10	16	50	80

$$I_C = 2,44 \text{ A}; \dot{E}_{td} = 63,24 / 56,0^\circ \text{ V}$$

$$U_C = \frac{16 - 50}{2 - 2,5} 2,44 - \frac{16 \cdot 2,5 - 50 \cdot 2}{2 - 2,5} = 45,92 \text{ V}$$

$$\dot{i}_C = 2,44 / \underline{\varphi} \rightarrow \dot{U}_C = 45,92 / \underline{\varphi - 90^\circ} \rightarrow \dot{E}_{td} = \dot{U}_C + Z_{td} \dot{i}_2 = E_{td} / \underline{\varphi_E} \rightarrow \varphi_E = 56,0^\circ? \quad \varepsilon = \frac{|\varphi_E - 56,0|}{56,0}$$



k	1	2	3
φ°	10	50	100
$\dot{U}_C \text{ (V)}$	$45,92 / -80^\circ$	$45,92 / -40^\circ$	$45,92 / 10^\circ$
$\dot{E}_{td} \text{ (V)}$	$62,93 / -31,89^\circ$	$62,93 / 8,11^\circ$	$62,93 / 58,11^\circ$
$\varepsilon \text{ (%)}$	157	85	3,8

$$i_C(t) = 2,44\sqrt{2} \sin(50t + 100^\circ) \text{ A}$$

$$= 3,45 \sin(50t + 100^\circ) \text{ A}$$



Tuyến tính điều hòa (17)

VD6

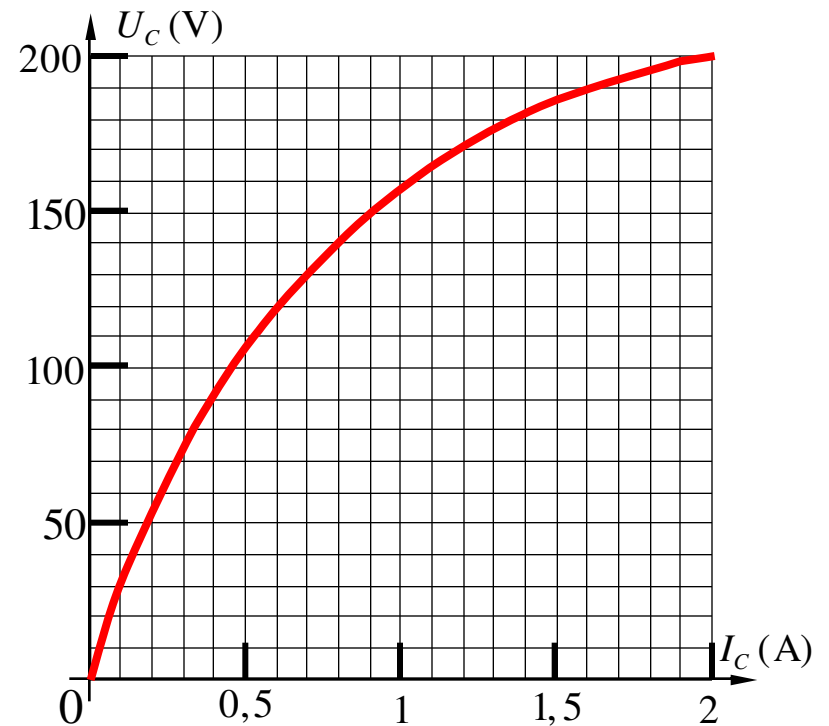
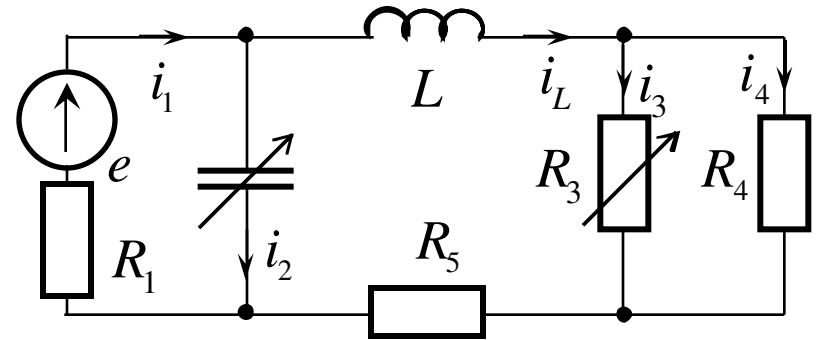
$R_1 = 20\Omega; R_4 = R_5 = 40\Omega; L = 0,4H;$
 $e_1 = 250\sqrt{2} \sin 20t (V)$. Tìm I_3 ?

I_3 (A)	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
U_3 (V)	0	10	20	35	60	90	120

$$\begin{cases} \dot{I}_1 - \dot{I}_2 - \dot{I}_L = 0 & (\alpha) \\ \dot{I}_L - \dot{I}_3 - \dot{I}_4 = 0 & (\beta) \\ R_1 \dot{I}_1 + \dot{U}_C = \dot{E} & (\gamma) \\ (R_5 + j\omega L) \dot{I}_L + \dot{U}_3 - \dot{U}_C = 0 & (\delta) \\ \dot{U}_3 = R_4 \dot{I}_4 & (\zeta) \end{cases}$$

$\dot{I}_2 = I_2 \xrightarrow{\text{đồ thị}} \dot{U}_C = -jU_C \xrightarrow{(\gamma)} \dot{I}_1 = (\dot{E} - \dot{U}_C) / R_1 \rightarrow ?$

$\dot{I}_3 = I_3 \xrightarrow{\text{bảng số}} \dot{U}_3 \xrightarrow{(\zeta)} \dot{I}_4 = \dot{U}_3 / R_4 \xrightarrow{(\beta)} \dot{I}_L = \dot{I}_3 + \dot{I}_4$
 $\xrightarrow{(\delta)} \dot{U}_C = (R_5 + j\omega L) \dot{I}_L + \dot{U}_3 = U_C / \theta \rightarrow U_C \xrightarrow{\text{đồ thị}} I_2$
 $\rightarrow \dot{I}_2 = I_2 / \theta + 90^\circ \xrightarrow{(\alpha)} \dot{I}_1 = \dot{I}_2 + \dot{I}_L \xrightarrow{(\gamma)} \dot{E} = R_1 \dot{I}_1 + \dot{U}_C$
 $\rightarrow E = 250? \quad \varepsilon = |E - 250| / 250$





Tuyến tính điều hòa (18)

VD6

$R_1 = 20\Omega; R_4 = R_5 = 40\Omega; L = 0,4H;$
 $e_1 = 250\sqrt{2} \sin 20t (V)$. Tìm I_3 ?

I_3 (A)	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
U_3 (V)	0	10	20	35	60	90	120

$$\dot{I}_3 = I_3 \xrightarrow{\text{bảng số}} \dot{U}_3 \xrightarrow{(\zeta)} \dot{I}_4 = \dot{U}_3 / R_4 \xrightarrow{(\beta)} \dot{I}_L = \dot{I}_3 + \dot{I}_4$$

$$\xrightarrow{(\delta)} \dot{U}_C = (R_5 + j\omega L)\dot{I}_L + \dot{U}_3 = U_C / \theta \rightarrow U_C \xrightarrow{\text{đồ thị}} I_2$$

$$\rightarrow \dot{I}_2 = I_2 / \theta + 90^\circ \xrightarrow{(\alpha)} \dot{I}_1 = \dot{I}_2 + \dot{I}_L \xrightarrow{(\gamma)} \dot{E} = R_1 \dot{I}_1 + \dot{U}_C$$

$$\rightarrow E = 250? \quad \varepsilon = |E - 250| / 250$$

$$\dot{I}_3 = 1A \xrightarrow{\text{bảng số}} \dot{U}_3 = 20V \rightarrow \dot{I}_4 = 20 / 40 = 0,5A$$

$$\rightarrow \dot{I}_L = 1 + 0,5 = 1,5A$$

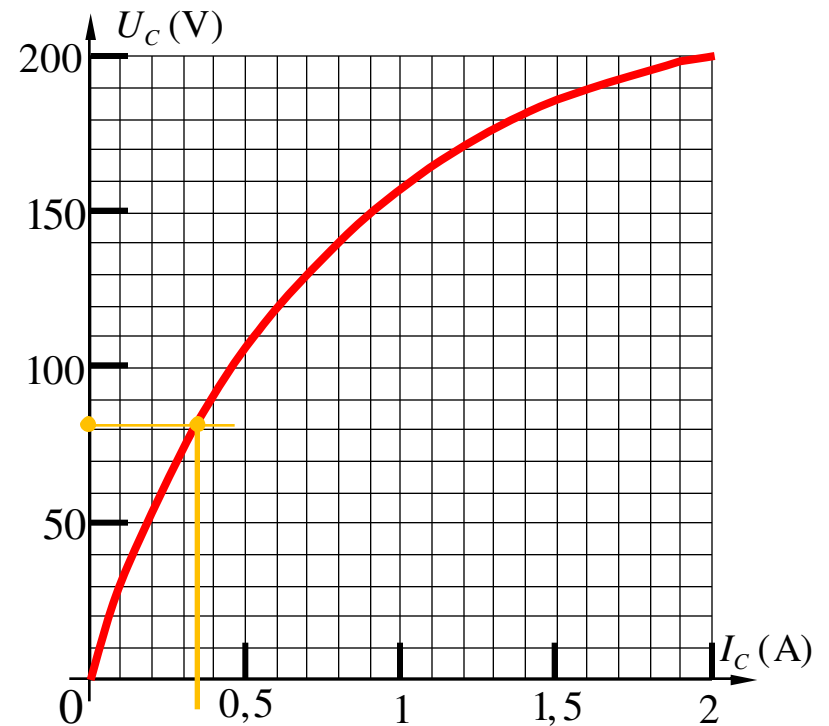
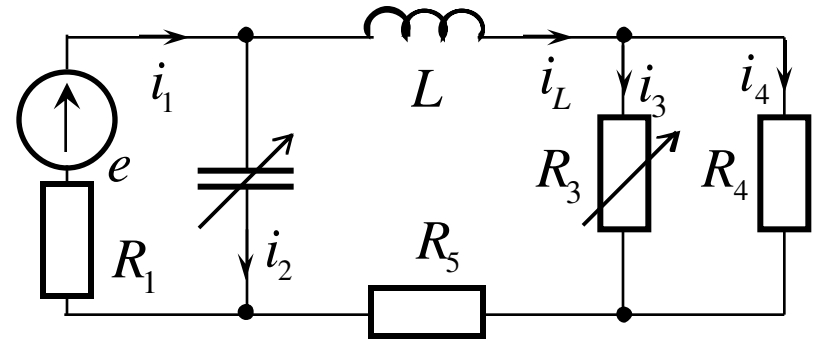
$$\rightarrow \dot{U}_C = (40 + j20 \cdot 0,4)1,5 + 20 = 81 / 8,5^\circ V$$

$$\rightarrow U_C = 81V \xrightarrow{\text{đồ thị}} I_2 = 0,34A$$

$$\rightarrow \dot{I}_2 = 0,35 / 8,5^\circ + 90^\circ = 0,35 / 98,5^\circ A$$

$$\rightarrow \dot{I}_1 = \dot{I}_2 + \dot{I}_L = 0,34 / 98,5^\circ + 1,5 = 1,49 / 13,1^\circ A$$

$$\rightarrow \dot{E} = 20 \cdot 1,49 / 13,1^\circ + 81 / 8,5^\circ = 110,6 / 10,3^\circ V$$



Tuyến tính điều hòa (19)

VD6

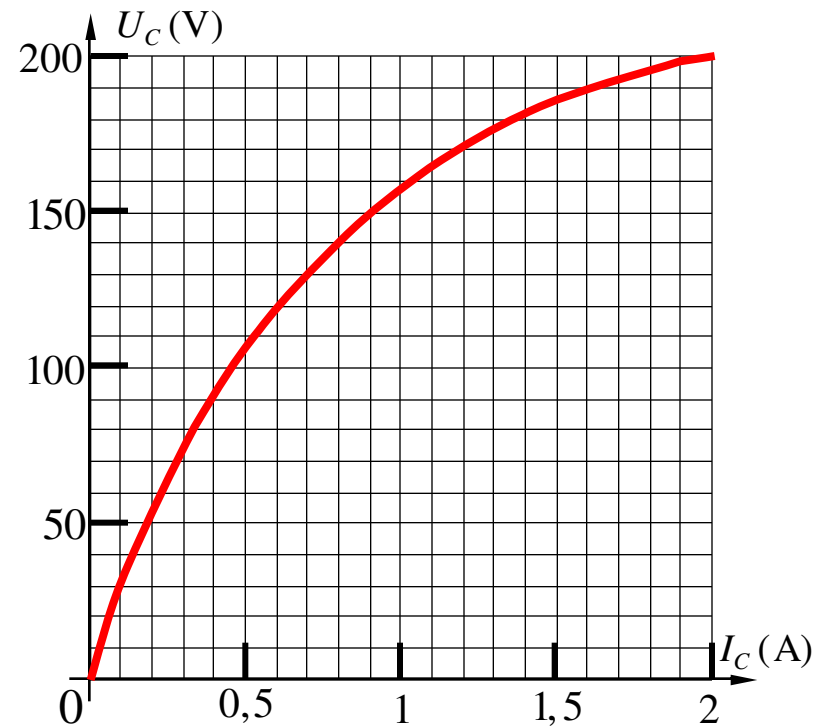
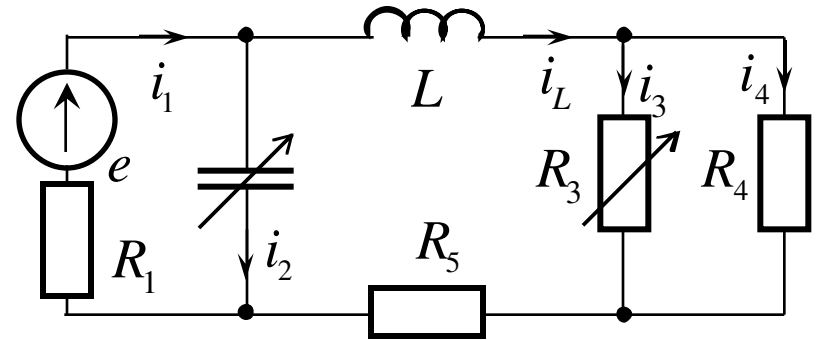
$R_1 = 20\Omega; R_4 = R_5 = 40\Omega; L = 0,4H;$
 $e_1 = 250\sqrt{2} \sin 20t (V)$. Tìm I_3 ?

$I_3 (A)$	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
$U_3 (V)$	0	10	20	35	60	90	120

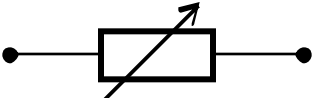

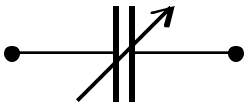
$$\begin{aligned} \dot{I}_3 = I_3 &\xrightarrow{\text{bảng số}} \dot{U}_3 \xrightarrow{(\zeta)} \dot{I}_4 = \dot{U}_3 / R_4 \xrightarrow{(\beta)} \dot{I}_L = \dot{I}_3 + \dot{I}_4 \\ &\xrightarrow{(\delta)} \dot{U}_C = (R_5 + j\omega L)\dot{I}_L + \dot{U}_3 = U_C / \theta \rightarrow U_C \xrightarrow{\text{đồ thị}} I_2 \\ &\rightarrow \dot{I}_2 = I_2 / \theta + 90^\circ \xrightarrow{(\alpha)} \dot{I}_1 = \dot{I}_2 + \dot{I}_L \xrightarrow{(\gamma)} \dot{E} = R_1 \dot{I}_1 + \dot{U}_C \\ &\rightarrow E = 250? \quad \varepsilon = |E - 250| / 250 \end{aligned}$$

k	1	2	3
$\dot{I}_3 (A)$	1	1,5	2
$\dot{U}_3 (V)$	20	35	60
$\dot{U}_C (V)$	$81 / 8,5^\circ$	$131 / 8,3^\circ$	$202 / 8,0^\circ$
$\dot{I}_2 (A)$	$0,34 / 98,5^\circ$	$0,70 / 98,3^\circ$	$2 / 98,0^\circ$
$\dot{E} (V)$	$110,6 / 10,3^\circ$	$178,5 / 10,6^\circ$	$272,9 / 14,3^\circ$
$\varepsilon (\%)$		29	9,2

$$I_3 = \frac{1,5 - 2}{178,5 - 272,9} 250 + \frac{178,5 \cdot 2 - 272,9 \cdot 1,5}{178,5 - 272,9} = \boxed{1,86 A}$$



Tuyến tính điều hòa (20)

	$U(I)$	$\dot{i} = I / \underline{0^\circ} \rightarrow \dot{U}_R = U(I) / \underline{0^\circ}$
	$U(I)$	$\dot{i} = I / \underline{0^\circ} \rightarrow \dot{U}_L = U(I) / \underline{90^\circ} = jU(I)$
	$\psi(I)$	$\dot{i} = I / \underline{0^\circ} \rightarrow \dot{U}_L = \omega\psi(I) / \underline{90^\circ} = j\omega\psi(I)$
	$U(I)$	$\dot{i} = I / \underline{0^\circ} \rightarrow \dot{U}_C = U(I) / \underline{-90^\circ} = -jU(I)$
	$Q(U)$	$\dot{U} = U / \underline{0^\circ} \rightarrow \dot{I}_C = \omega Q(U) / \underline{90^\circ} = j\omega Q(U)$



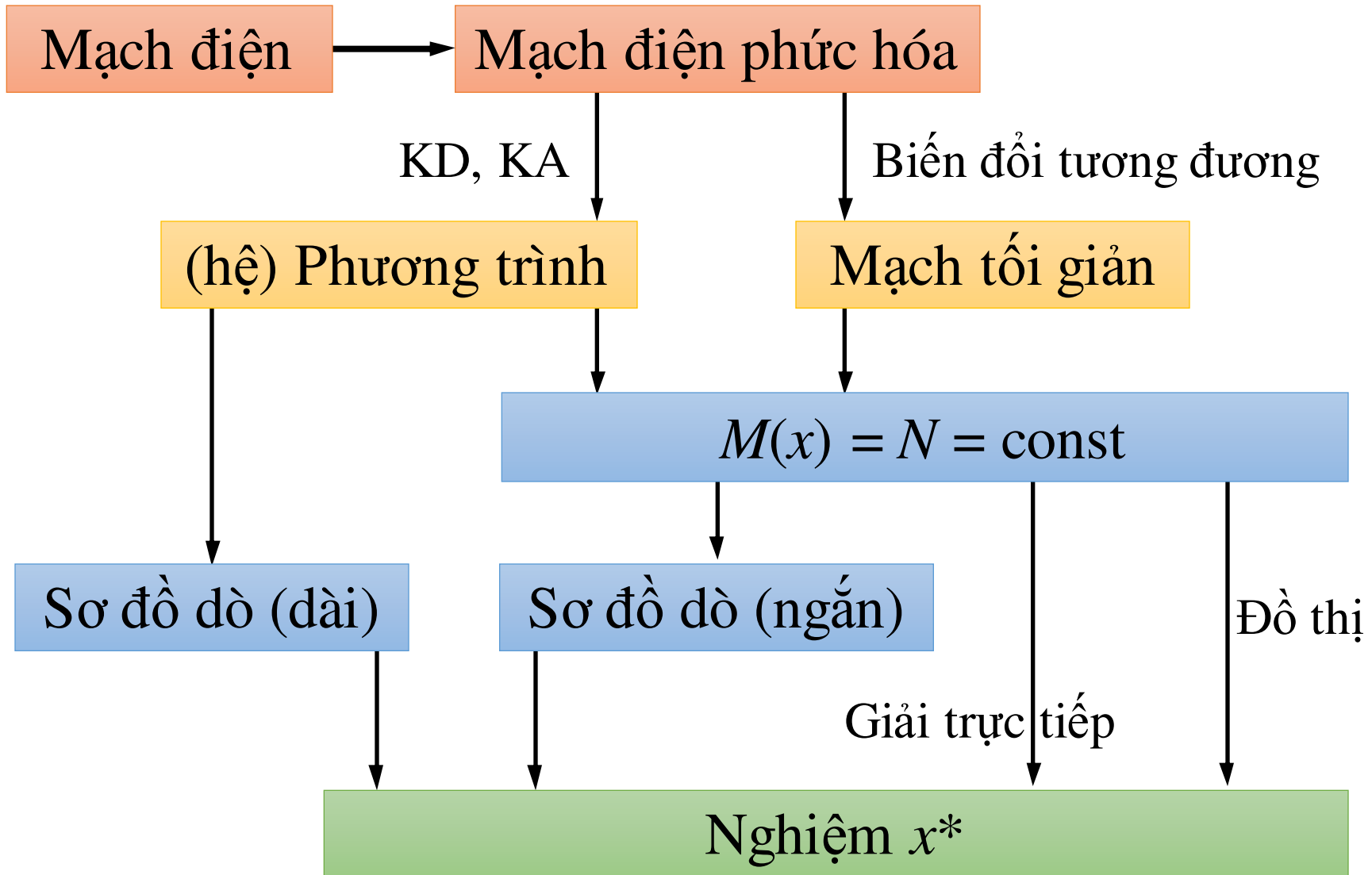


Tuyến tính điều hòa (21)

- Áp dụng khi biết các quan hệ phi tuyến $U(I)$, $\Psi(I)$, $Q(U)$, $U_m(I_m)$, $\Psi_m(I_m)$, $Q_m(U_m)$.
- Các bước thực hiện:
 1. Phức hóa mạch điện,
 2. Lập (hệ) phương trình (phương pháp dòng nhánh) mô tả mạch, rồi rút gọn về dạng $M(X) = N = \text{const}$,
 3. Giải trực tiếp phương trình trên hoặc giải bằng phương pháp dò.
- Nếu mạch điện phức tạp thì có thể đơn giản hóa mạch điện trước khi lập phương trình.



Tuyến tính điều hòa (22)





Lý thuyết mạch II

I. Quá trình quá độ

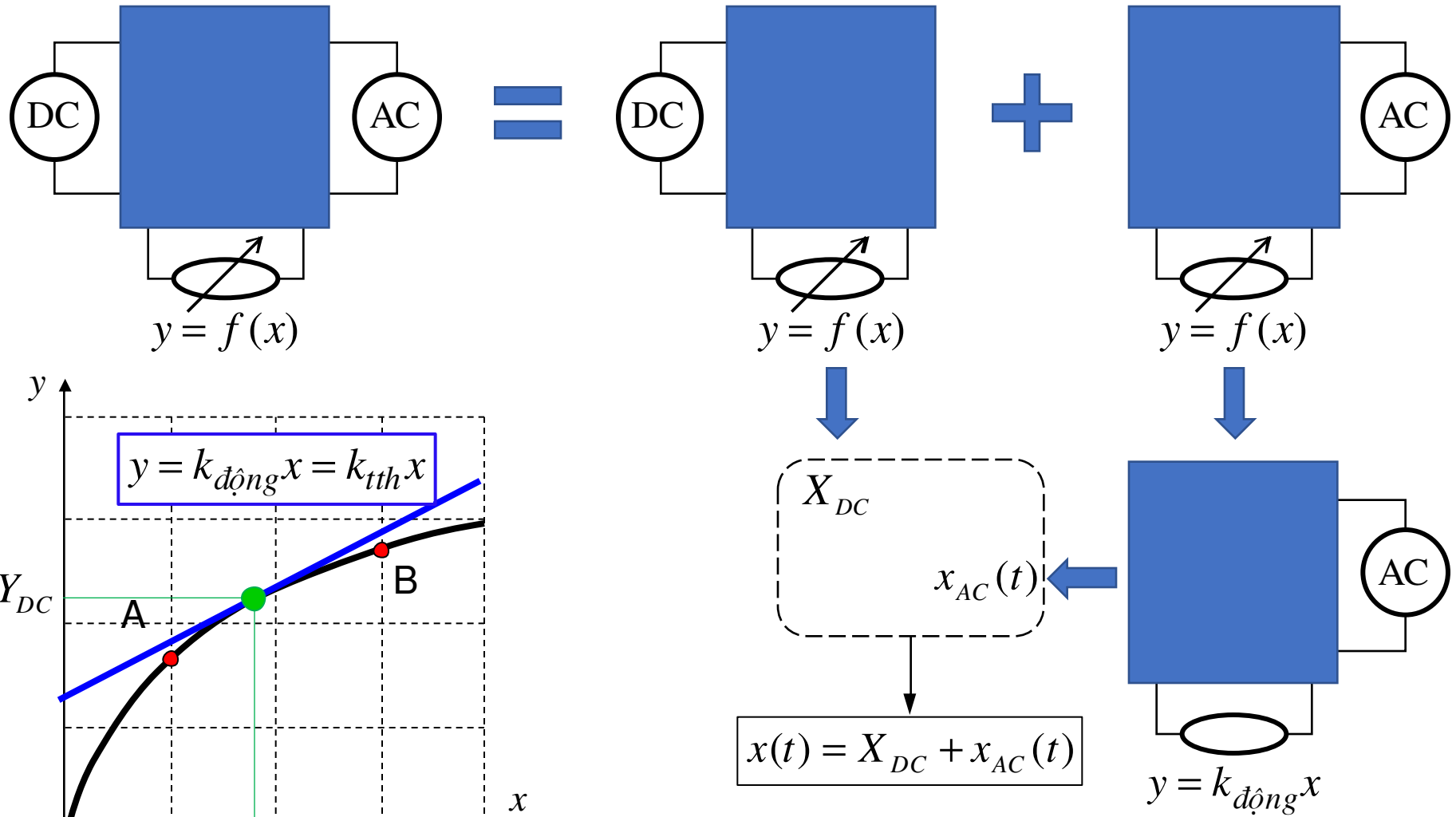
II. Mạch phi tuyến

1. Giới thiệu
2. Đặc tính của phần tử phi tuyến
3. **Chế độ xác lập**
 - a) Mạch một chiều
 - b) **Mạch xoay chiều**
 - i. Cân bằng điều hòa
 - ii. Tuyến tính điều hòa
 - iii. **Tuyến tính hóa quanh điểm làm việc**
 - iv. Tuyến tính hóa từng đoạn
 - v. Đồ thị
4. Chế độ quá độ
5. Điốt và tranzito

III. Đường dây dài



Tuyến tính hóa quanh điểm làm việc (1)



Tuyến tính hóa quanh điểm làm việc (2)

VD1

$$e = 100 + 5 \sin 50t \text{ V}; L = 0,5 \text{ H.}$$

$$E_{\max} = 100 + 5 = 105 \text{ V}$$

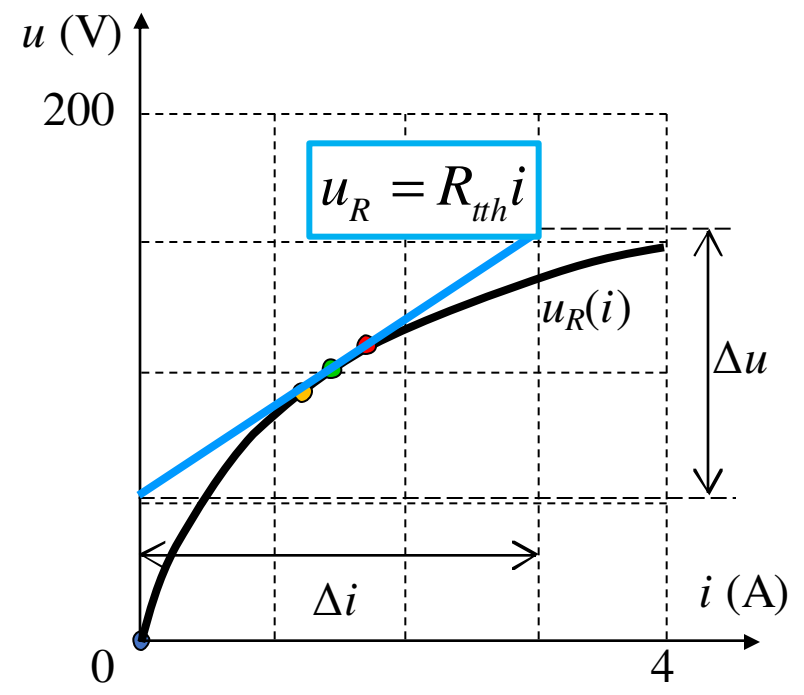
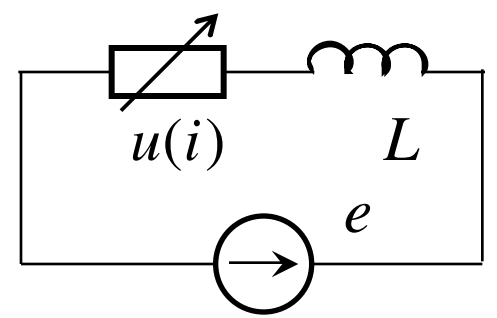
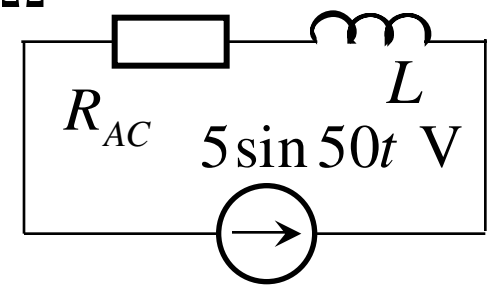
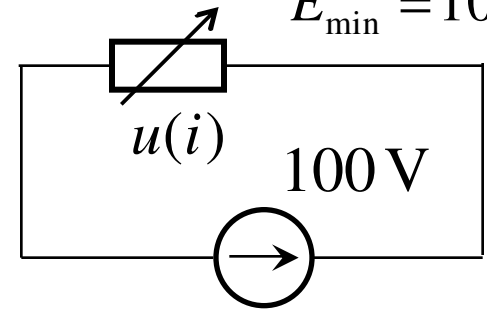
$$E_{\min} = 100 - 5 = 95 \text{ V}$$

$$I_{DC} = 1,4 \text{ A}$$

$$u_R = u(i) \approx R_{th} i$$

$$R_{AC} \approx \frac{\Delta u}{\Delta i} = \frac{105}{3} = 35 \Omega$$

$$\begin{aligned} \dot{I}_{AC} &= \frac{\dot{E}_{AC}}{R_{AC} + j50L} \\ &= \frac{5/\sqrt{2}}{35 + j50 \cdot 0,5} = 0,067 - j0,048 \\ &= 0,082 / -35,5^\circ \text{ A} \end{aligned}$$

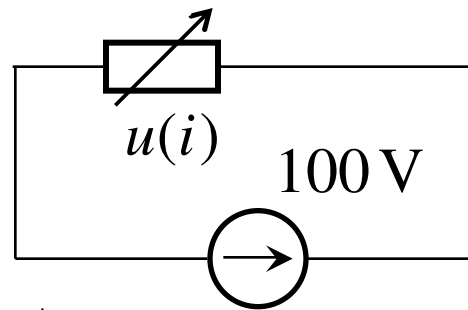


Tuyến tính hóa quanh điểm làm việc (3)

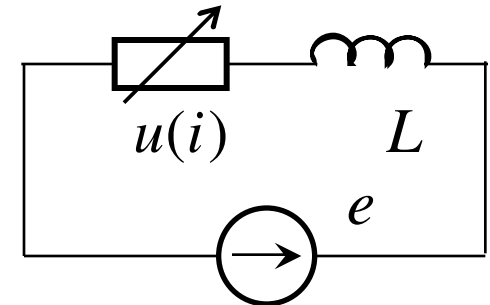
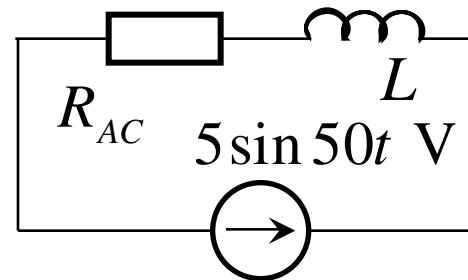
VD1

$$e = 100 + 5 \sin 50t \text{ V}; L = 0,5 \text{ H.}$$

$$I_{DC} = 1,4 \text{ A}$$

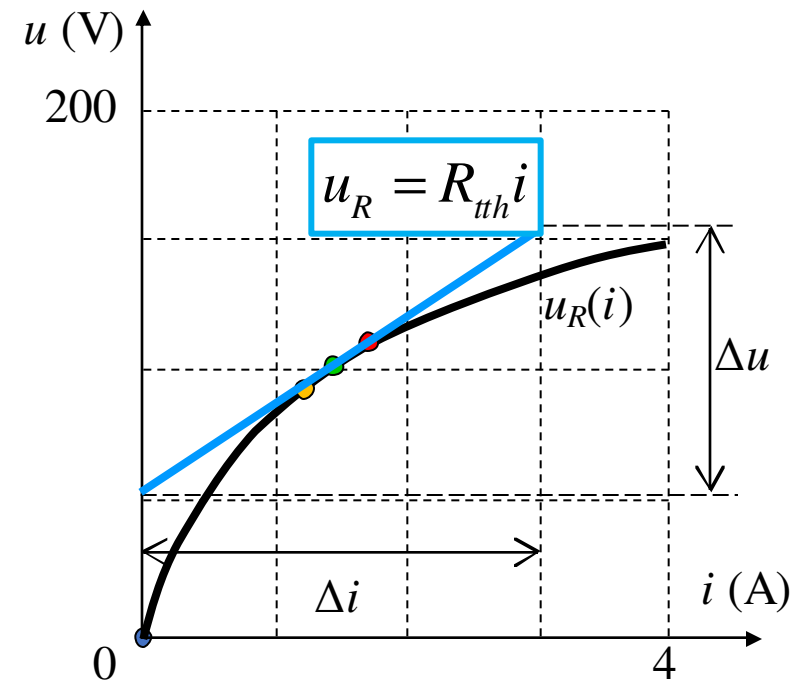


$$\dot{I}_{AC} = 0,082 / -35,5^\circ \text{ A}$$



$$\rightarrow i = I_{DC} + i_{AC}$$

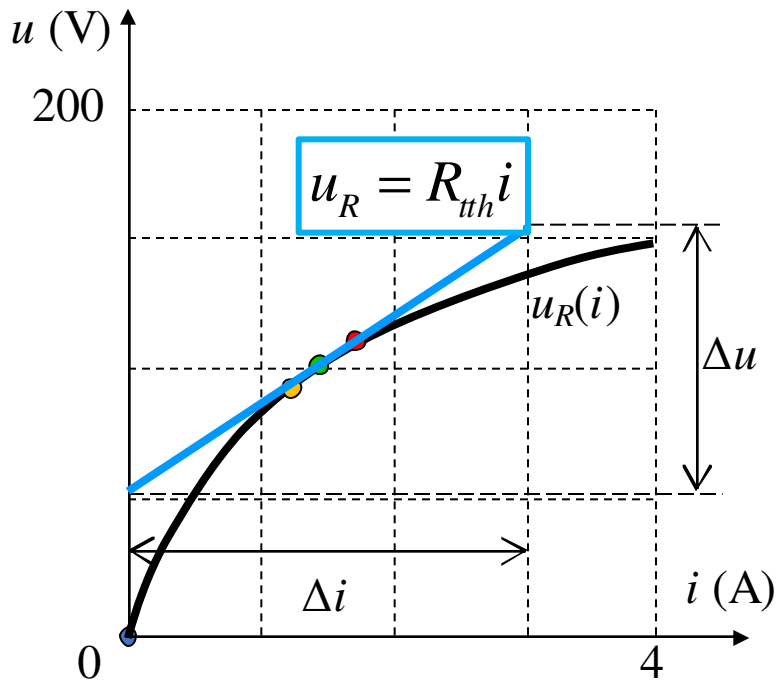
$$= 1,4 + 0,082\sqrt{2} \sin(50t - 35,5^\circ) \text{ A}$$



Tuyến tính hóa quanh điểm làm việc (4)

VD1

1. Tìm điểm làm việc (do nguồn DC tạo ra),
2. Tuyến tính hóa phần tử phi tuyến (tìm đặc tính động),
3. Giải mạch AC với phần tử phi tuyến đã tuyến tính hóa,
4. Tổng hợp đáp số.

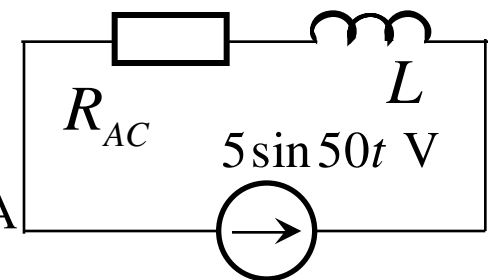
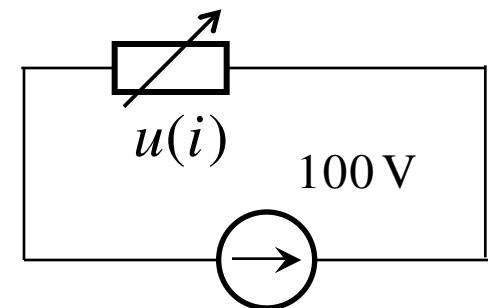
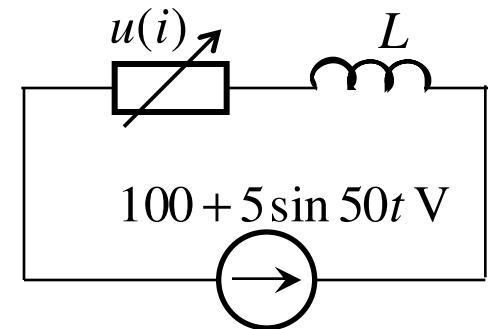


$$1. I_{DC} = 1,4 \text{ A}$$

$$2. R_{AC} \approx \frac{\Delta u}{\Delta i} = 35 \Omega$$

$$3. \dot{I}_{AC} = \frac{\dot{E}_{AC}}{R_{AC} + j50L} = 0,082 / -35,5^\circ \text{ A}$$

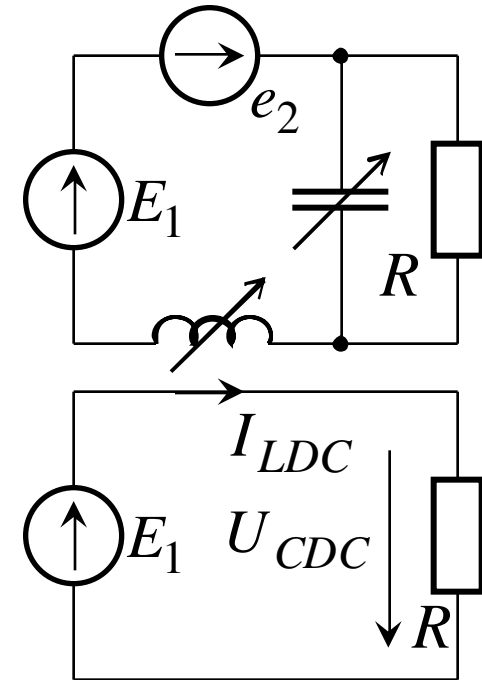
$$4. i = I_{DC} + i_{AC} = 1,4 + 0,082\sqrt{2} \sin(50t - 35,5^\circ) \text{ A}$$



Tuyến tính hóa quanh điểm làm việc (5)

VD2

$E_1 = 60 \text{ V}; e_2(t) = \sqrt{2} \sin 314t; R = 20 \Omega$
 $\psi(i) = 0,96e^{0,0020i} - 1,05e^{-0,26i}; q(u) = 10^{-4}u - 0,5 \cdot 10^{-8}u^3$
 Tính dòng điện trên cuộn cảm & điện áp trên tụ điện.



$$I_{LDC} = \frac{E_1}{R} = \frac{60}{20} = 3 \text{ A}; U_{CDC} = E_1 = 60 \text{ V}$$

$$\psi = \psi(i) \approx L_{tth} i$$

$$L_{tth} = \left. \frac{d\psi}{di} \right|_{i=3} = \left(0,96 \cdot 0,002 e^{0,0020i} + 1,05 \cdot 0,26 e^{-0,26i} \right) \Big|_{i=3} = 0,13 \text{ H}$$

$$q = q(u) \approx C_{tth} u$$

$$C_{tth} = \left. \frac{dq}{du} \right|_{u=60} = \left(10^{-4} - 3 \cdot 0,5 \cdot 10^{-8} u^2 \right) \Big|_{u=60} = 46 \mu \text{ F}$$



Tuyến tính hóa quanh điểm làm việc (6)

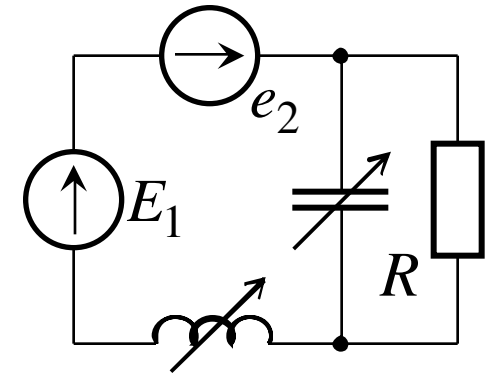
VD2

$$E_1 = 60 \text{ V}; e_2(t) = \sqrt{2} \sin 314t; R = 20 \Omega$$

$$\psi(i) = 0,96e^{0,0020i} - 1,05e^{-0,26i}; q(u) = 10^{-4}u - 0,5 \cdot 10^{-8}u^3$$

Tính dòng điện trên cuộn cảm & điện áp trên tụ điện.

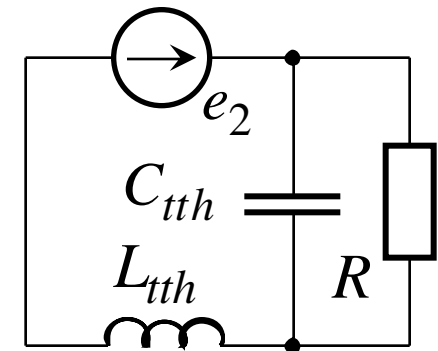
$$I_{LDC} = 3 \text{ A}; U_{CDC} = 60 \text{ V}; L_{tth} = 0,13 \text{ H}; C_{tth} = 46 \mu\text{F}$$



$$\dot{i}_{LAC} = \frac{\dot{E}_2}{j\omega L_{tth} + \frac{R \frac{1}{j\omega C_{tth}}}{R + \frac{1}{j\omega C_{tth}}}} = 0,025 / -62,6^\circ \text{ A}; \dot{U}_{CAC} = \frac{R \frac{1}{j\omega C_{tth}}}{R + \frac{1}{j\omega C_{tth}}} \dot{i}_{LAC} = 1 / 0^\circ \text{ V}$$

$$i_L(t) = I_{LDC} + i_{LAC}(t) = \boxed{3 + 0,025\sqrt{2} \sin(314t - 62,6^\circ) \text{ A}}$$

$$u_C(t) = U_{CDC} + u_{CAC}(t) = \boxed{60 + \sqrt{2} \sin 314t \text{ V}}$$



Tuyến tính hóa quanh điểm làm việc (7)

VD3

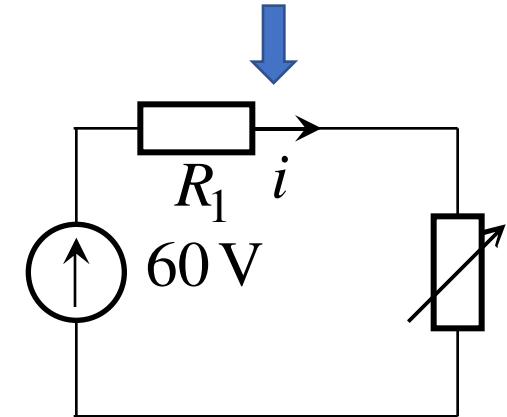
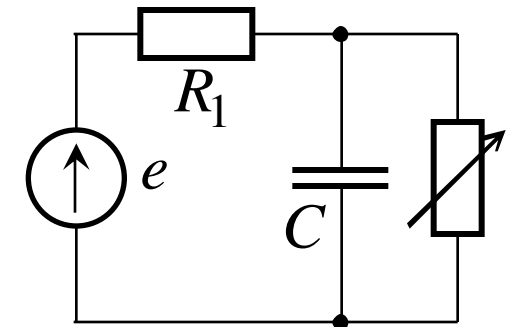
$e = 60 + \sin 100t$ V; $R_1 = 20 \Omega$; $L = 4$ H; $C = 80 \mu\text{F}$.
 Tính dòng điện qua điện trở phi tuyến?

I (A)	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
U (V)	0	3	6	10	16	30	80

Đặc tính của điện trở phi tuyến

$$i \xrightarrow{\text{bảng}} u(i) \rightarrow E = 20i + u(i) = 60? \quad \varepsilon = \frac{|E - 60|}{60}$$

k	$i^{(k)}$ (A)	$20i^{(k)}$ (V)	$u^{(k)}(i)$ (V)	$e^{(k)}$ (V)	ε (%)
1	0,5	10	3	13	78
2	2	40	16	56	6,67
3	2,5	50	30	80	33,33



$$i = \frac{2}{56} + \frac{2,5}{80} e + \frac{56 \cdot 2,5 - 80 \cdot 2}{56 - 80} = 0,021e + 0,83$$

$$\rightarrow i|_{e=60} = 0,021 \cdot 60 + 0,83 = 2,08 \text{ A} = I_{DC}$$



Tuyến tính hóa quanh điểm làm việc (8)

VD3

$e = 60 + \sin 100t$ V; $R_1 = 20 \Omega$; $L = 4$ H; $C = 80 \mu\text{F}$.
 Tính dòng điện qua điện trở phi tuyến?

I (A)	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
U (V)	0	3	6	10	16	30	80

Đặc tính của điện trở phi tuyến

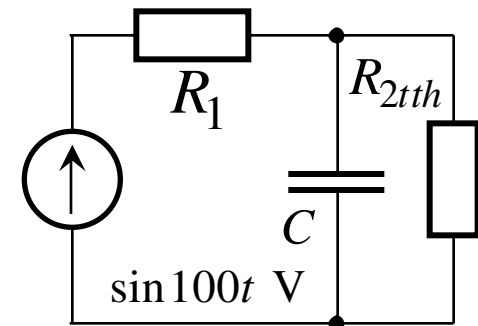
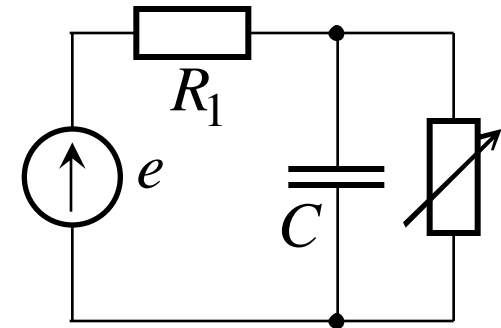
$$i_{DC} = 2,08 \text{ A}$$

$$R_{2th} = \frac{30 - 16}{2,5 - 2} = 28 \Omega$$

$$\dot{U}_{2AC} = Z_{R2C} \frac{\dot{E}_{AC}}{R_1 + Z_{R2C}} = \frac{28 \frac{1}{j100 \cdot 80 \cdot 10^{-3}}}{28 + \frac{1}{j100 \cdot 80 \cdot 10^{-3}}} \cdot \frac{1/\sqrt{2}}{20 + \frac{1}{j100 \cdot 80 \cdot 10^{-3}}} = 0,22 - j0,21 \text{ V}$$

$$\dot{i}_{AC} = \frac{\dot{U}_{2AC}}{R_{2th}} = \frac{0,22 - j0,21}{28} = 0,011 / -42,7^\circ \text{ A}$$

$$\rightarrow i_2 = i_{DC} + i_{AC} = \boxed{2,08 + 0,011\sqrt{2} \sin(100t - 42,7^\circ) \text{ A}}$$

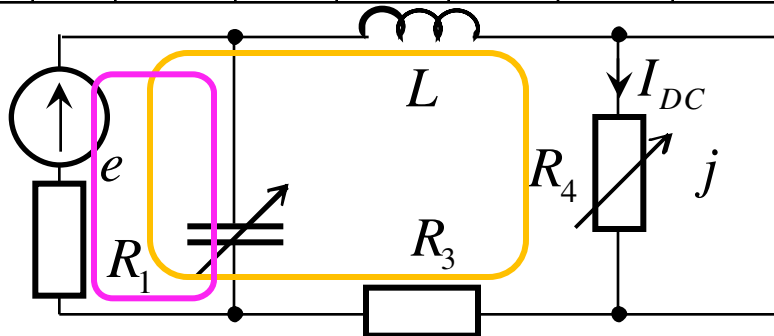


Tuyến tính hóa quanh điểm làm việc (9)

VD4

$R_1 = 60\Omega$; $R_3 = 40\Omega$; $L = 0,4\text{H}$; $e = 200\text{ V}$ (một chiều); $j = 0,2\sin 20000t$ (A). Tìm $i_L(t)$?

Q (mC)	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
U (V)	0	20	40	70	120	180	250



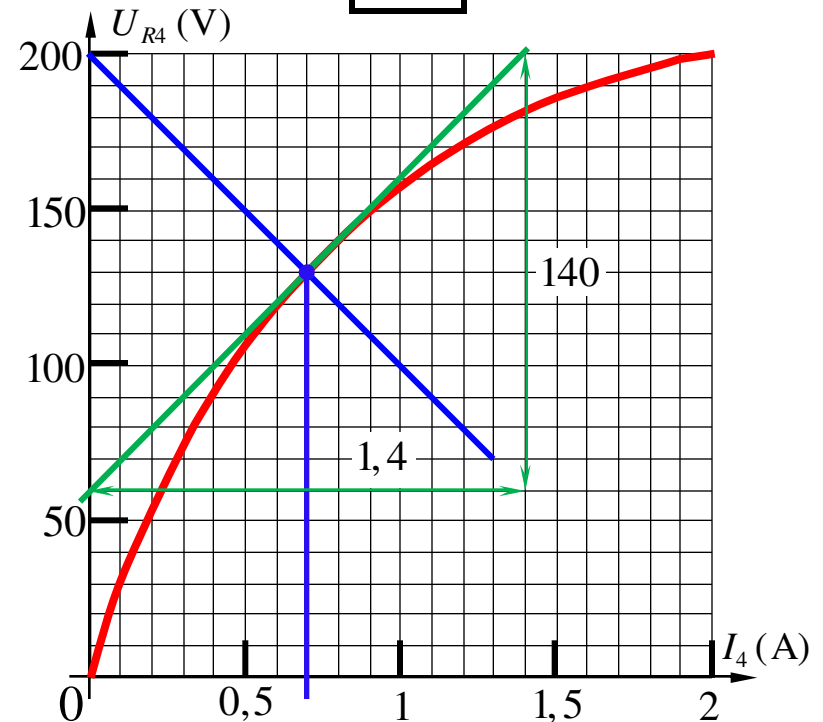
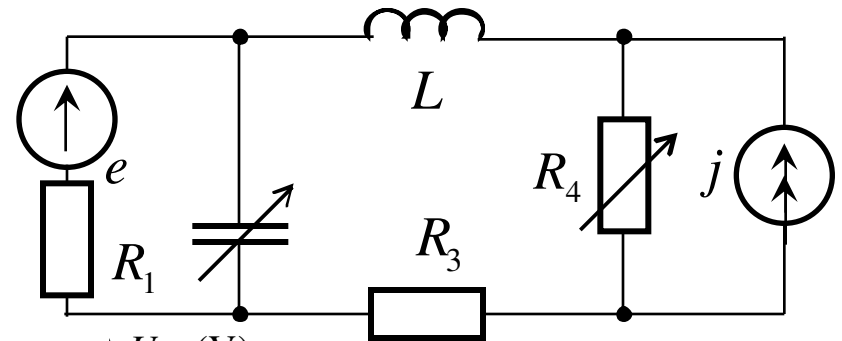
$$(R_1 + R_3)I_{DC} + U_{R4} = e \rightarrow (60 + 40)I_{DC} + U_{R4} = 200$$

$$\rightarrow U_{R4} = 200 - 100I_{DC} \rightarrow I_{DC} = 0,7\text{ A}$$

$$R_1 I_{DC} + U_{CDC} = e \rightarrow U_{CDC} = 200 - 60 \cdot 0,7 = 158\text{ V}$$

$$R_{th} = 140 / 1,4 = 100\ \Omega$$

$$C_{th} = \frac{\Delta Q}{\Delta U} = \frac{(2,5 - 2)10^{-3}}{180 - 120} = 8,33\ \mu\text{F}$$



Tuyến tính hóa quanh điểm làm việc (10)

VD4

$R_1 = 60\Omega$; $R_3 = 40\Omega$; $L = 0,4\text{H}$; $e = 200\text{ V}$ (một chiều); $j = 0,2\sin 2000t$ (A). Tìm $i_L(t)$?

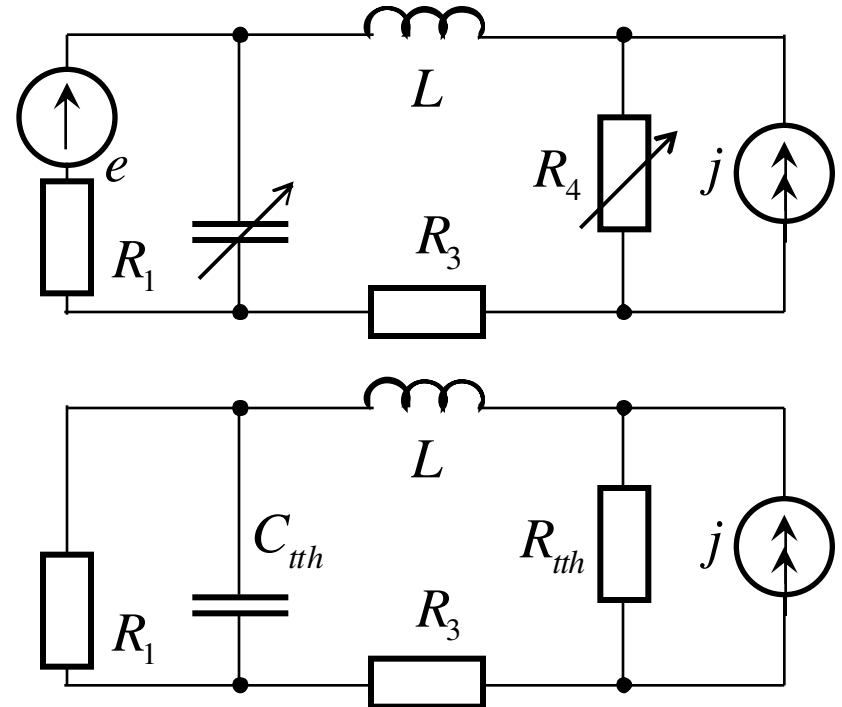
Q (mC)	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
U (V)	0	20	40	70	120	180	250

$$I_{DC} = 0,7\text{ A}; R_{th} = 100\Omega; C_{th} = 8,33\mu\text{F}$$

$$i_{AC} = \frac{R_{th} j}{R_3 + R_{th} + j\omega L + \frac{R_1 \frac{1}{j\omega C_{th}}}{R_1 + \frac{1}{j\omega C_{th}}}}$$

$$= 0,0179 / \underline{-77,6^\circ} \text{ A}$$

$$i_L(t) = I_{DC} + i_{AC}(t) = \boxed{0,7 - 0,0254 \sin(2000t - 77,6^\circ) \text{ A}}$$





Tuyến tính hóa quanh điểm làm việc (11)

	Đồ thị	Hàm số	Bảng số
	<p>Vẽ tiếp tuyến ở điểm làm việc</p>	$R_{tth} = \left. \frac{du}{di} \right _{i=I_{DC}}$	$R_{tth} = \frac{U_2 - U_1}{I_2 - I_1}$ $I_1 < I_{DC} < I_2$
		$L_{tth} = \left. \frac{d\psi}{di} \right _{i=I_{DC}}$	$L_{tth} = \frac{\psi_2 - \psi_1}{I_2 - I_1}$ $I_1 < I_{DC} < I_2$
		$C_{tth} = \left. \frac{dq}{du} \right _{u=U_{DC}}$	$C_{tth} = \frac{Q_2 - Q_1}{U_2 - U_1}$ $U_1 < U_{DC} < U_2$

$$K_{tth} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$





Tuyến tính hóa quanh điểm làm việc (12)

- Áp dụng khi mạch có nguồn một chiều lớn & nguồn xoay chiều có biên độ nhỏ.
- Các bước thực hiện
 1. Tìm điểm làm việc (do nguồn DC tạo ra),
 2. Tuyến tính hóa phần tử phi tuyến (tìm đặc tính động),
 3. Giải mạch AC với phần tử phi tuyến đã tuyến tính hóa,
 4. Tổng hợp đáp số.





Lý thuyết mạch II

I. Quá trình quá độ

II. Mạch phi tuyến

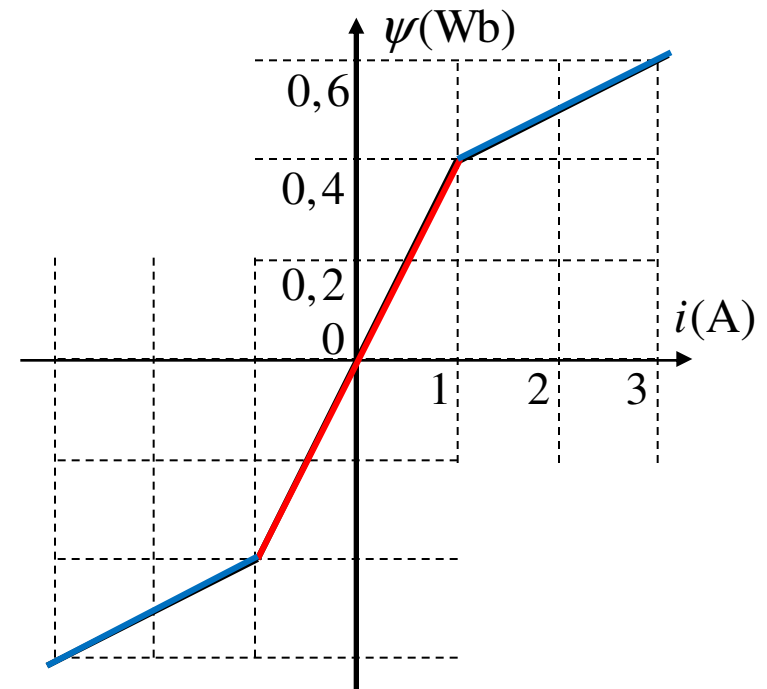
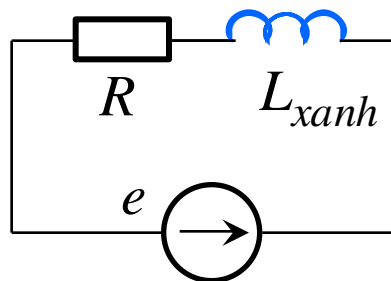
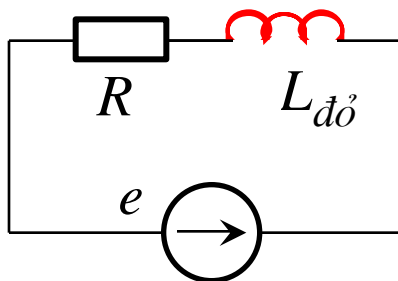
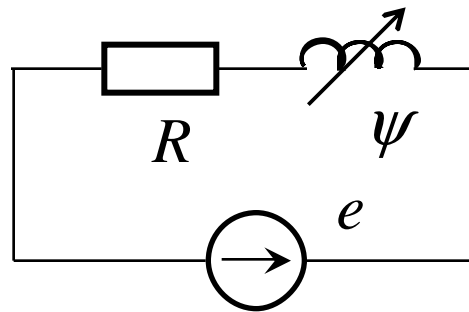
1. Giới thiệu
2. Đặc tính của phần tử phi tuyến
3. **Chế độ xác lập**
 - a) Mạch một chiều
 - b) **Mạch xoay chiều**
 - i. Cân bằng điều hòa
 - ii. Tuyến tính điều hòa
 - iii. Tuyến tính hóa quanh điểm làm việc
 - iv. **Tuyến tính hóa từng đoạn**
 - v. Đồ thị
4. Chế độ quá độ
5. Điốt và tranzito

III. Đường dây dài





Tuyến tính hóa từng đoạn (1)

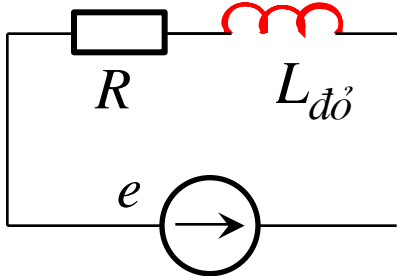


Tuyến tính hóa từng đoạn (2)

VD

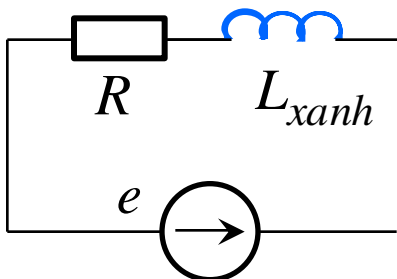
$e = 150 \sin 250t$ V; $R = 50\Omega$; Tính dòng điện trong mạch.

$$i_{\max} < \frac{150}{50} = 3 \text{ A}; \quad i_{\min} > \frac{-150}{50} = -3 \text{ A}$$



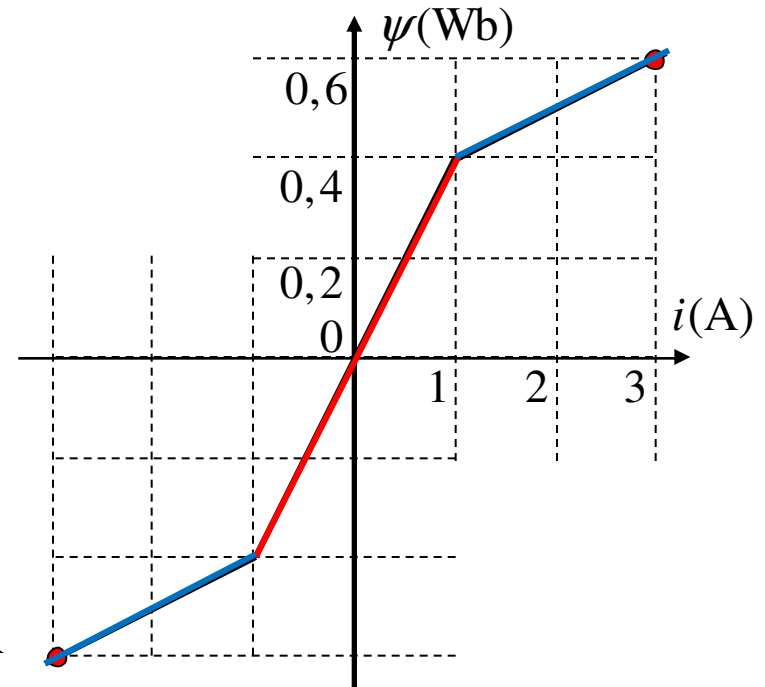
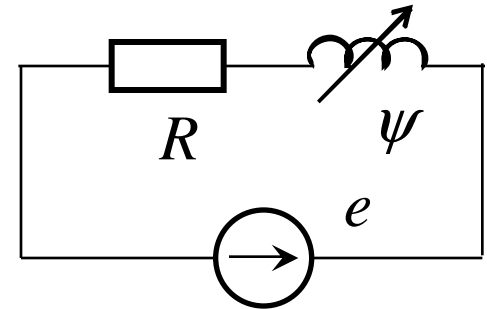
$$L_{\text{đỏ}} = \frac{\Delta\psi}{\Delta i} = \frac{0,4}{1} = 0,4 \text{ H}$$

$$\dot{I}_{\text{đỏ}} = \frac{150}{50 + j250 \cdot 0,4} \rightarrow i_{\text{đỏ}} = 1,34 \sin(250t - 63,4^\circ) \text{ A}$$



$$L_{\text{xanh}} = \frac{\Delta\psi}{\Delta i} = \frac{0,2}{2} = 0,1 \text{ H}$$

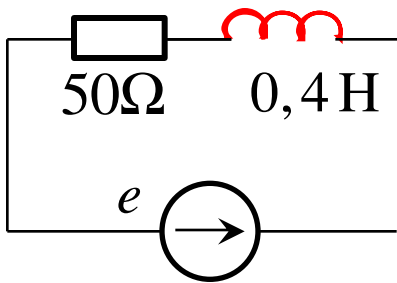
$$\dot{I}_{\text{xanh}} = \frac{150}{50 + j250 \cdot 0,1} \rightarrow i_{\text{xanh}} = 2,68 \sin(250t - 26,6^\circ) \text{ A}$$



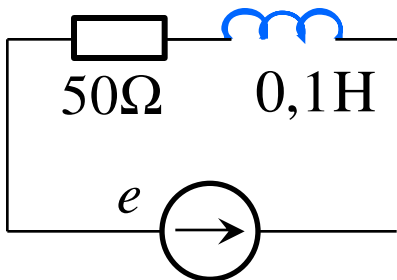
Tuyến tính hóa từng đoạn (3)

VD

$e = 150 \sin 250t$ V; $R = 50\Omega$; Tính dòng điện trong mạch.

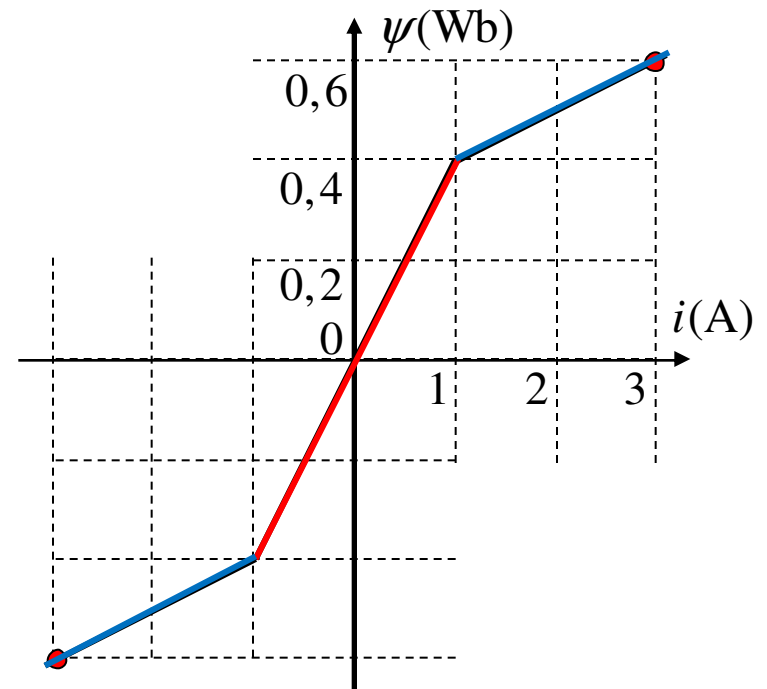
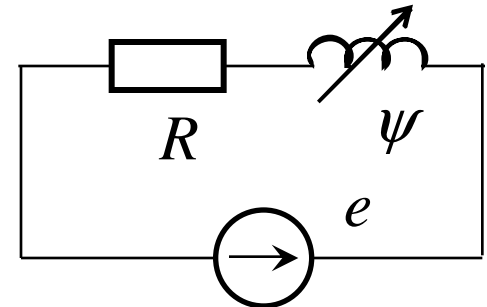


$$i_{đỏ} = 1,34 \sin(250t - 63,4^\circ) \text{ A}$$



$$i_{xanh} = 2,68 \sin(250t - 26,6^\circ) \text{ A}$$

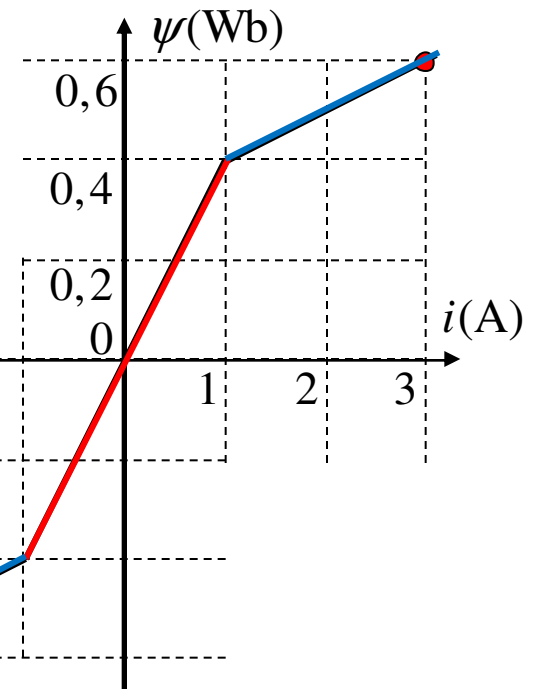
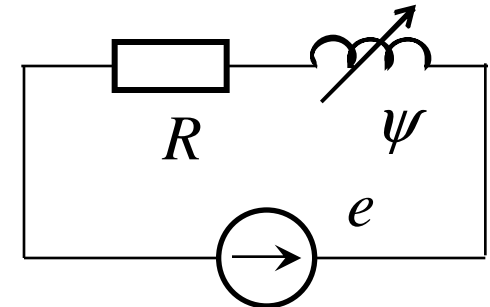
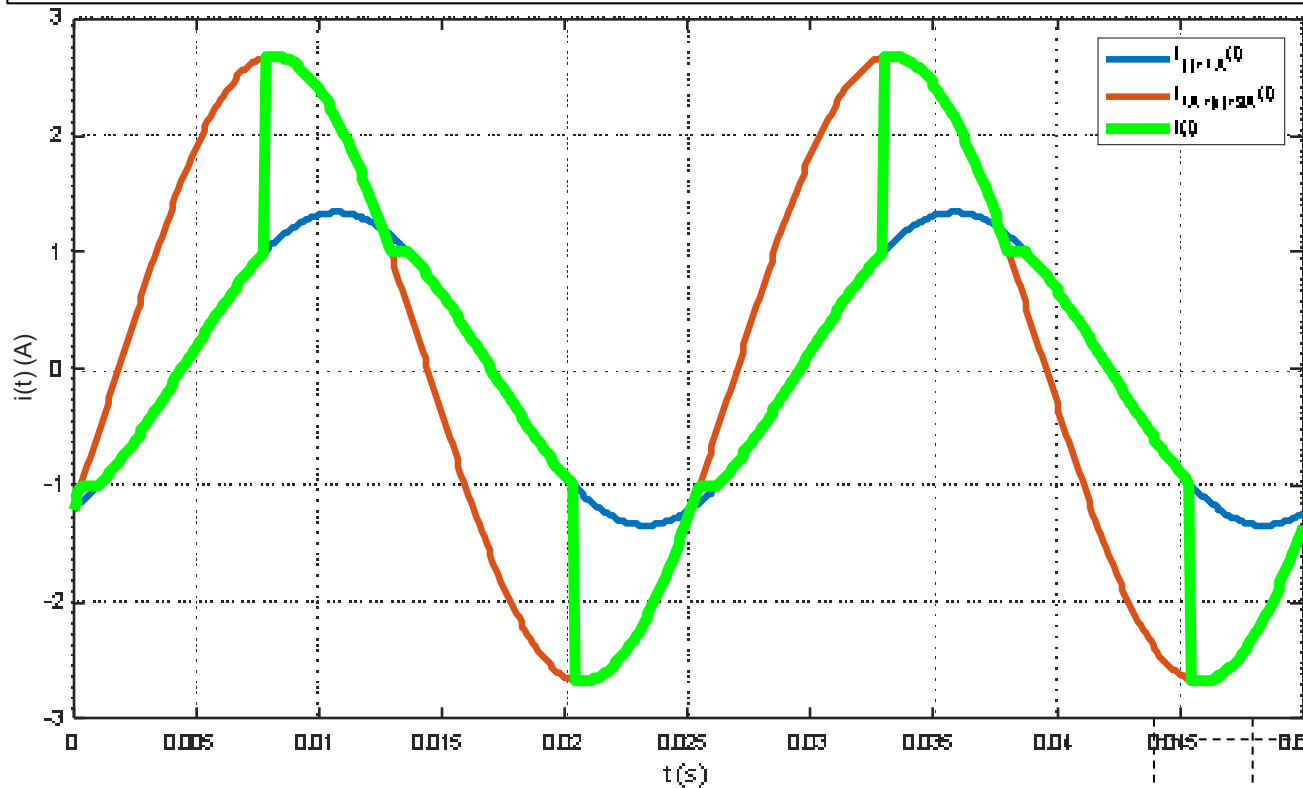
$$\rightarrow \begin{cases} |i| < 1 \text{ A} : i = 1,34 \sin(250t - 63,4^\circ) \text{ A} \\ 1 \text{ A} < |i| < 3 \text{ A} : i = 2,68 \sin(250t - 26,6^\circ) \text{ A} \end{cases}$$



Tuyến tính hóa từng đoạn (4)

VD

$e = 150 \sin 250t$ V; $R = 50\Omega$; Tính dòng điện trong mạch.



$$\begin{cases} |i| < 1 \text{ A} : i = 1,34 \sin(250t - 63,4^\circ) \text{ A} \\ 1 \text{ A} < |i| < 3 \text{ A} : i = 2,68 \sin(250t - 26,6^\circ) \text{ A} \end{cases}$$





Lý thuyết mạch II

I. Quá trình quá độ

II. Mạch phi tuyến

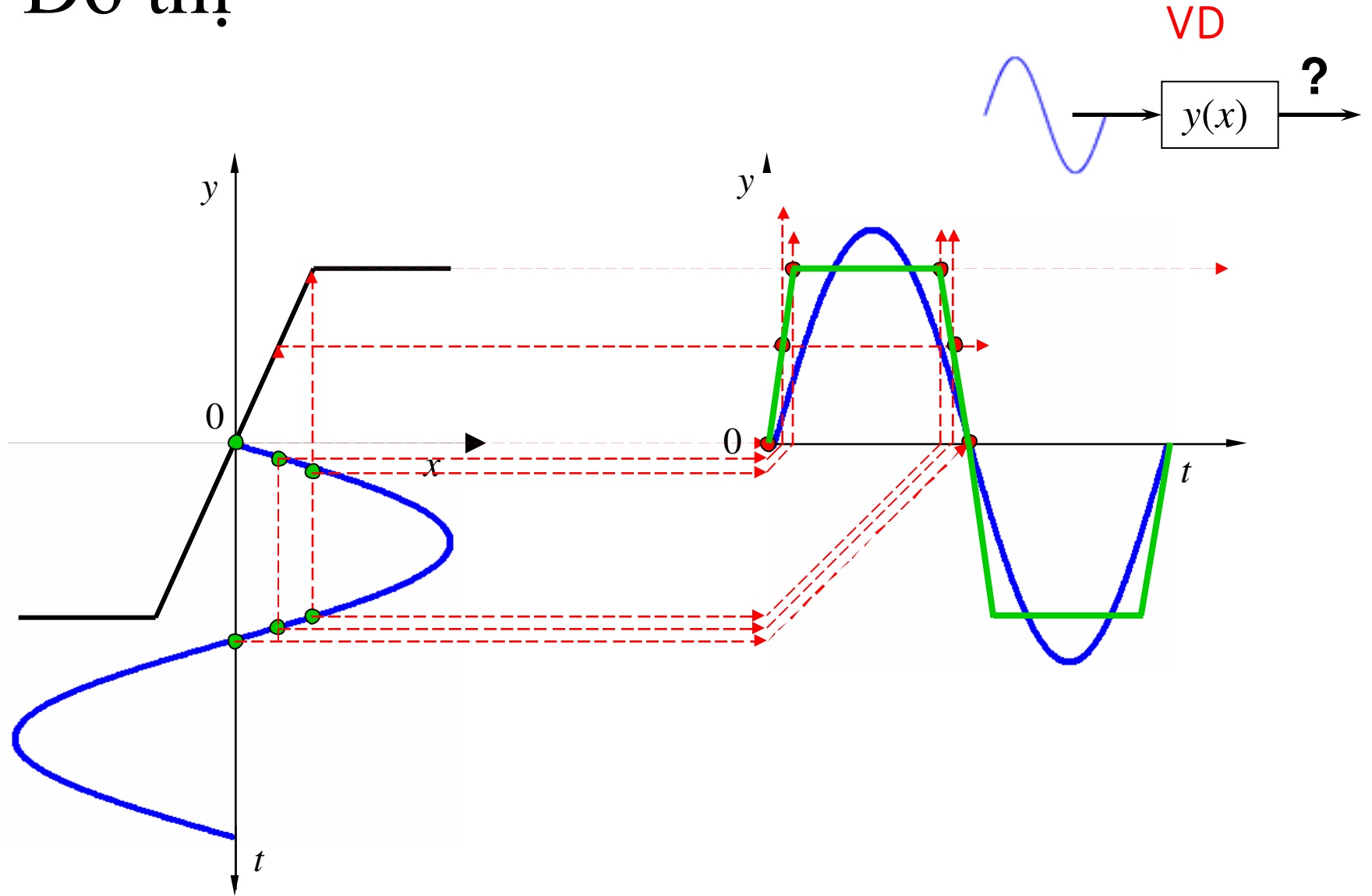
1. Giới thiệu
2. Đặc tính của phần tử phi tuyến
3. **Chế độ xác lập**
 - a) Mạch một chiều
 - b) **Mạch xoay chiều**
 - i. Cân bằng điều hòa
 - ii. Tuyến tính điều hòa
 - iii. Tuyến tính hóa quanh điểm làm việc
 - iv. Tuyến tính hóa từng đoạn
 - v. **Đồ thị**
4. Chế độ quá độ
5. Điốt và tranzito

III. Đường dây dài





Đồ thị





Lý thuyết mạch II

I. Quá trình quá độ

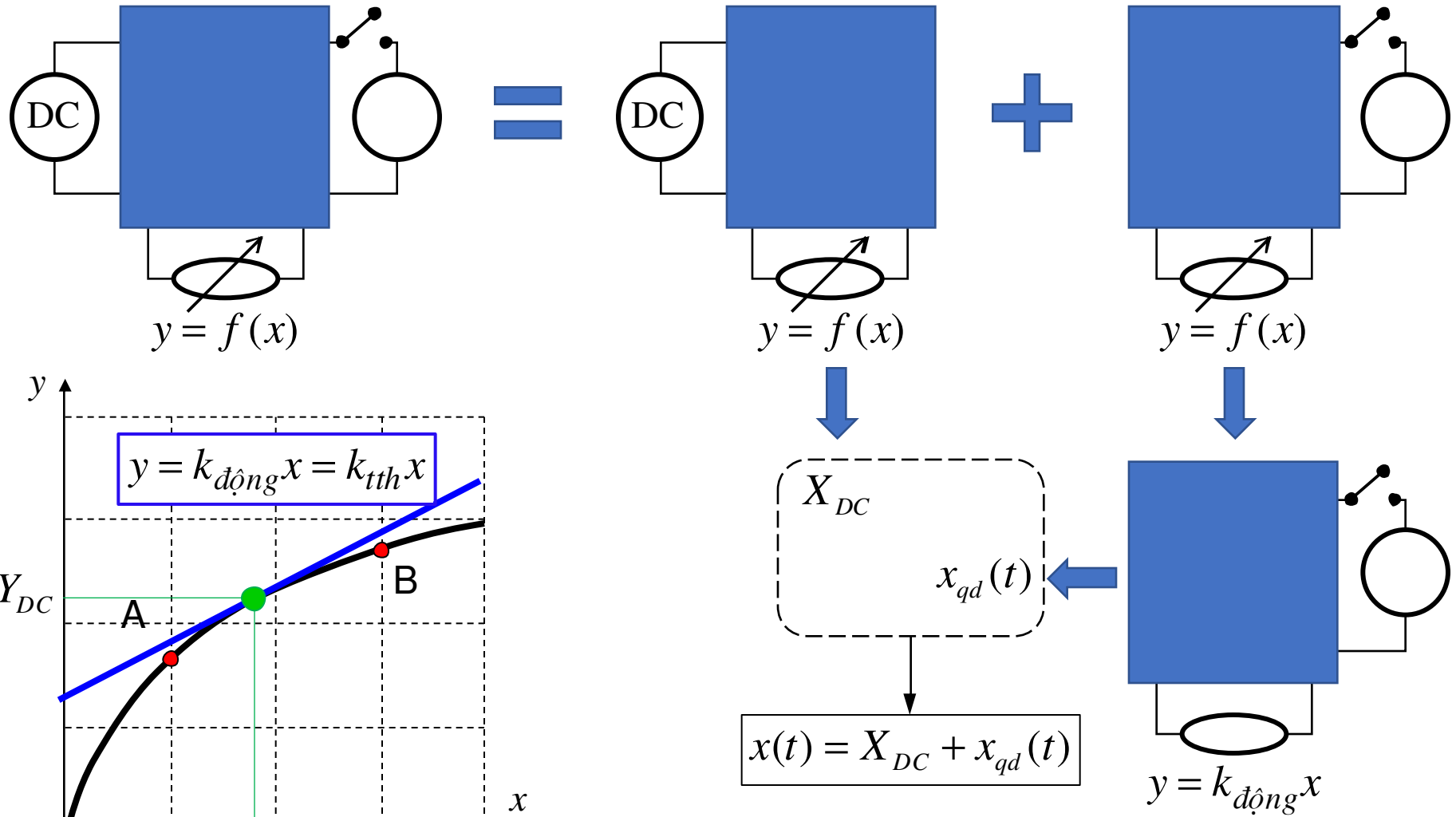
II. Mạch phi tuyến

1. Giới thiệu
2. Đặc tính của phần tử phi tuyến
3. Chế độ xác lập
- 4. Chế độ quá độ**
 - a) Tuyến tính hóa quanh điểm làm việc
 - b) Tuyến tính hóa từng đoạn
 - c) Tham số bé
 - d) Sai phân
5. Điốt và tranzito

III. Đường dây dài



Tuyến tính hóa quanh điểm làm việc (1)



Tuyến tính hóa quanh điểm làm việc (2)

VD1

$$I_{100V} = 1,4 \text{ A}$$

$$E_{\max} = 100 + 5 = 105 \text{ V}$$

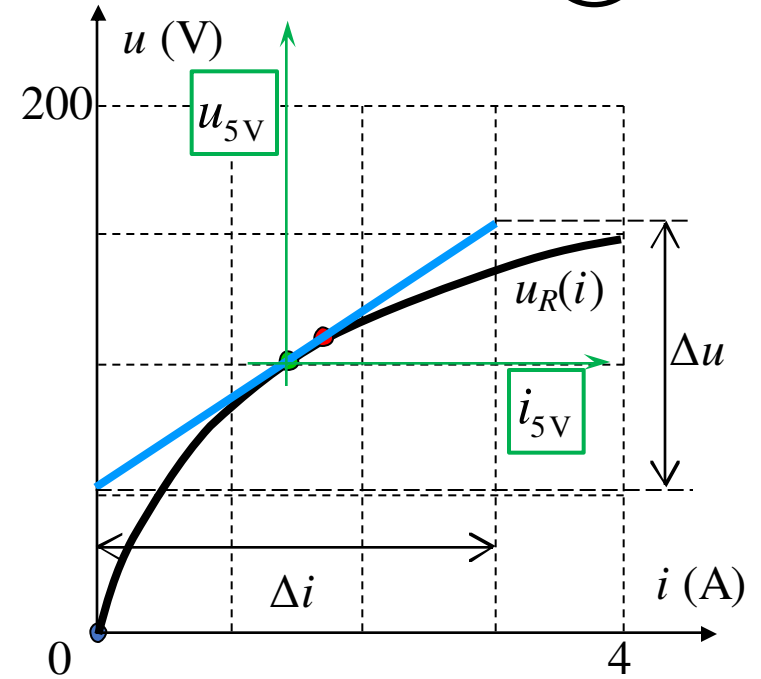
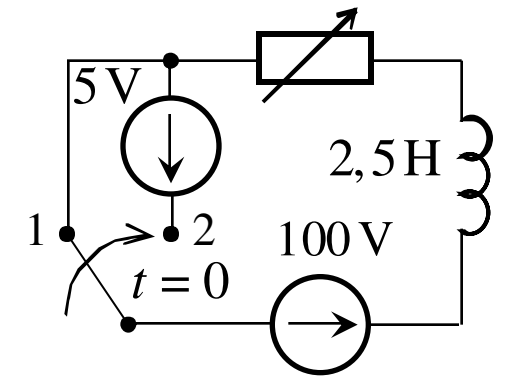
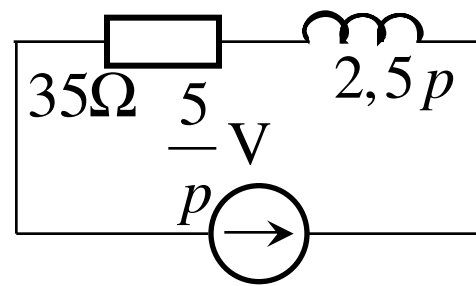
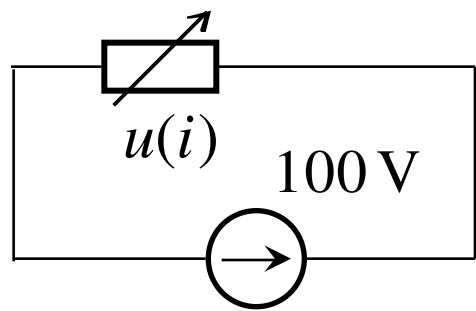
$$R_{5V} \approx \frac{\Delta u}{\Delta i} = \frac{105}{3} = 35 \Omega$$

$$i_{L,5V}(-0) = 0$$

$$I_{5V}(p) = \frac{5/p}{2,5p + 35} = \frac{2}{p(p+14)} \text{ A}$$

$$\rightarrow i_{5V}(t) = 0,14(1 - e^{-14t}) \text{ A}$$

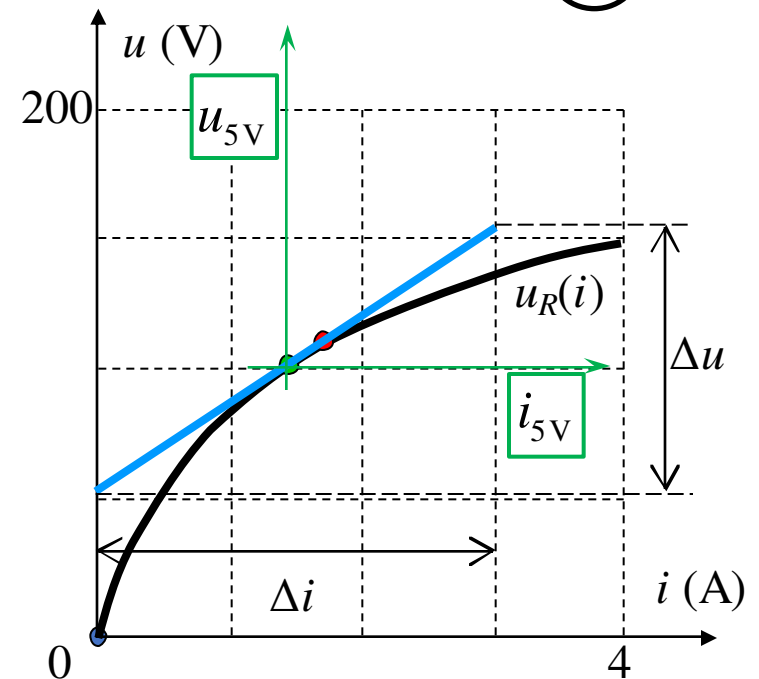
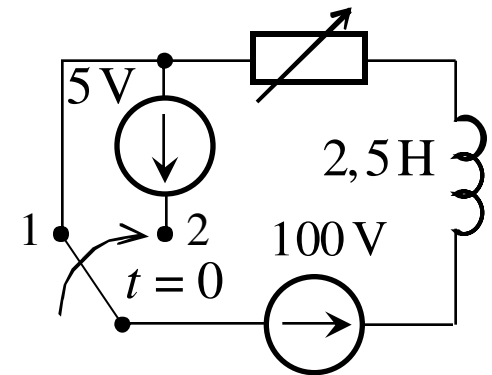
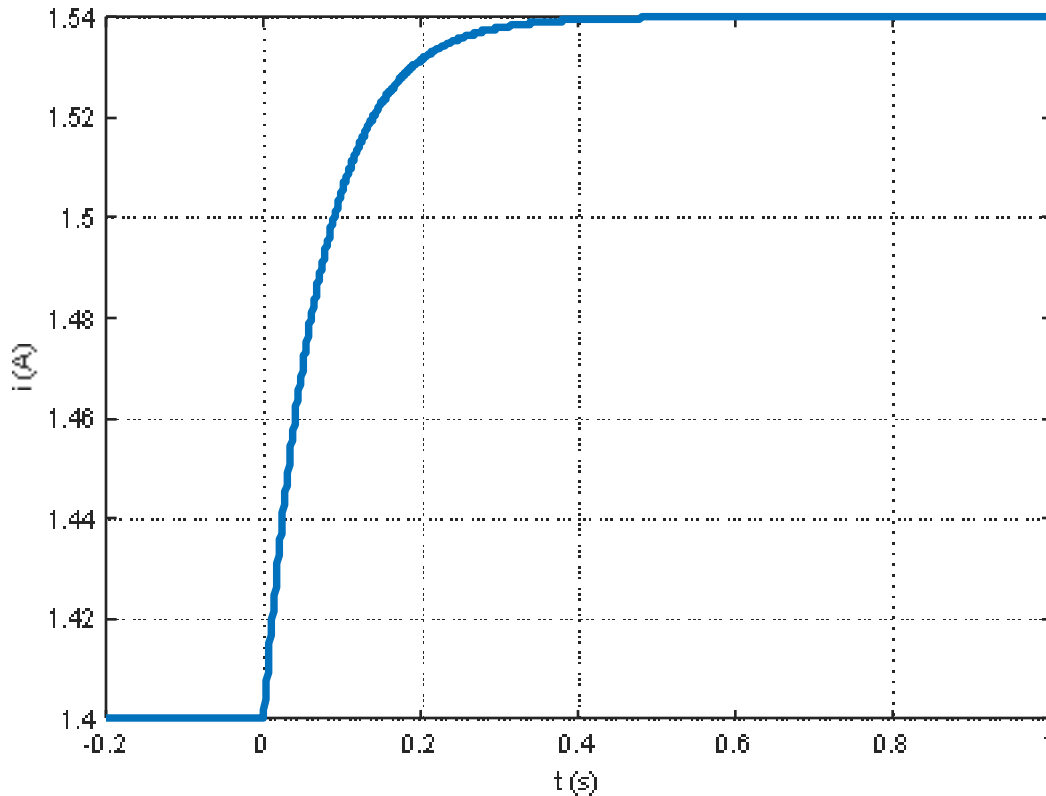
$$\rightarrow i = i_{100V} + i_{5V}(t) = 1,4 + 0,14(1 - e^{-14t}) \text{ A}$$



Tuyến tính hóa quanh điểm làm việc (3)

VD1

$$i = i_{100V} + i_{5V}(t) = 1,4 + 0,14(1 - e^{-14t}) \text{ A}$$



Tuyến tính hóa quanh điểm làm việc (4)

VD2

$$I_{DC} = 1,4 \text{ A}$$

$$E_{\max} = 100 + 5 = 105 \text{ V}$$

$$E_{\min} = 100 - 5 = 95 \text{ V}$$

$$R_{AC} \approx \frac{\Delta u}{\Delta i} = \frac{105}{3} = 35 \Omega$$

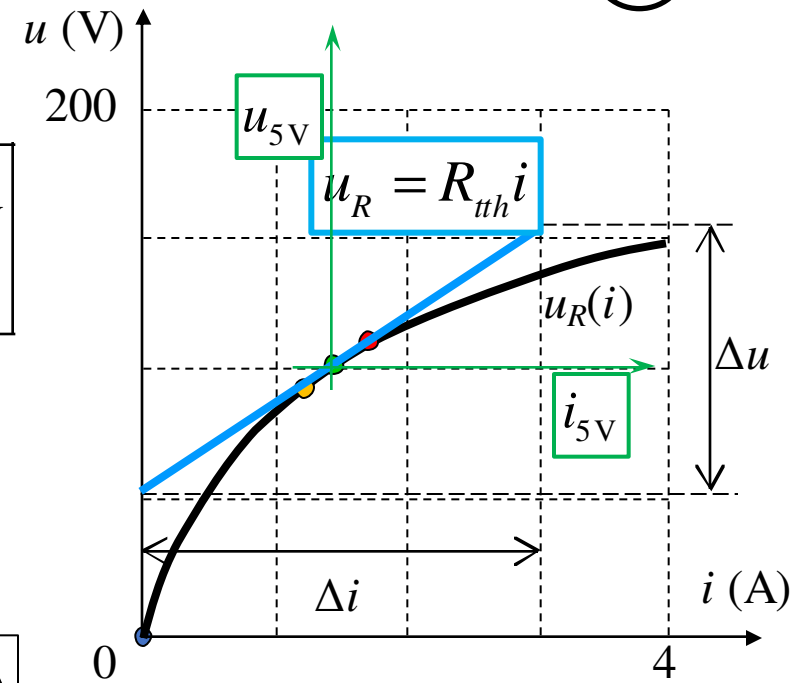
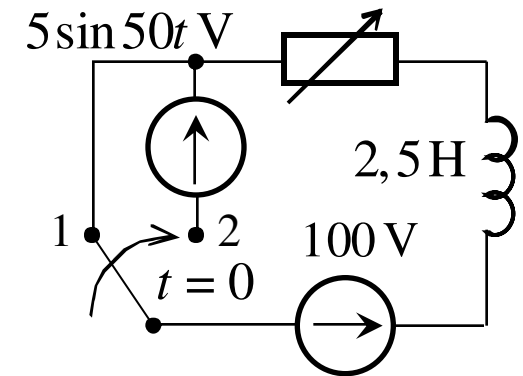
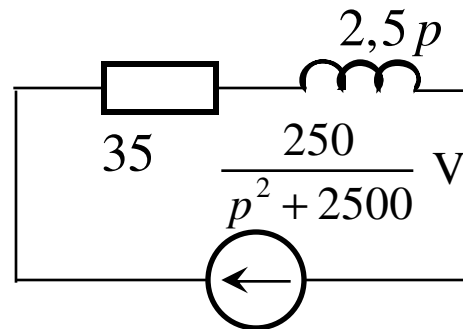
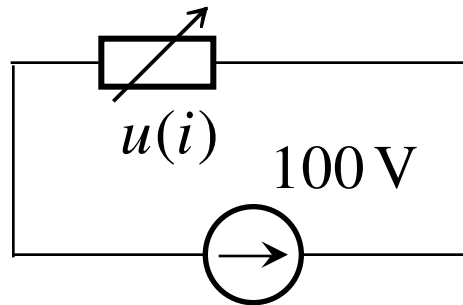
$$i_{L,5V}(-0) = 0$$

$$I_{AC}(p) = \frac{250}{p^2 + 2500} \cdot \frac{250}{2,5p + 35} \text{ V}$$

$$= \frac{100}{(p^2 + 2500)(p + 14)} \text{ A}$$

$$\rightarrow i_{AC}(t) = 0,045e^{-14t} + 0,14 \sin(50t - 19,7^\circ) \text{ A}$$

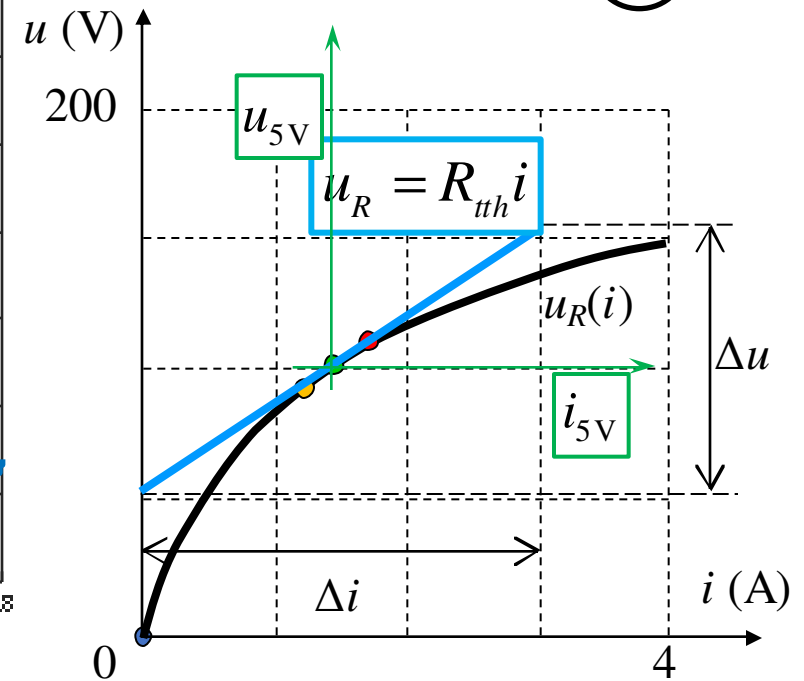
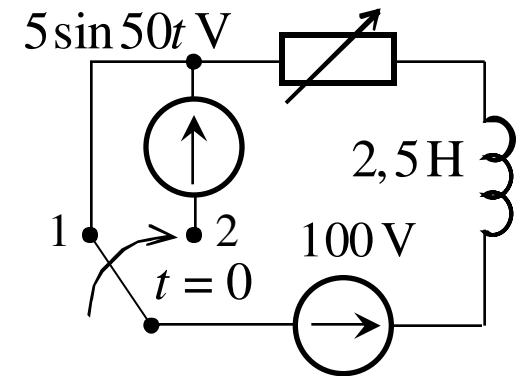
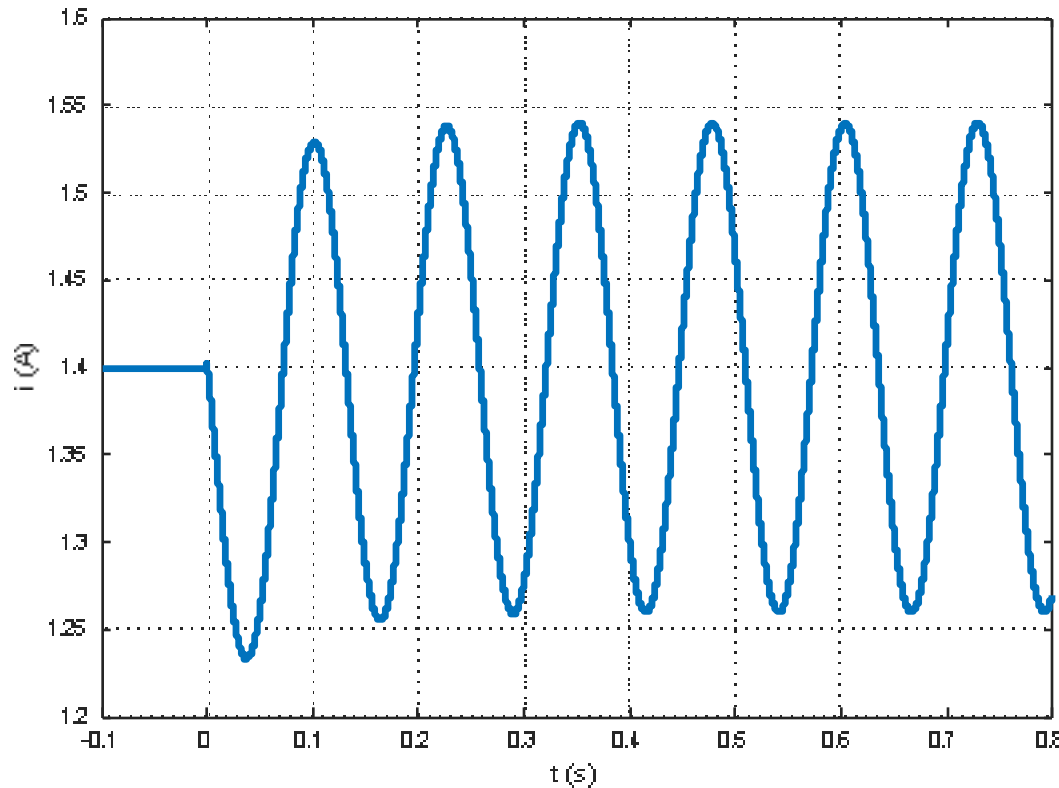
$$\rightarrow i(t) = 1,4 - 0,045e^{-14t} - 0,14 \sin(50t - 19,7^\circ) \text{ A}$$



Tuyến tính hóa quanh điểm làm việc (5)

VD2

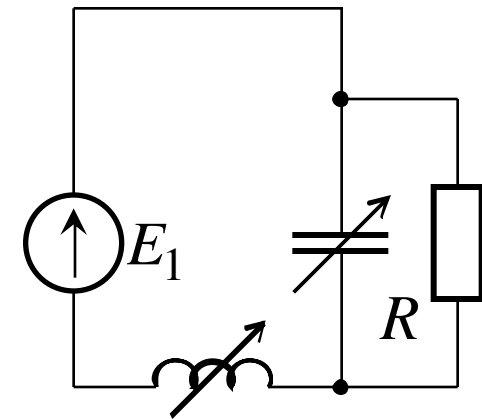
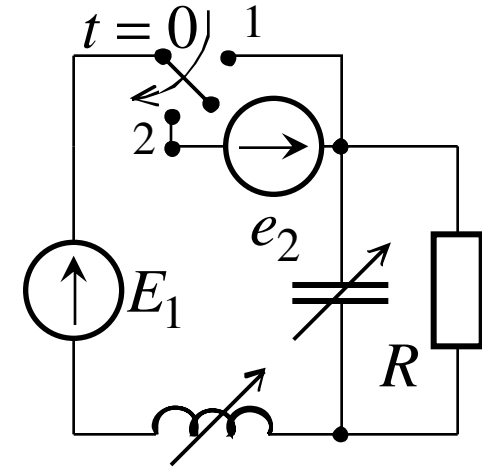
$$i(t) = 1,4 - 0,045e^{-14t} - 0,14\sin(50t - 19,7^\circ) \text{ A}$$



Tuyến tính hóa quanh điểm làm việc (6)

VD3

$E_1 = 60 \text{ V}; e_2(t) = \sqrt{2} \sin 314t; R = 20 \Omega$
 $\psi(i) = 0,96e^{0,0020i} - 1,05e^{-0,26i}; q(u) = 10^{-1}u - 0,5 \cdot 10^{-5}u^3$
 Tính dòng điện trên cuộn cảm & điện áp trên tụ điện.



$$I_{LDC} = \frac{E_1}{R} = \frac{60}{20} = 3 \text{ A}; U_{CDC} = E_1 = 60 \text{ V}$$

$$L_{tth} = \left. \frac{d\psi}{di} \right|_{i=3} = \left(0,96 \cdot 0,002e^{0,0020i} + 1,05 \cdot 0,26e^{-0,26i} \right) \Big|_{i=3} = 0,13 \text{ H}$$

$$C_{tth} = \left. \frac{dq}{du} \right|_{u=60} = \left(10^{-1} - 3 \cdot 0,5 \cdot 10^{-5}u^2 \right) \Big|_{u=60} = 46 \text{ mF}$$



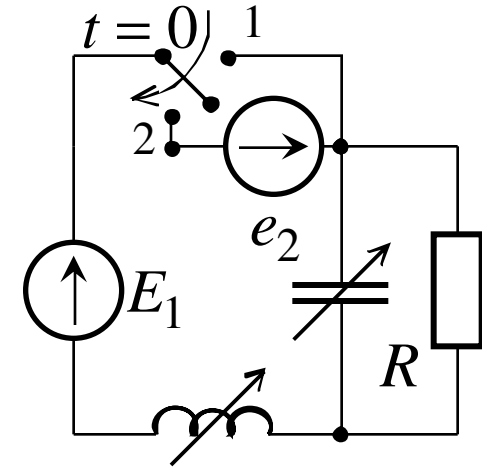
Tuyến tính hóa quanh điểm làm việc (7)

VD3

$$E_1 = 60 \text{ V}; e_2(t) = \sqrt{2} \sin 314t; R = 20 \Omega$$

$$\psi(i) = 0,96e^{0,0020i} - 1,05e^{-0,26i}; q(u) = 10^{-1}u - 0,5 \cdot 10^{-5}u^3$$

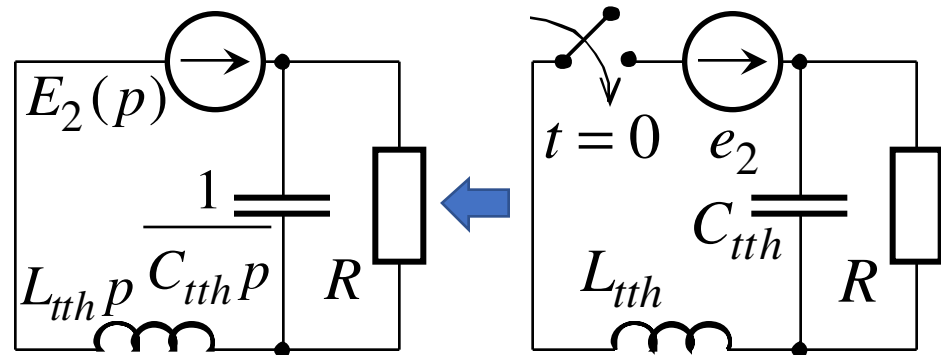
Tính dòng điện trên cuộn cảm & điện áp trên tụ điện.



$$I_{LDC} = 3 \text{ A}; L_{tth} = 0,13 \text{ H}; C_{tth} = 46 \text{ mF}$$

$$i_{L,e2}(-0) = 0; u_{C,e2}(-0) = 0$$

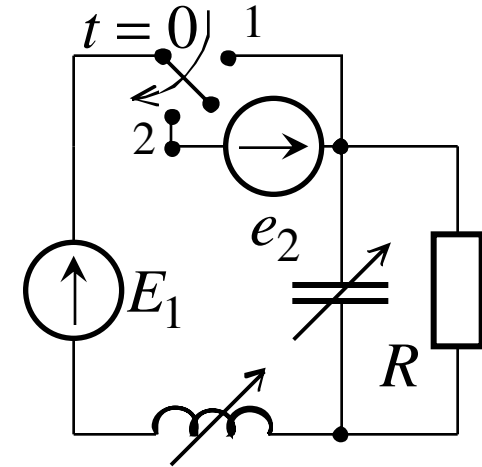
$$I_{e2}(p) = \frac{314\sqrt{2} / (p^2 + 314^2)}{L_{tth}p + \frac{R(1/C_{tth}p)}{R + 1/C_{tth}p}} = \frac{1,485(2300p + 2500)}{(p^2 + 314^2)(p^2 + 1,087p + 167,22)} \text{ A}$$



Tuyến tính hóa quanh điểm làm việc (8)

VD3

$E_1 = 60 \text{ V}; e_2(t) = \sqrt{2} \sin 314t; R = 20 \Omega$
 $\psi(i) = 0,96e^{0,0020i} - 1,05e^{-0,26i}; q(u) = 10^{-1}u - 0,5 \cdot 10^{-5}u^3$
 Tính dòng điện trên cuộn cảm & điện áp trên tụ điện.



$$I_{LDC} = 3 \text{ A}; L_{tth} = 0,13 \text{ H}; C_{tth} = 46 \text{ mF}$$

$$i_{L,e2}(-0) = 0; u_{C,e2}(-0) = 0$$

$$I_{e2}(p) = \frac{314\sqrt{2} / (p^2 + 314^2)}{L_{tth}p + \frac{R(1/C_{tth}p)}{R + 1/C_{tth}p}} = \frac{1,485(2300p + 2500)}{(p^2 + 314^2)(p^2 + 1,087p + 167,22)} \text{ A}$$

$$\rightarrow i_{e2}(t) = 0,0245\sqrt{2} \sin(314t - 90^\circ) + 0,0347e^{-0,54t} \cos(12,92t - 2,4^\circ) \text{ A}$$

$$\rightarrow i(t) = I_{LDC} + i_{e2}(t)$$

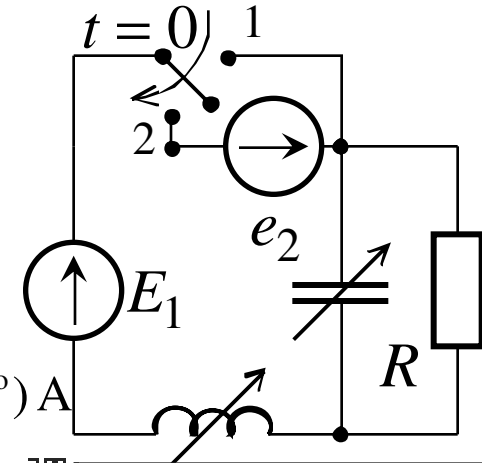
$$= 3 + 0,0245\sqrt{2} \sin(314t - 90^\circ) + 0,0347e^{-0,54t} \cos(12,92t - 2,4^\circ) \text{ A}$$



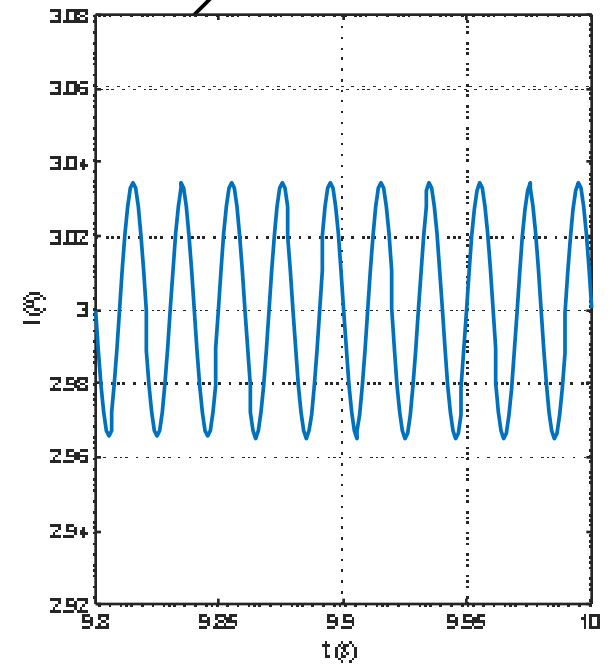
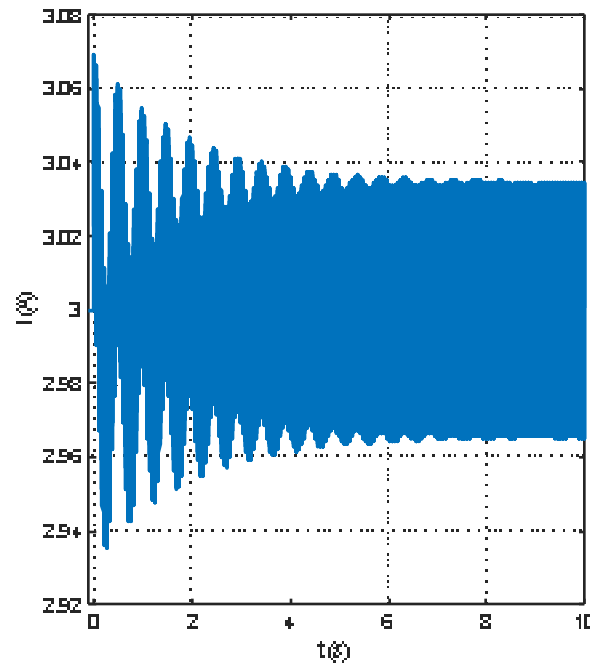
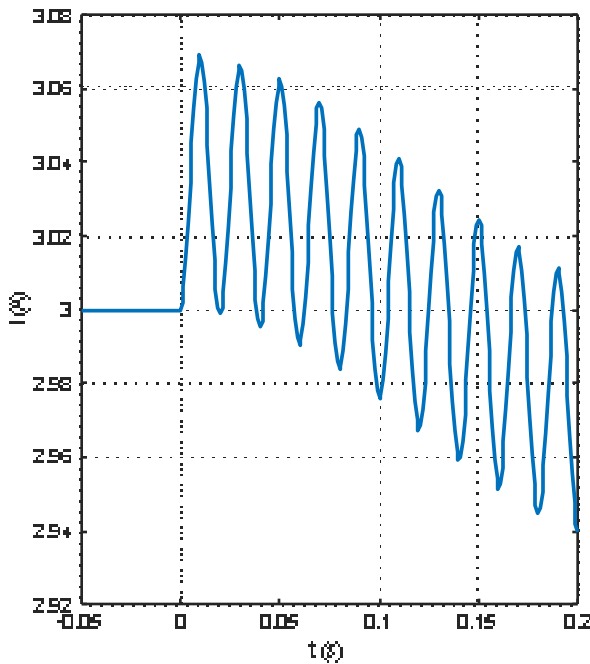
Tuyến tính hóa quanh điểm làm việc (9)

VD3

$E_1 = 60 \text{ V}; e_2(t) = \sqrt{2} \sin 314t; R = 20 \Omega$
 $\psi(i) = 0,96e^{0,0020i} - 1,05e^{-0,26i}; q(u) = 10^{-1}u - 0,5 \cdot 10^{-5}u^3$
 Tính dòng điện trên cuộn cảm & điện áp trên tụ điện.



$$i(t) = 3 + 0,0245\sqrt{2} \sin(314t - 90^\circ) + 0,0347e^{-0,54t} \cos(12,92t - 2,4^\circ) \text{ A}$$



Tuyến tính hóa quanh điểm làm việc (10)

VD4

$$e_1 = 60V; e_2 = 5e^{-100t} V; R_1 = 20 \Omega; C = 0,8 \text{ mF}; u_C(t) = ?$$

$I \text{ (A)}$	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
$U \text{ (V)}$	0	3	6	10	16	30	80

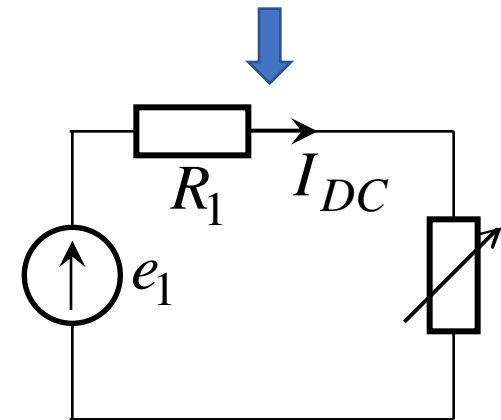
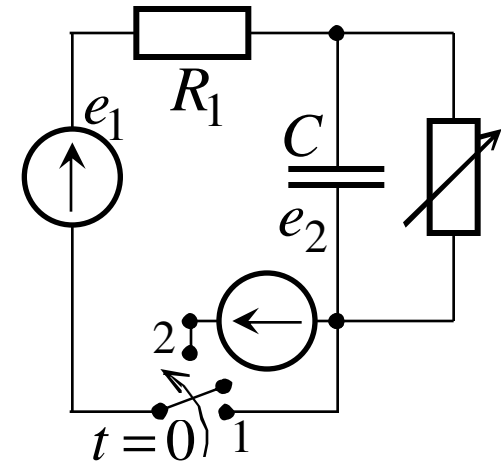
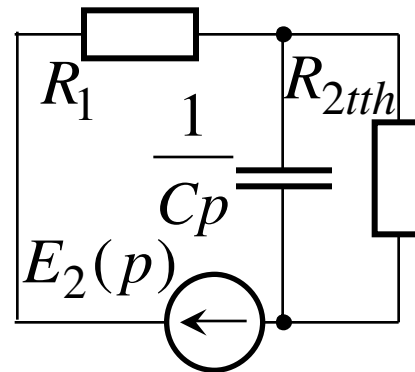
Đặc tính của điện trở phi tuyến

$$I_{DC} = 2,08 \text{ A}$$

$$U_{CDC} = e_1 - R_1 I_{DC} = 60 - 20 \cdot 2,08 = 18,4 \text{ V}$$

$$R_{2tth} = \frac{30 - 16}{2,5 - 2} = 28 \Omega$$

$$u_{C,e2}(-0) = 0$$



Tuyến tính hóa quanh điểm làm việc (11)

VD4

$$e_1 = 60\text{V}; e_2 = 5e^{-100t} \text{ V}; R_1 = 20 \Omega; C = 0,8 \text{ mF}; u_C(t) = ?$$

$I \text{ (A)}$	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
$U \text{ (V)}$	0	3	6	10	16	30	80

Đặc tính của điện trở phi tuyến

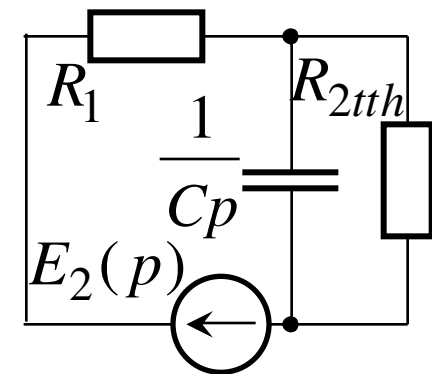
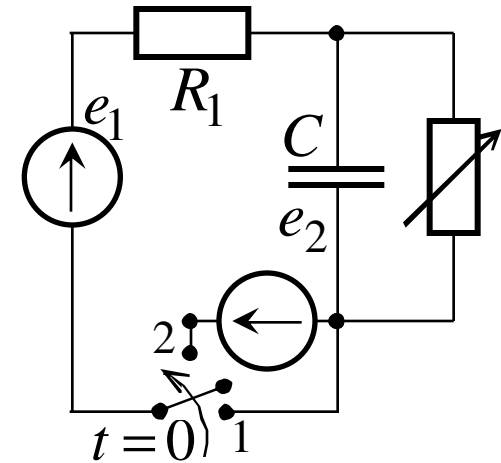
$$U_{CDC} = 18,4 \text{ V}; R_{2th} = 28 \Omega$$

$$Z_{R2C} = R_{2th} // C = \frac{R_{2th} (1/Cp)}{R_{2th} + 1/Cp}$$

$$U_{Ce2}(p) = Z_{R2C} \frac{E_2(p)}{R_1 + Z_{R2C}} = \frac{312,5}{(p+107)(p+100)} \text{ V}$$

$$\rightarrow u_{Ce2} = 43,75(e^{-100t} - e^{-107t}) \text{ V}$$

$$\rightarrow u_C = u_{CDC} + u_{Ce2} = \boxed{18,40 + 43,75(e^{-100t} - e^{-107t}) \text{ V}}$$



Tuyến tính hóa quanh điểm làm việc (12)

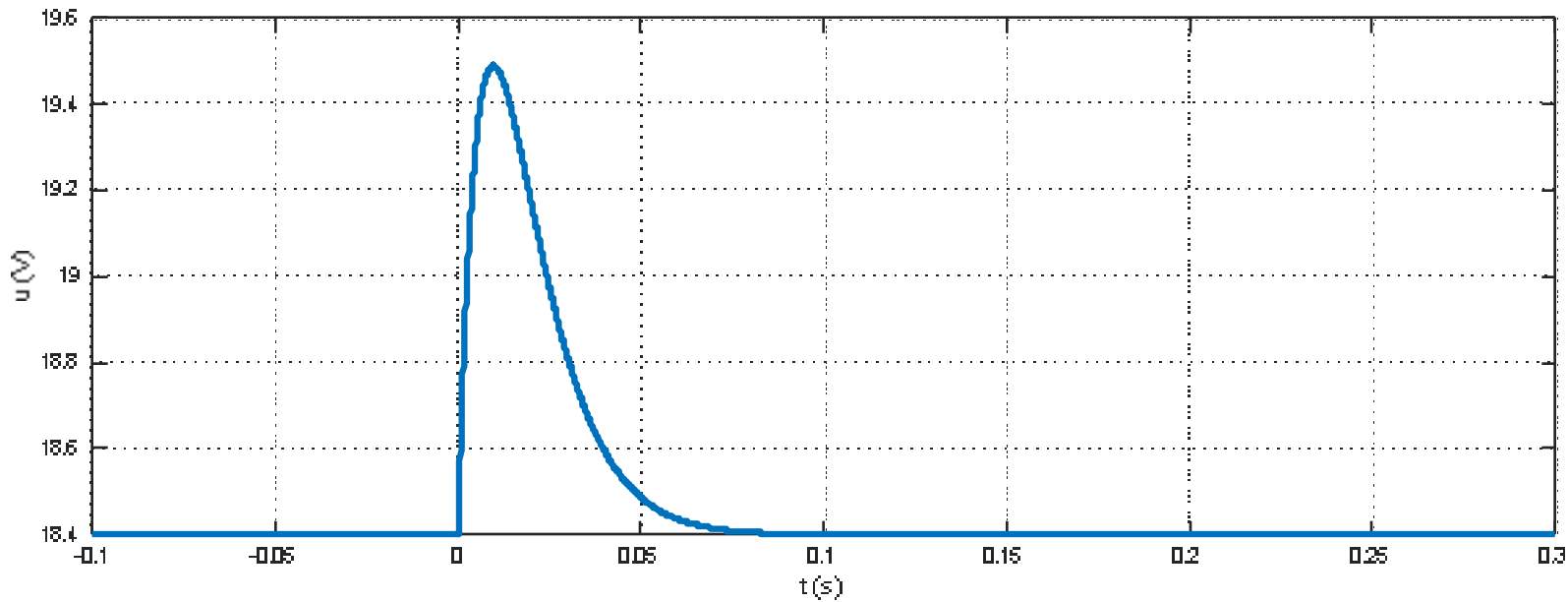
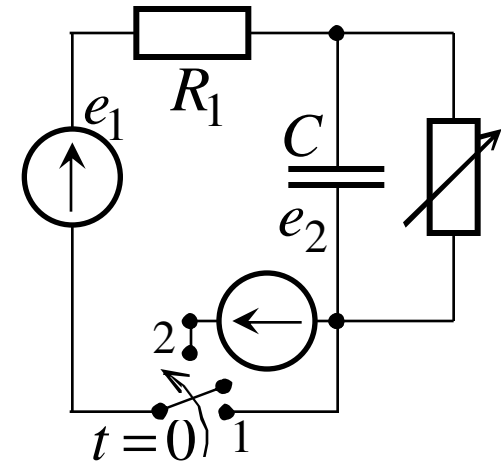
VD4

$$e_1 = 60\text{V}; e_2 = 5e^{-100t} \text{ V}; R_1 = 20 \Omega; C = 0,8 \text{ mF}; u_C(t) = ?$$

$I \text{ (A)}$	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
$U \text{ (V)}$	0	3	6	10	16	30	80

Đặc tính của điện trở phi tuyến

$$u_C = 18,40 + 43,75(e^{-100t} - e^{-107t}) \text{ V}$$





Lý thuyết mạch II

I. Quá trình quá độ

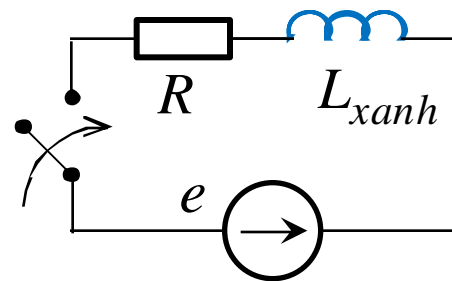
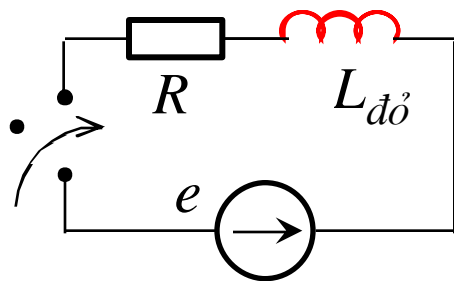
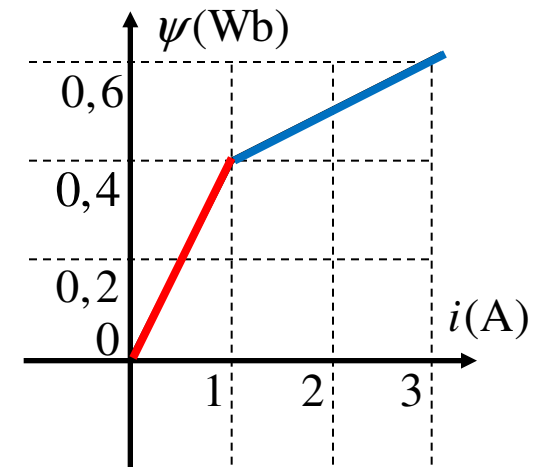
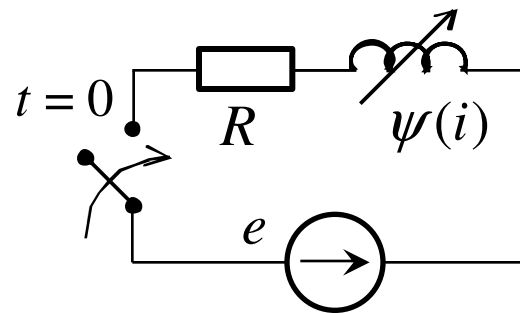
II. Mạch phi tuyến

1. Giới thiệu
2. Đặc tính của phần tử phi tuyến
3. Chế độ xác lập
- 4. Chế độ quá độ**
 - a) Tuyến tính hóa quanh điểm làm việc
 - b) Tuyến tính hóa từng đoạn**
 - c) Tham số bé
 - d) Sai phân
5. Điốt và tranzito

III. Đường dây dài



Tuyến tính hóa từng đoạn (1)



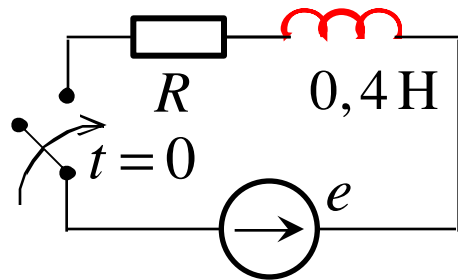
Tuyến tính hóa từng đoạn (2)

VD

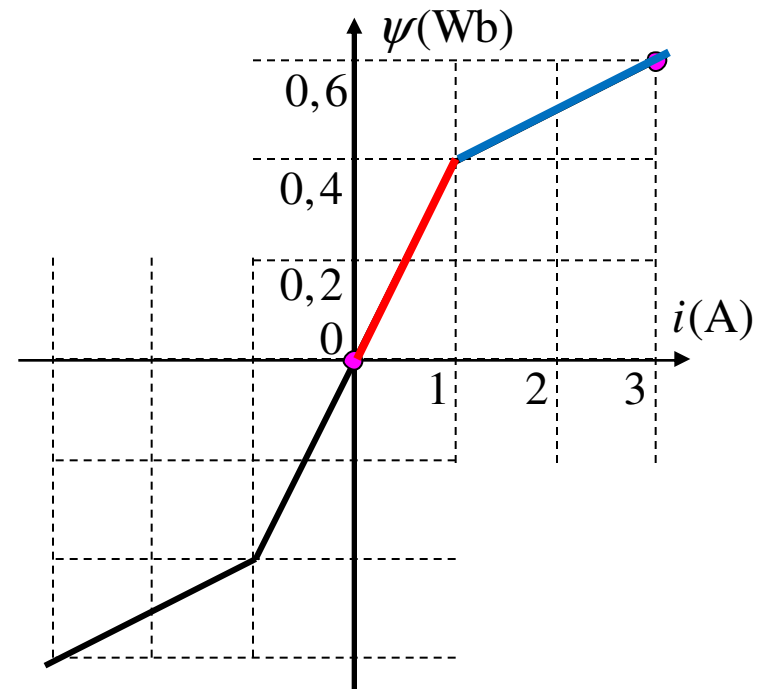
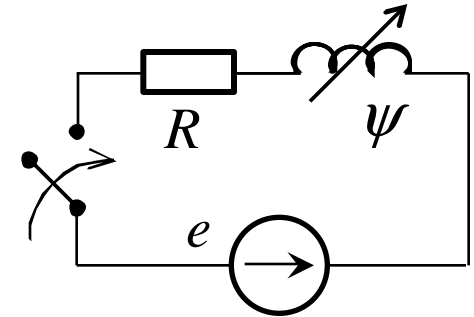
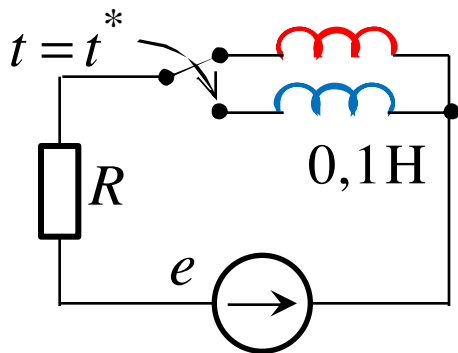
$e = 150 \text{ V}; R = 50 \Omega$; Tính dòng điện trong mạch.

$$i_{\max} = 150/30 = 3 \text{ A}; i_{\min} = 0 \text{ A}$$

$$0 < i < 1: L_{\text{đỏ}} = \Delta\psi / \Delta i = 0,4/1 = 0,4 \text{ H}$$



$$i > 1: L_{\text{xanh}} = \Delta\psi / \Delta i = 0,2/2 = 0,1 \text{ H}$$



Tuyến tính hóa từng đoạn (3)

VD

$e = 150 \text{ V}; R = 50 \Omega$; Tính dòng điện trong mạch.

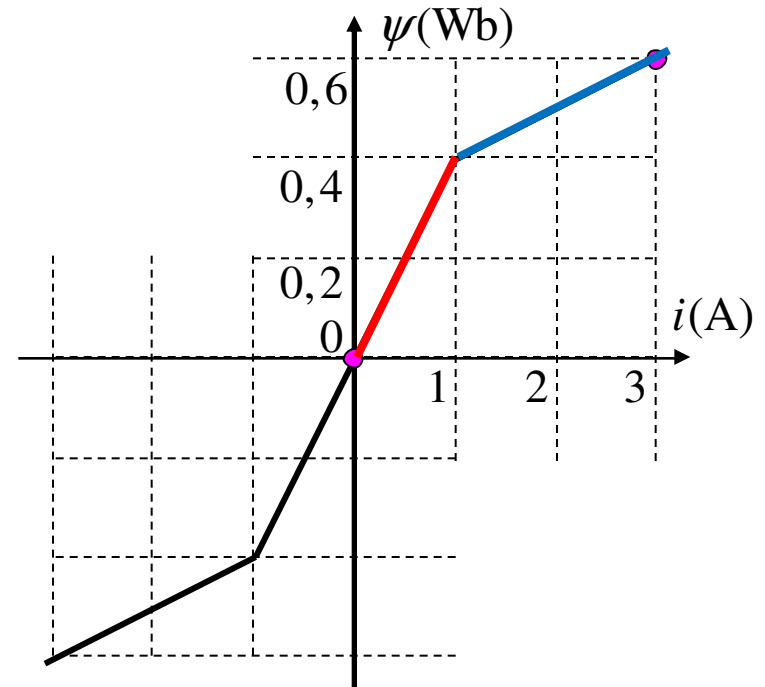
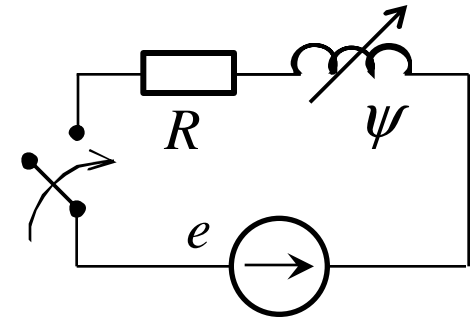
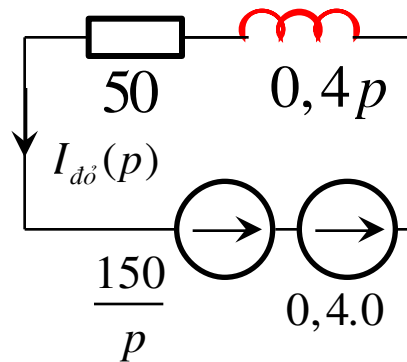
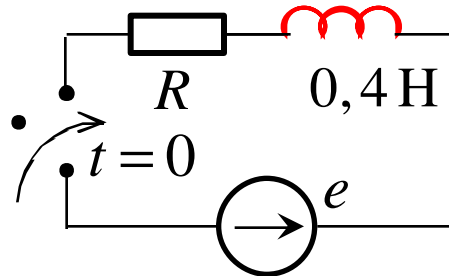
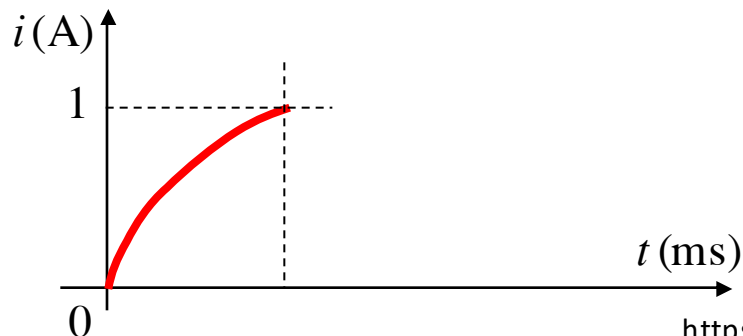
$$i(-0) = 0 \text{ A}$$

$$I_{đo}(p) = \frac{150/p}{0,4p + 50} \text{ A}$$

$$\rightarrow i_{đo}(t) = 3 - 3e^{-125t} \text{ A}$$

$$i_{đo}(t^*) = 3 - 3e^{-125t^*} = 1$$

$$\rightarrow t^* = 3,2 \text{ ms}$$





Tuyến tính hóa từng đoạn (4)

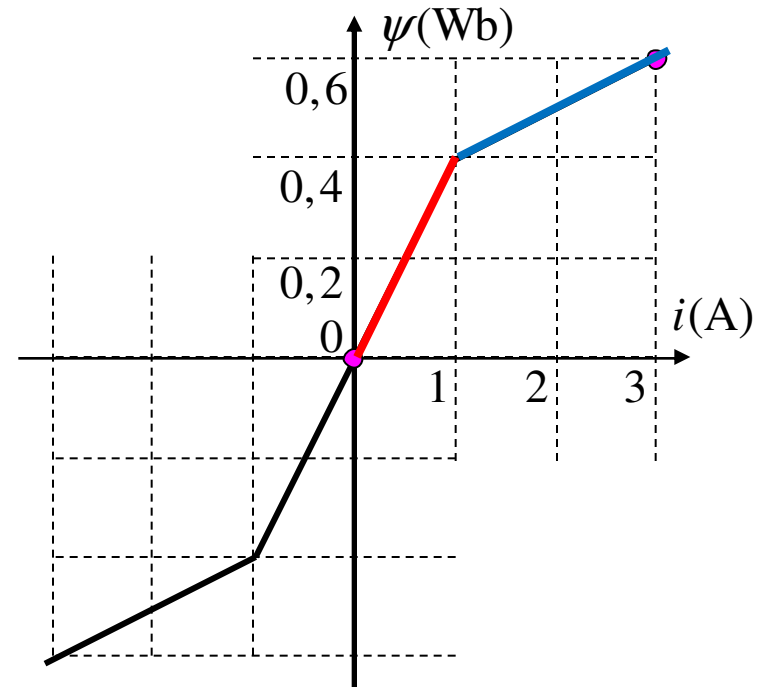
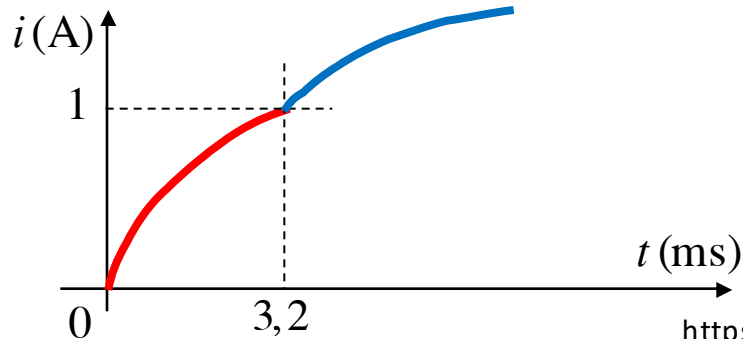
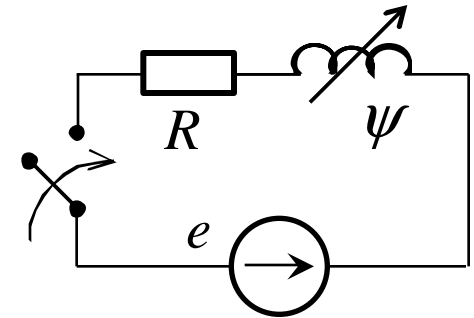
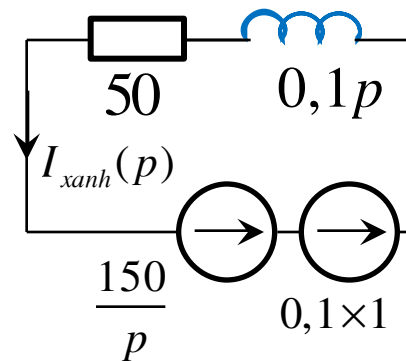
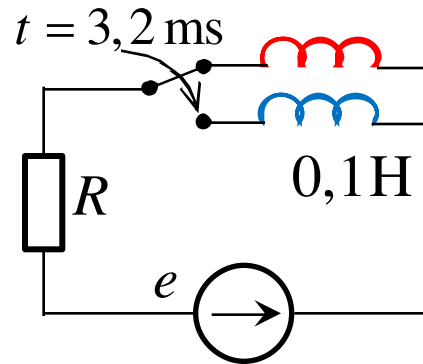
VD

$e = 150 \text{ V}; R = 50 \Omega$; Tính dòng điện trong mạch.

$$i(-0) = 1 \text{ A}$$

$$I_{xanh}(p) = \frac{150/p + 0,1}{0,1p + 50} \text{ A}$$

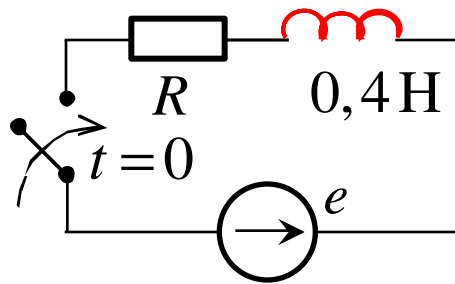
$$\rightarrow i_{xanh}(t) = 3 - 2e^{-500t} \text{ A}$$



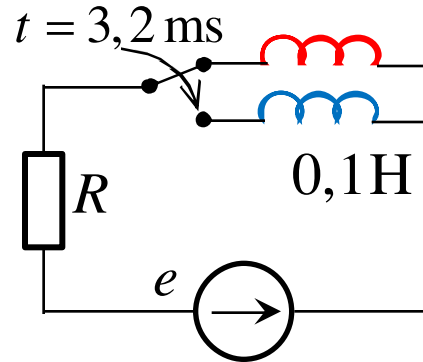
Tuyến tính hóa từng đoạn (5)

VD

$e = 150 \text{ V}; R = 50\Omega$; Tính dòng điện trong mạch.

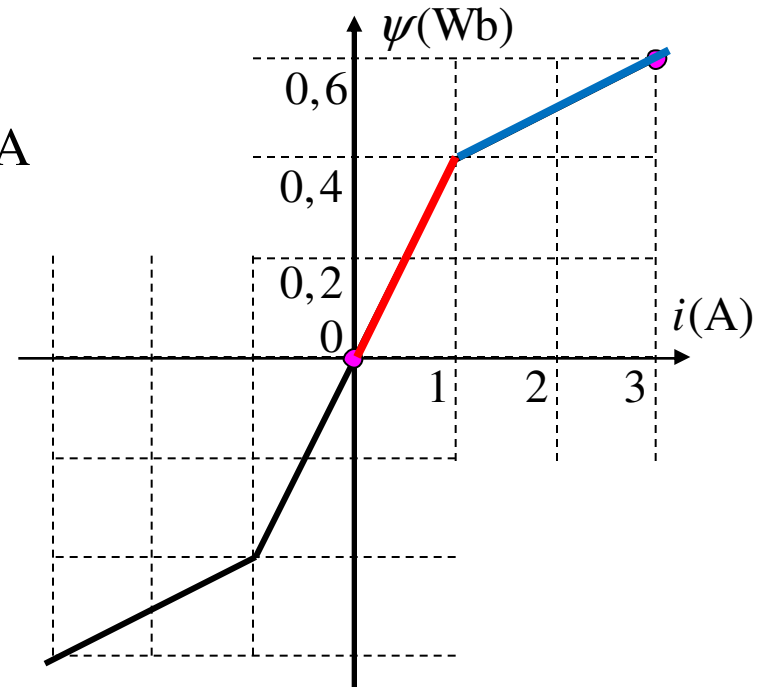
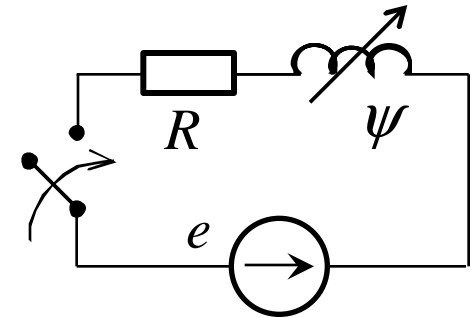
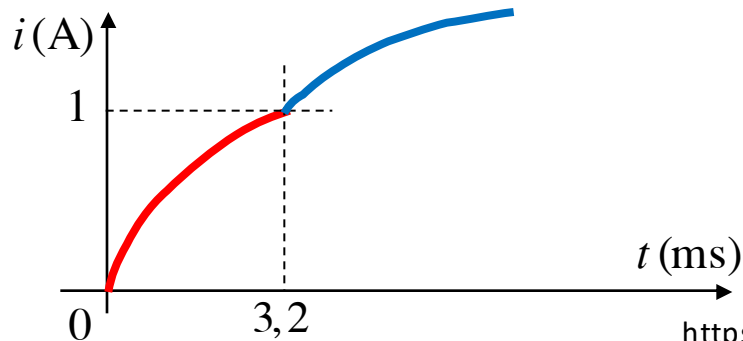


$$i_{đỏ}(t) = 3 - 3e^{-125t} \text{ A}$$



$$i_{xanh}(t) = 3 - 2e^{-500t} \text{ A}$$

$$\rightarrow \begin{cases} 0 < t < 3,2 \text{ ms}: & i(t) = 3 - 3e^{-125t} \text{ A} \\ t > 3,2 \text{ ms}: & i(t) = 3 - 2e^{-500(t-3,2 \cdot 10^{-3})} \text{ A} \end{cases}$$





Lý thuyết mạch II

I. Quá trình quá độ

II. Mạch phi tuyến

1. Giới thiệu
2. Đặc tính của phần tử phi tuyến
3. Chế độ xác lập
- 4. Chế độ quá độ**
 - a) Tuyến tính hóa quanh điểm làm việc
 - b) Tuyến tính hóa từng đoạn
 - c) Tham số bé**
 - d) Sai phân
5. Điốt và tranzito

III. Đường dây dài



Tham số bé (1)

VD

$$Ri + \frac{d\Psi}{dt} = u \rightarrow Ri + \frac{\partial\Psi}{\partial i} \cdot \frac{di}{dt} = u$$

$$\rightarrow 250i + (2 - 11,25i^2)i' = 120$$

$$\rightarrow 250i + 2i' - 11,25i^2i' = 120$$

Đặt $\mu = 11,25$

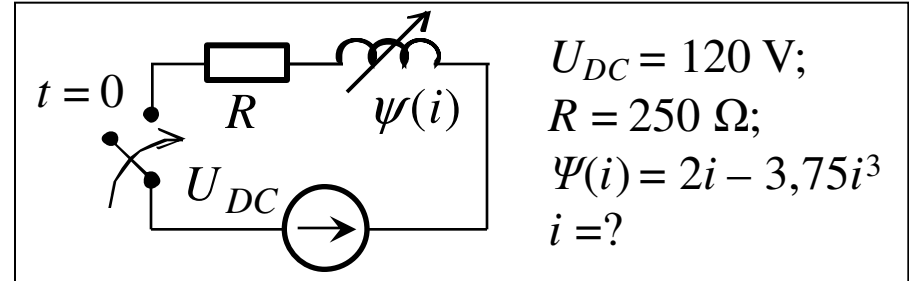
$$\rightarrow 250i + 2i' - \mu i^2i' = 120$$

$$\rightarrow 250i + 2i' - 120 = \mu i^2i'$$

Đặt $i = i_0(t) + \mu i_1(t)$

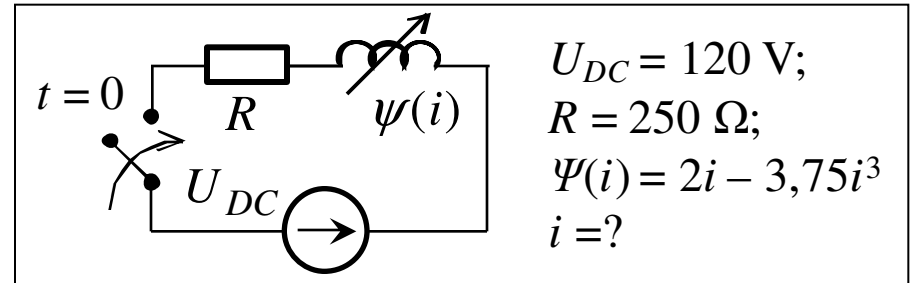
$$\rightarrow (250i_0 + 2i_0' - 120) + \mu(250i_1 + 2i_1' - i_0^2i_0') -$$

$$-\mu^2(2i_0i_1i_0' + i_0^2i_1') - \mu^3(2i_0i_1i_1' + i_1^2i_0') - \mu^4i_1^2i_1' = 0$$



Tham số bé (2)

VD



$$(250i_0 + 2i'_0 - 120) + \mu(250i_1 + 2i'_1 - i_0^2 i'_0) - \mu^2(2i_0 i_1 i'_0 + i_0^2 i'_1) - \mu^3(2i_0 i_1 i'_1 + i_1^2 i'_0) - \mu^4 i_1^2 i'_1 = 0$$

$$\rightarrow \begin{cases} 250i_0 + 2i'_0 - 120 = 0 \\ 250i_1 + 2i'_1 - i_0^2 i'_0 = 0 \end{cases} \quad (1)$$

$$(1a) \rightarrow 250I_0(p) + 2pI_0(p) - 2i_0(-0) - \frac{120}{p} = 0 \rightarrow I_0(p) = \frac{\frac{120}{p} + 2i_0(-0)}{2p + 250} = \frac{60}{p(p + 125)}$$

$$\rightarrow i_0(t) = 0,48(1 - e^{-125t}) \text{ A}$$



Tham số bé (3)

VD

$$\begin{cases} 250i_0 + 2i_0' - 120 = 0 \\ 250i_1 + 2i_1' - i_0^2 i_0' = 0 \end{cases} \quad (1)$$

$$(1a) \rightarrow i_0(t) = 0,48(1 - e^{-125t}) \text{ A}$$

$$(1b) \rightarrow 250i_1 + 2i_1' - [0,48(1 - e^{-125t})]^2 60e^{-125t} = 0$$

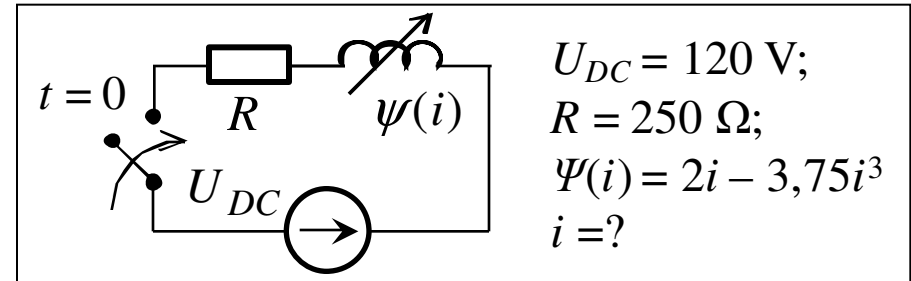
$$\rightarrow 250i_1 + 2i_1' - 13,824(e^{-125t} - 2e^{-250t} + e^{-375t}) = 0$$

$$\rightarrow 250I_1(p) + 2pI_1(p) - 2i_1(-0) - 13,824 \left(\frac{1}{p+125} - \frac{2}{p+250} + \frac{1}{p+375} \right) = 0$$

$$\rightarrow I_1(p) = 13,824 \frac{\frac{1}{p+125} - \frac{2}{p+250} + \frac{1}{p+375}}{2p+250} =$$

$$= 6,912 \left[\frac{1}{(p+125)^2} - \frac{2}{(p+125)(p+250)} + \frac{1}{(p+125)(p+375)} \right]$$

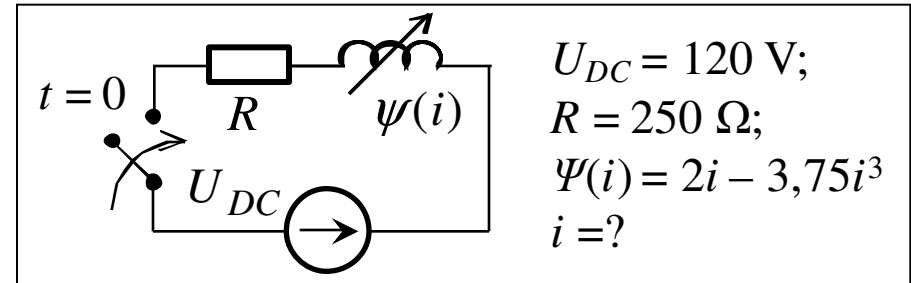
$$\rightarrow i_1(t) = 6,912(te^{-125t} - 0,012e^{-125t} + 0,016e^{-250t} - 0,004e^{-375t}) \text{ A}$$





Tham số bé (4)

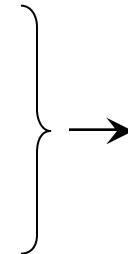
VD



$$i = i_0(t) + \mu i_1(t)$$

$$i_0(t) = 0,48(1 - e^{-125t}) \text{ A}$$

$$i_1(t) = 6,912(te^{-125t} - 0,012e^{-125t} + 0,016e^{-250t} - 0,004e^{-375t}) \text{ A}$$



$$\rightarrow i(t) = 0,48(1 - e^{-125t}) + \mu 6,912(te^{-125t} - 0,012e^{-125t} + 0,016e^{-250t} - 0,004e^{-375t}) \text{ A}$$

$\mu = 11,25$

$$\rightarrow i(t) = 0,48(1 - e^{-125t}) + 11,25 \cdot 6,912(te^{-125t} - 0,012e^{-125t} + 0,016e^{-250t} - 0,004e^{-375t}) \text{ A}$$

$$= \boxed{0,48 + (77,76t - 1,41)e^{-125t} + 1,24e^{-250t} - 0,31e^{-375t} \text{ A}}$$





Lý thuyết mạch II

I. Quá trình quá độ

II. Mạch phi tuyến

1. Giới thiệu
2. Đặc tính của phần tử phi tuyến
3. Chế độ xác lập
- 4. Chế độ quá độ**
 - a) Tuyến tính hóa quanh điểm làm việc
 - b) Tuyến tính hóa từng đoạn
 - c) Tham số bé
 - d) Sai phân**
5. Điốt và tranzito

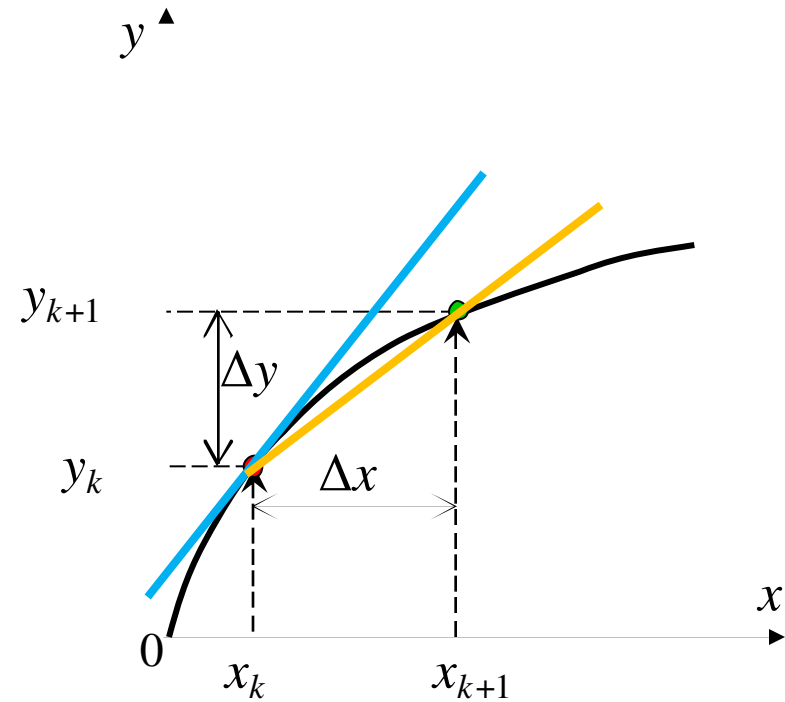
III. Đường dây dài





Sai phân (1)

$$\frac{dy}{dx} \longrightarrow \begin{matrix} \Delta y \\ \Delta x \end{matrix}$$



$$\frac{dy}{dx} \approx \frac{\Delta y}{\Delta x}; \quad \frac{di_k}{dt} \approx \frac{\Delta i}{\Delta t} = \frac{i_{k+1} - i_k}{t_{k+1} - t_k} = \frac{i_{k+1} - i_k}{h}; \quad \frac{du_k}{dt} \approx \frac{u_{k+1} - u_k}{h}$$

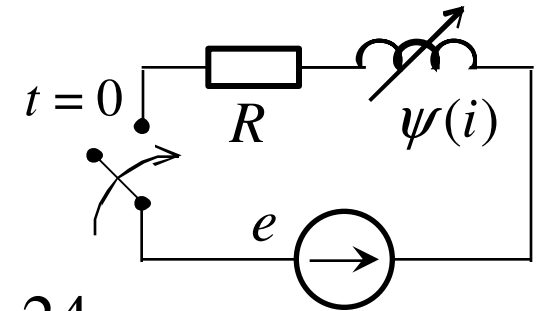




Sai phân (2)

VD1

$e = 24\text{V (DC)}$; $R = 60\ \Omega$; $\Psi(i) = 1,75i - 2,8i^3$; bước sai phân $h = 2\text{ms}$.
 Tính dòng điện quá độ trong mạch?



$$Ri + \frac{d\Psi}{dt} = e \rightarrow 60i + \frac{d\Psi}{dt} = 24 \rightarrow 60i + \frac{\partial\Psi}{\partial i} \cdot \frac{di}{dt} = 24$$

$$\rightarrow 60i + (1,75 - 8,4i^2)i' = 24 \rightarrow 60i_k + (1,75 - 8,4i_k^2)i'_k = 24$$

$$\rightarrow \left. \begin{aligned} i'_k &= \frac{24 - 60i_k}{1,75 - 8,4i_k^2} \\ i'_k &= \frac{i_{k+1} - i_k}{0,002} \end{aligned} \right\} \rightarrow \frac{i_{k+1} - i_k}{0,002} = \frac{24 - 60i_k}{1,75 - 8,4i_k^2}$$

$$\rightarrow i_{k+1} = i_k + 0,002 \frac{24 - 60i_k}{1,75 - 8,4i_k^2}$$

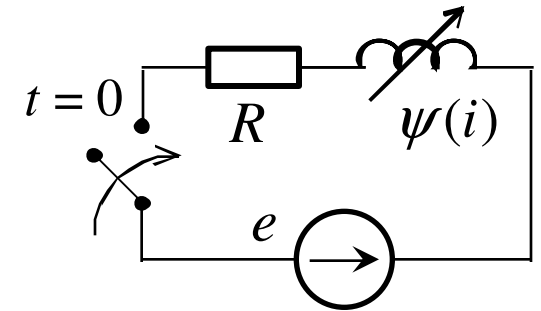




Sai phân (3)

VD1

$e = 24\text{V (DC)}$; $R = 60\ \Omega$; $\Psi(i) = 1,75i - 2,8i^3$; bước sai phân $h = 2\text{ms}$.
 Tính dòng điện quá độ trong mạch?



$$Ri + \frac{d\Psi}{dt} = e \rightarrow i_{k+1} = i_k + 0,002 \frac{24 - 60i_k}{1,75 - 8,4i_k^2}$$

$$\left. \begin{aligned} i_1 &= i_0 + 0,002 \frac{24 - 60i_0}{1,75 - 8,4i_0^2} \\ i_0 &= i_L(-0) = 0 \end{aligned} \right\} \rightarrow i_1 = 0 + 0,002 \frac{24 - 60 \cdot 0}{1,75 - 8,4 \cdot 0^2} = 0,0274\text{A}$$

$$i_2 = i_1 + 0,002 \frac{24 - 60i_1}{1,75 - 8,4i_1^2} = 0,0274 + 0,002 \frac{24 - 60 \cdot 0,0274}{1,75 - 8,4 \cdot 0,0274^2} = 0,0530\text{A}$$

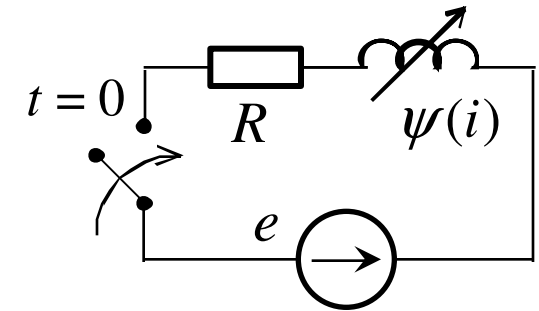
$$i_3 = i_2 + 0,002 \frac{24 - 60i_2}{1,75 - 8,4i_2^2} = 0,0530 + 0,002 \frac{24 - 60 \cdot 0,0530}{1,75 - 8,4 \cdot 0,0530^2} = 0,0771\text{A}$$

k	0	1	2	3
i_k (A)	0	0,0274	0,0530	0,0771

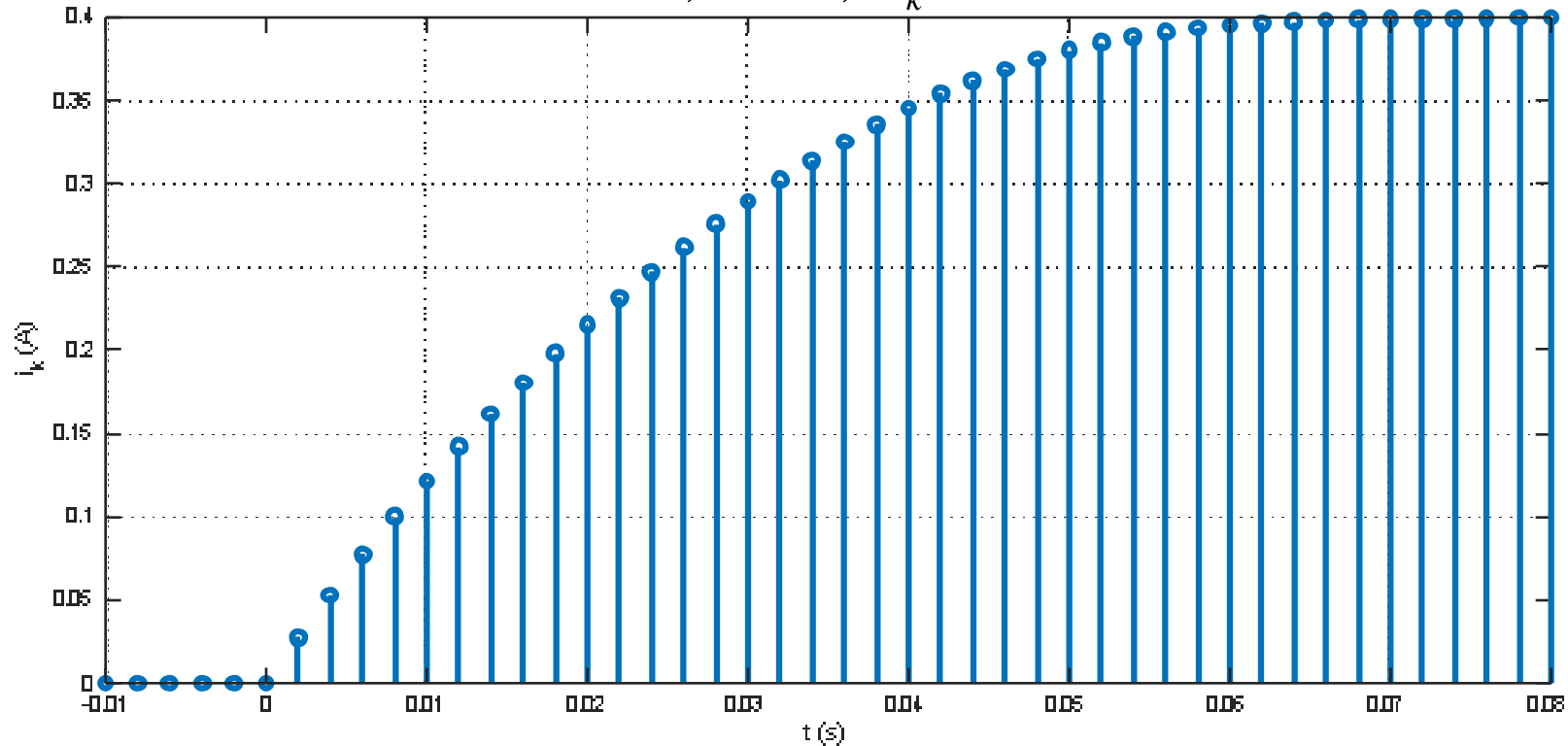
Sai phân (4)

VD1

$e = 24\text{V (DC)}$; $R = 60\ \Omega$; $\Psi(i) = 1,75i - 2,8i^3$; bước sai phân $h = 2\text{ms}$.
 Tính dòng điện quá độ trong mạch?



$$Ri + \frac{d\Psi}{dt} = e \rightarrow i_{k+1} = i_k + 0,002 \frac{24 - 60i_k}{1,75 - 8,4i_k^2}$$

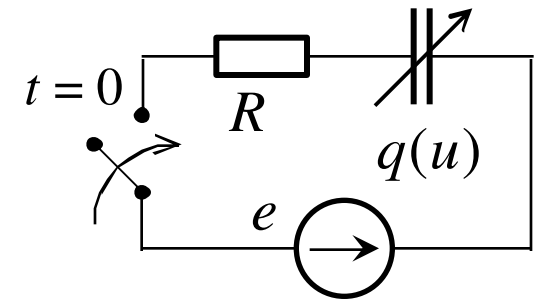




Sai phân (5)

VD2

$e = 60 \text{ V (DC)}$; $R = 20 \Omega$; $q(u) = 10^{-4}u - 0,5 \cdot 10^{-8}u^3$;
 Bước sai phân 1ms. Tính điện áp trên tụ điện.



$$Ri + u = e \rightarrow 20i + u = 60 \rightarrow 20 \frac{dq}{dt} + u = 60$$

$$\rightarrow 20 \frac{\partial q}{\partial u} \cdot \frac{du}{dt} + u = 60 \rightarrow 20(10^{-4} - 1,5 \cdot 10^{-8}u^2)u' + u = 60$$

$$\rightarrow 20(10^{-4} - 1,5 \cdot 10^{-8}u_k^2)u'_k + u_k = 60$$

k	$u_k \text{ (V)}$
0	$u_C(-0) = 0$
1	30,00
2	47,34

$$u_1 = u_0 + \frac{0,001(60 - u_0)}{20(10^{-4} - 1,5 \cdot 10^{-8}u_0^2)}$$

$$u_2 = u_1 + \frac{0,001(60 - u_1)}{20(10^{-4} - 1,5 \cdot 10^{-8}u_1^2)}$$

$$\left. \begin{aligned} \rightarrow u'_k &= \frac{60 - u_k}{20(10^{-4} - 1,5 \cdot 10^{-8}u_k^2)} \\ u'_k &= \frac{u_{k+1} - u_k}{0,001} \end{aligned} \right\}$$

$$\rightarrow \frac{u_{k+1} - u_k}{0,001} = \frac{60 - u_k}{20(10^{-4} - 1,5 \cdot 10^{-8}u_k^2)}$$

$$\rightarrow u_{k+1} = u_k + \frac{0,001(60 - u_k)}{20(10^{-4} - 1,5 \cdot 10^{-8}u_k^2)}$$



Sai phân (6)

$$x'_k \approx \frac{\Delta x_k}{\Delta t} = \frac{x_{k+1} - x_k}{h}$$

$$\left. \begin{aligned}
 x''_k &= \frac{d^2 x_k}{dt^2} = \frac{dx'_k}{dt} \approx \frac{\Delta x'_k}{h} = \frac{x'_{k+1} - x'_k}{h} \\
 x'_k &\approx \frac{\Delta x_k}{\Delta t} = \frac{x_{k+1} - x_k}{h} \\
 x'_{k+1} &\approx \frac{\Delta x_{k+1}}{\Delta t} = \frac{x_{k+2} - x_{k+1}}{h}
 \end{aligned} \right\} \rightarrow x''_k \approx \frac{\frac{x_{k+2} - x_{k+1}}{h} - \frac{x_{k+1} - x_k}{h}}{h}$$

$$\approx \boxed{\frac{x_{k+2} - 2x_{k+1} + x_k}{h^2}}$$

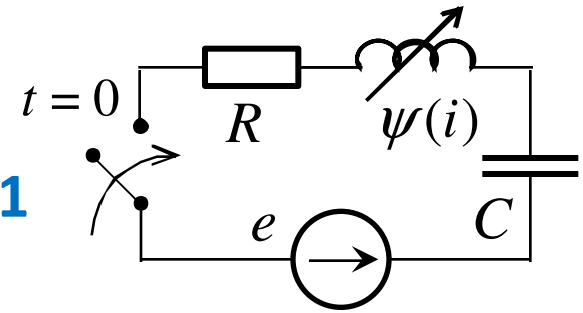


Sai phân (7)

VD3

$e = 24V; R = 60 \Omega; \Psi(i) = 1,75i - 2,8i^3; C = 25 \mu F;$
 bước sai phân $h = 2ms$. Tính dòng điện quá độ trong mạch?

Cách 1



$$60i + \frac{d\Psi}{dt} + u = 24 \rightarrow 60i + \frac{\partial\Psi}{\partial i} \cdot \frac{di}{dt} + u = 24$$

$$\rightarrow 60i + (1,75 - 8,4i^2)i' + u = 24 \rightarrow i'_k = \frac{24 - u_k - 60i_k}{1,75 - 8,4i_k^2}$$

$$i = Cu' = 25 \cdot 10^{-6} u' \rightarrow u'_k = \frac{i_k}{25 \cdot 10^{-6}}$$

$$\left. \begin{matrix} i'_k = \frac{24 - u_k - 60i_k}{1,75 - 8,4i_k^2} \\ u'_k = \frac{i_k}{25 \cdot 10^{-6}} \end{matrix} \right\} \rightarrow \begin{cases} \frac{i_{k+1} - i_k}{0,002} = \frac{24 - u_k - 60i_k}{1,75 - 8,4i_k^2} \\ \frac{u_{k+1} - u_k}{0,002} = \frac{i_k}{25 \cdot 10^{-6}} \end{cases}$$

k	i_k (A)	u_k (V)
0	$i_L(-0) = 0$	$u_C(-0) = 0$
1	0,0274	0
2	0,0530	2,192

$$\begin{cases} i_1 = i_0 + 0,002 \frac{24 - u_0 - 60i_0}{1,75 - 8,4i_0^2} \\ u_1 = u_0 + \frac{0,002i_0}{25 \cdot 10^{-6}} \\ i_2 = i_1 + 0,002 \frac{24 - u_1 - 60i_1}{1,75 - 8,4i_1^2} \\ u_2 = u_1 + \frac{0,002i_1}{25 \cdot 10^{-6}} \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} i_{k+1} = i_k + 0,002 \frac{24 - u_k - 60i_k}{1,75 - 8,4i_k^2} \\ u_{k+1} = u_k + \frac{0,002i_k}{25 \cdot 10^{-6}} \end{cases}$$

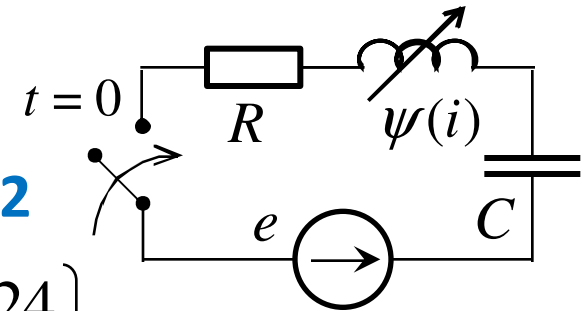


Sai phân (8)

VD3

$e = 24V$; $R = 60 \Omega$; $\Psi(i) = 1,75i - 2,8i^3$; $C = 25 \mu F$;
bước sai phân $h = 2ms$. Tính dòng điện quá độ trong mạch?

Cách 2



$$60i + \frac{d\Psi}{dt} + u = 24 \rightarrow 60i + (1,75 - 8,4i^2)i' + u = 24$$

$$i = Cu'$$

$$\rightarrow 60(Cu') + [1,75 - 8,4(Cu')^2](Cu')' + u = 24$$

$$\rightarrow 60Cu' + [1,75 - 8,4C^2(u')^2]Cu'' + u = 24$$

$$\rightarrow u'' = \frac{24 - u - 60Cu'}{C[1,75 - 8,4C^2(u')^2]}$$

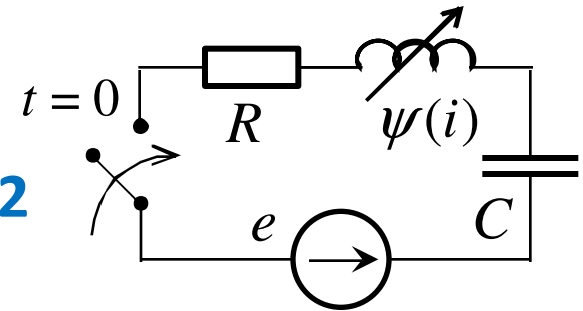


Sai phân (9)

VD3

$e = 24V$; $R = 60 \Omega$; $\Psi(i) = 1,75i - 2,8i^3$; $C = 25 \mu F$;
bước sai phân $h = 2ms$. Tính dòng điện quá độ trong mạch?

Cách 2



$$u'' = \frac{24 - u - 60Cu'}{C[1,75 - 8,4C^2(u')^2]}$$

$$u''_k = \frac{u_{k+2} - 2u_{k+1} + u_k}{h^2}; \quad u'_k = \frac{u_{k+1} - u_k}{h}$$

$$\rightarrow \frac{u_{k+2} - 2u_{k+1} + u_k}{h^2} = \frac{24 - u_k - 60C \frac{u_{k+1} - u_k}{h}}{C \left[1,75 - 8,4C^2 \left(\frac{u_{k+1} - u_k}{h} \right)^2 \right]}$$

$$\rightarrow u_{k+2} = 2u_{k+1} - u_k + h^2 \frac{24 - u_k - 60C(u_{k+1} - u_k) / h}{C \left[1,75 - 8,4C^2 (u_{k+1} - u_k)^2 / h^2 \right]}$$

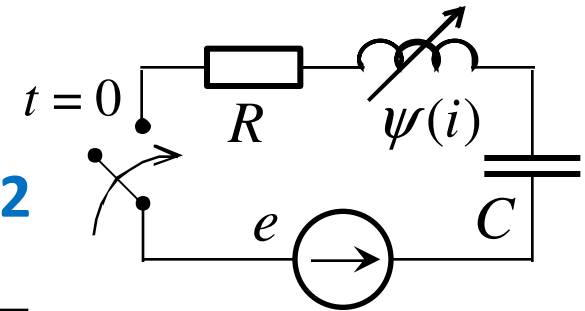


Sai phân (10)

VD3

$e = 24V$; $R = 60 \Omega$; $\Psi(i) = 1,75i - 2,8i^3$; $C = 25 \mu F$;
bước sai phân $h = 2ms$. Tính dòng điện quá độ trong mạch?

Cách 2



$$u_{k+2} = 2u_{k+1} - u_k + h^2 \frac{24 - u_k - 60C(u_{k+1} - u_k) / h}{C [1,75 - 8,4C^2(u_{k+1} - u_k)^2 / h^2]}$$

$$u_2 = 2u_1 - u_0 + h^2 \frac{24 - u_0 - 60C(u_1 - u_0) / h}{C [1,75 - 8,4C^2(u_1 - u_0)^2 / h^2]}$$

$$\left. \begin{aligned} u'_k &= \frac{u_{k+1} - u_k}{h} \rightarrow u'_0 = \frac{u_1 - u_0}{h} = u'(0) \rightarrow u_1 = u_0 + hu'(0) \\ i &= Cu' \rightarrow i(0) = Cu'(0) \rightarrow u'(0) = \frac{i(0)}{C} = 0 \end{aligned} \right\} \rightarrow u_1 = 0$$

$$i = Cu' \rightarrow i_k = C \frac{u_{k+1} - u_k}{h}$$

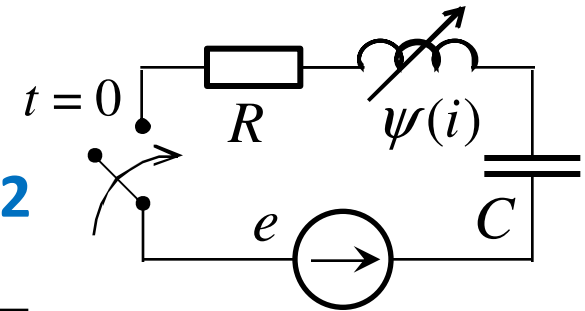


Sai phân (11)

VD3

$e = 24\text{V}; R = 60 \Omega; \Psi(i) = 1,75i - 2,8i^3; C = 25 \mu\text{F};$
bước sai phân $h = 2\text{ms}$. Tính dòng điện quá độ trong mạch?

Cách 2



$$u_{k+2} = 2u_{k+1} - u_k + h^2 \frac{24 - u_k - 60C(u_{k+1} - u_k) / h}{C \left[1,75 - 8,4C^2 (u_{k+1} - u_k)^2 / h^2 \right]}$$

$$i_k = C(u_{k+1} - u_k) / h; \quad u_0 = 0; \quad u_1 = 0$$

$$u_2 = 2u_1 - u_0 + h^2 \frac{24 - u_0 - 60C(u_1 - u_0) / h}{C \left[1,75 - 8,4C^2 (u_1 - u_0)^2 / h^2 \right]}$$

$$= 2 \cdot 0 - 0 + (2 \cdot 10^{-3})^2 \frac{24 - 0 - 60(25 \cdot 10^{-6})(0 - 0) / (2 \cdot 10^{-3})}{25 \cdot 10^{-6} \left[1,75 - 8,4(25 \cdot 10^{-6})^2 (0 - 0)^2 / (2 \cdot 10^{-3}) \right]}$$

$$= 2,1943 \text{ V}$$

$$i_1 = C \frac{u_2 - u_1}{h} = 25 \cdot 10^{-6} \frac{2,1943 - 0}{2 \cdot 10^{-3}} = 0,0274 \text{ A}$$





Sai phân (12)

Mạch điện phi tuyến

(hệ) Phương trình phi tuyến

$$\begin{cases} x' = f(x, y) \\ y' = g(x, y) \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x_{k+1} - x_k) / h = f(x_k, y_k) \\ (y_{k+1} - y_k) / h = g(x_k, y_k) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_{k+1} = x_k + hf(x_k, y_k) \\ y_{k+1} = y_k + hg(x_k, y_k) \end{cases}$$

$$y'' = f(x, y, x', y')$$

$$\frac{y_{k+2} - 2y_{k+1} + y_k}{h^2} = f(x, y, x', y')$$

$$y_{k+2} = 2y_{k+1} - y_k + h^2 f(x, y, x', y')$$

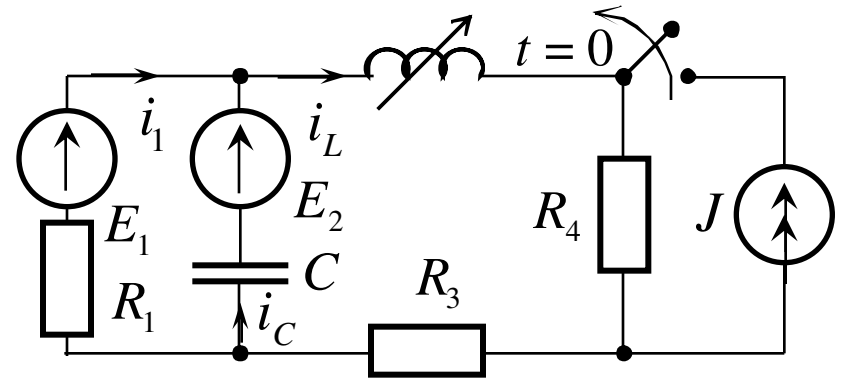


Sai phân (13)

VD4

$R_1 = 20\Omega; R_3 = R_4 = 40\Omega; \Psi(i) = 2i + 8i^3; C = 20\mu\text{F};$
 $E_1 = 50\text{V}; E_2 = 100\text{V}; J = 2\text{A}; h = 1\text{ms.}$ Tìm i_L ?

$$i_L(0) = i_1 = \frac{E_1 - R_4 J}{R_1 + R_3 + R_4} = \frac{50 - 40 \cdot 2}{20 + 40 + 40} = -0,3\text{A}$$



$$R_1 i_1 - u_C(0) = E_1 - E_2 \rightarrow u_C(0) = E_2 - E_1 + R_1 i_1 = 50 - 100 + 20(-0,3) = -56\text{ V}$$

$$\begin{cases} i_1 + i_C - i_L = 0 \\ u_C + u_L + (R_3 + R_4)i_L = E_2 \\ R_1 i_1 - u_C = E_1 - E_2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} i_1 + C u'_C - i_L = 0 \\ u_C + \frac{\partial \Psi}{\partial i} \cdot \frac{di}{dt} + (R_3 + R_4)i_L = E_2 \\ R_1 i_1 - u_C = E_1 - E_2 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} i_1 + C u'_C - i_L = 0 \\ u_C + (2 + 24i_L^2)i'_L + (R_3 + R_4)i_L = E_2 \\ R_1 i_1 - u_C = E_1 - E_2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \frac{E_1 - E_2 + u_C}{R_1} + C u'_C - i_L = 0 \\ u_C + (2 + 24i_L^2)i'_L + (R_3 + R_4)i_L = E_2 \end{cases}$$

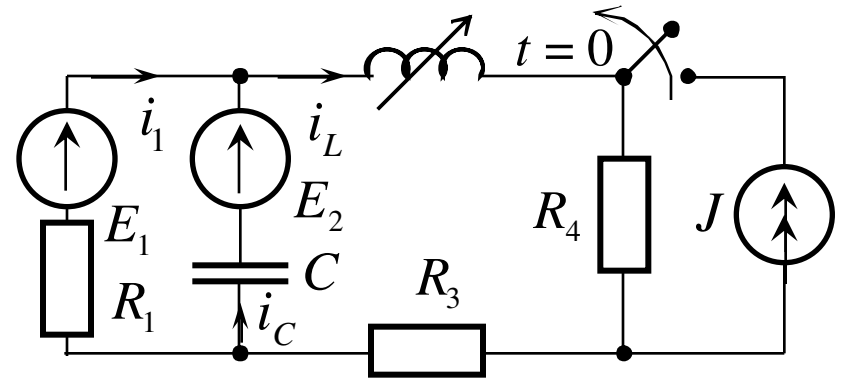




Sai phân (14)

VD4

$R_1 = 20\Omega; R_3 = R_4 = 40\Omega; \Psi(i) = 2i + 8i^3; C = 20\mu\text{F};$
 $E_1 = 50\text{V}; E_2 = 100\text{V}; J = 2\text{A}; h = 1\text{ms.}$ Tìm i_L ?



$$\begin{cases} \frac{E_1 - E_2 + u_C}{R_1} + C u'_C - i_L = 0 \\ u_C + (2 + 24i_L^2)i'_L + (R_3 + R_4)i_L = E_2 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} u'_C = \frac{i_L}{C} - \frac{E_1 - E_2 + u_C}{R_1 C} \\ i'_L = \frac{E_2 - u_C - (R_3 + R_4)i_L}{(2 + 24i_L^2)} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \frac{u_{k+1} - u_k}{h} = \frac{i_k}{C} - \frac{E_1 - E_2 + u_k}{R_1 C} \\ \frac{i_{k+1} - i_k}{h} = \frac{E_2 - u_k - (R_3 + R_4)i_k}{(2 + 24i_k^2)} \end{cases}$$

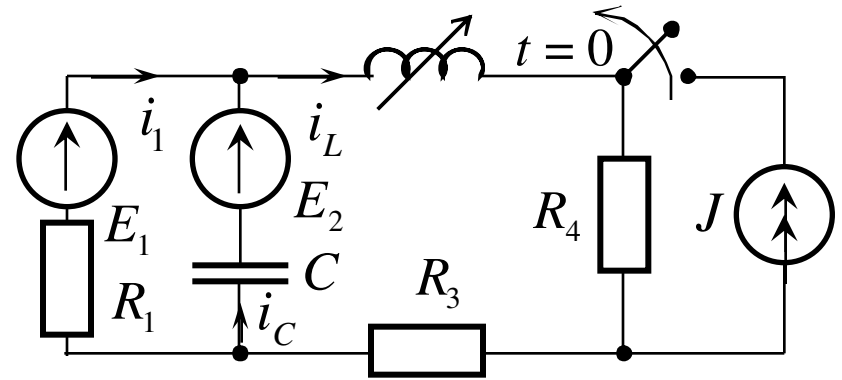
$$\rightarrow \begin{cases} u_{k+1} = u_k + h \left(\frac{i_k}{C} - \frac{E_1 - E_2 + u_k}{R_1 C} \right) = u_k + 10^{-3} \left(\frac{i_k}{20 \cdot 10^{-6}} - \frac{50 - 100 + u_k}{20 \cdot 20 \cdot 10^{-6}} \right) \\ i_{k+1} = i_k + h \frac{E_2 - u_k - (R_3 + R_4)i_k}{(2 + 24i_k^2)} = i_k + 10^{-3} \frac{100 - u_k - (40 + 40)i_k}{(2 + 24i_k^2)} \end{cases}$$



Sai phân (15)

VD4

$R_1 = 20\Omega; R_3 = R_4 = 40\Omega; \Psi(i) = 2i + 8i^3; C = 20\mu\text{F};$
 $E_1 = 50\text{V}; E_2 = 100\text{V}; J = 2\text{A}; h = 1\text{ms.}$ Tìm i_L ?



$$i_L(0) = -0,3\text{A}; u_C(0) = -56\text{V}$$

$$\begin{cases} u_{k+1} = u_k + 10^{-3} \left(\frac{i_k}{20 \cdot 10^{-6}} - \frac{50 - 100 + u_k}{20 \cdot 20 \cdot 10^{-6}} \right) \\ i_{k+1} = i_k + 10^{-3} \frac{100 - u_k - (40 + 40)i_k}{(2 + 24i_k^2)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} u_1 = u_0 + \frac{i_0}{0,02} + \frac{50 - u_0}{0,4} = 194 \\ i_1 = i_0 + \frac{100 - u_0 - 80i_0}{(2 + 24i_0^2)1000} = -0,26 \end{cases} \quad \left| \quad \begin{cases} u_2 = u_1 + \frac{i_1}{0,02} + \frac{50 - u_1}{0,4} = -178,8 \\ i_2 = i_1 + \frac{100 - u_1 - 80i_1}{(2 + 24i_1^2)1000} = -0,28 \end{cases}$$

k	0	1	2	3	4
u_C (V)	-56	194	-178,8		
i_L (A)	-0,3	-0,26	-0,28		





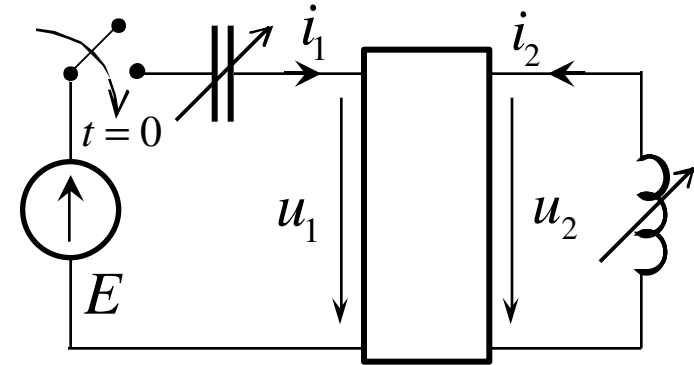
Sai phân (16)

VD5

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} 30 & 20 \\ 20 & 50 \end{bmatrix}; \quad E = 24 \text{ V (DC)};$$

$$\Psi(i) = 2i - 3,33i^3;$$

$$q_C = 10^{-5}u_C - 5 \cdot 10^{-10}u_C^3; \quad h = 0,2\text{ms}; \quad \text{tính } i_2?$$



$$u_C + u_1 = 24 \rightarrow u_1 = 24 - u_C$$

$$u_2 = -\frac{d\Psi}{dt} = -\frac{\partial\Psi}{\partial i_2} \cdot \frac{di_2}{dt} = -(2 - 9,99i_2^2)i_2'$$

$$\left. \begin{array}{l} u_1 = 30i_1 + 20i_2 \\ u_2 = 20i_1 + 50i_2 \end{array} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 24 - u_C = 30i_1 + 20i_2 \\ (9,99i_2^2 - 2)i_2' = 20i_1 + 50i_2 \end{array} \right.$$

$$i_1 = \frac{dq}{dt} = \frac{\partial q}{\partial u_C} \cdot \frac{du_C}{dt} = (10^{-5} - 15 \cdot 10^{-10}u_C^2)u_C'$$

$$\rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 24 - u_C = 30(10^{-5} - 15 \cdot 10^{-10}u_C^2)u_C' + 20i_2 \\ (9,99i_2^2 - 2)i_2' = 20(10^{-5} - 15 \cdot 10^{-10}u_C^2)u_C' + 50i_2 \end{array} \right.$$



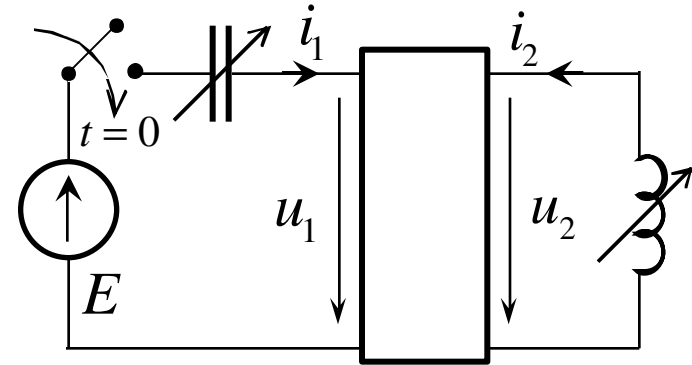
Sai phân (17)

VD5

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} 30 & 20 \\ 20 & 50 \end{bmatrix}; \quad E = 24 \text{ V (DC)};$$

$$\Psi(i) = 2i - 3,33i^3;$$

$$q_C = 10^{-5}u_C - 5 \cdot 10^{-10}u_C^3; \quad h = 0,2\text{ms}; \quad \text{tính } i_2?$$



$$\begin{cases} 24 - u_C = 30(10^{-5} - 15 \cdot 10^{-10} u_C^2) u'_C + 20i_2 \\ (9,99i_2^2 - 2)i'_2 = 20(10^{-5} - 15 \cdot 10^{-10} u_C^2) u'_C + 50i_2 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} u'_k = \frac{24 - u_k - 20i_k}{30(10^{-5} - 15 \cdot 10^{-10} u_k^2)} \\ i'_k = \frac{20(10^{-5} - 15 \cdot 10^{-10} u_k^2) u'_k + 50i_k}{9,99i_k^2 - 2} \end{cases}$$

$$\left. \begin{matrix} u'_k = \frac{u_{k+1} - u_k}{h} \\ i'_k = \frac{i_{k+1} - i_k}{h} \end{matrix} \right\} \rightarrow \begin{cases} \frac{u_{k+1} - u_k}{h} = \frac{24 - u_k - 20i_k}{30(10^{-5} - 15 \cdot 10^{-10} u_k^2)} \\ \frac{i_{k+1} - i_k}{h} = \frac{20(10^{-5} - 15 \cdot 10^{-10} u_k^2) \frac{u_{k+1} - u_k}{h} + 50i_k}{9,99i_k^2 - 2} \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} u_{k+1} = h \frac{24 - u_k - 20i_k}{30(10^{-5} - 15 \cdot 10^{-10} u_k^2)} + u_k \\ i_{k+1} = \frac{20(10^{-5} - 15 \cdot 10^{-10} u_k^2)(u_{k+1} - u_k) + 50hi_k}{9,99i_k^2 - 2} + i_k \end{cases}$$



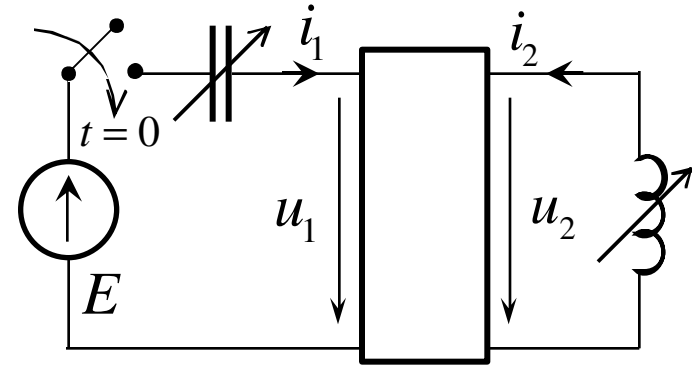
Sai phân (18)

VD5

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} 30 & 20 \\ 20 & 50 \end{bmatrix}; \quad E = 24 \text{ V (DC)};$$

$$\Psi(i) = 2i - 3,33i^3;$$

$$q_C = 10^{-5}u_C - 5 \cdot 10^{-10}u_C^3; \quad h = 0,2\text{ms}; \quad \text{tính } i_2?$$



$$\left. \begin{array}{l} u_C + u_1 = 24 \\ u_2 = -\frac{d\Psi}{dt} \\ u_1 = 30i_1 + 20i_2 \\ u_2 = 20i_1 + 50i_2 \\ i_1 = \frac{dq}{dt} \end{array} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} u_{k+1} = h \frac{24 - u_k - 20i_k}{30(10^{-5} - 15 \cdot 10^{-10}u_k^2)} + u_k \\ i_{k+1} = \frac{20(10^{-5} - 15 \cdot 10^{-10}u_k^2)(u_{k+1} - u_k) + 50hi_k}{9,99i_k^2 - 2} + i_k \end{array} \right.$$

$$u_0 = u_C(0) = 0$$

$$i_0 = i_L(0) = 0$$

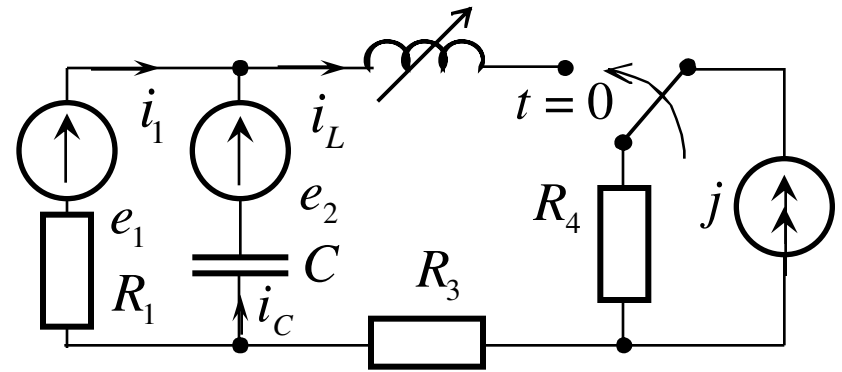
k	0	1	2	
u_k (V)	0	16,00	21,57	
i_k (A)	0	-0,0016	-0,0021	



Sai phân (19)

VD6

$R_1 = 20\Omega; R_3 = R_4 = 40\Omega; \Psi(i) = 2i + 0,8i^3; C = 2\text{mF};$
 $h = 1\text{ms}; e_1 = 50\sin(25t) \text{ V}; e_2 = 100\sin(25t + 45^\circ) \text{ V};$
 $j = 2\sin 25t \text{ A.}$ Tìm i_L ?



$$i_L(0) = 0$$

$$\dot{U}_C = \frac{\dot{E}_1 - \dot{E}_2}{R_1 + 1/(j\omega C)} \frac{1}{j\omega C} = 52,10 / -151,32^\circ \text{ V}$$

$$\rightarrow u_C(t) = 52,10 \sin(25t - 151,32^\circ) \text{ V} \rightarrow u_C(0) = 52,10 \sin(-151,32^\circ) = -25,00 \text{ V}$$

$$\begin{cases} i_1 + i_C - i_L = 0 \\ u_C + u_L + (R_3 + R_4)i_L = e_2 \\ R_1 i_1 - u_C = e_1 - e_2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} i_1 + Cu'_C - i_L = 0 \\ u_C + \frac{\partial \Psi}{\partial i} \cdot \frac{di}{dt} + (R_3 + R_4)i_L = e_2 \\ R_1 i_1 - u_C = e_1 - e_2 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} i_1 + Cu'_C - i_L = 0 \\ u_C + (2 + 2,4i_L^2)i'_L + (R_3 + R_4)i_L = e_2 \\ R_1 i_1 - u_C = e_1 - e_2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \frac{e_1 - e_2 + u_C}{R_1} + Cu'_C - i_L = 0 \\ u_C + (2 + 2,4i_L^2)i'_L + (R_3 + R_4)i_L = e_2 \end{cases}$$

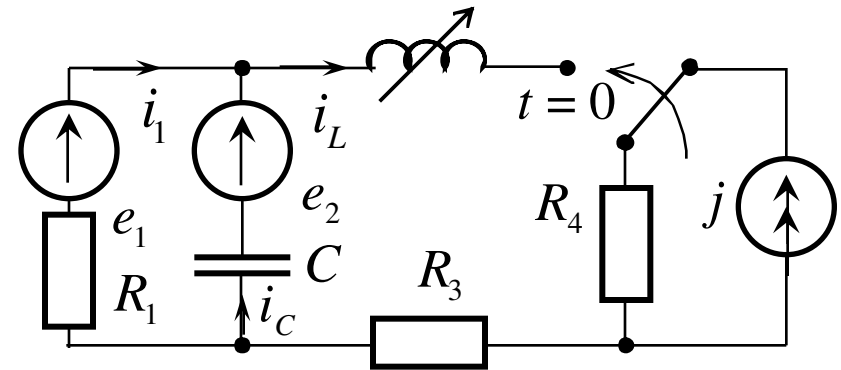


Sai phân (20)

VD6

$R_1 = 20\Omega; R_3 = R_4 = 40\Omega; \Psi(i) = 2i + 0,8i^3; C = 2\text{mF};$
 $h = 1\text{ms}; e_1 = 50\sin(25t) \text{ V}; e_2 = 100\sin(25t + 45^\circ) \text{ V};$
 $j = 2\sin 25t \text{ A.}$ Tìm i_L ?

$$i_L(0) = 0 \text{ A}; u_C(0) = -25,00 \text{ V}$$



$$\begin{cases} \frac{e_1 - e_2 + u_C}{R_1} + Cu'_C - i_L = 0 \\ u_C + (2 + 2,4i_L^2)i'_L + (R_3 + R_4)i_L = e_2 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} u'_C = \frac{i_L}{C} - \frac{e_1 - e_2 + u_C}{R_1 C} \\ i'_L = \frac{e_2 - u_C - (R_3 + R_4)i_L}{(2 + 2,4i_L^2)} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \frac{u_{k+1} - u_k}{h} = \frac{i_k}{C} - \frac{e_1 - e_2 + u_k}{R_1 C} \\ \frac{i_{k+1} - i_k}{h} = \frac{e_2 - u_k - (R_3 + R_4)i_k}{(2 + 2,4i_k^2)} \end{cases}$$

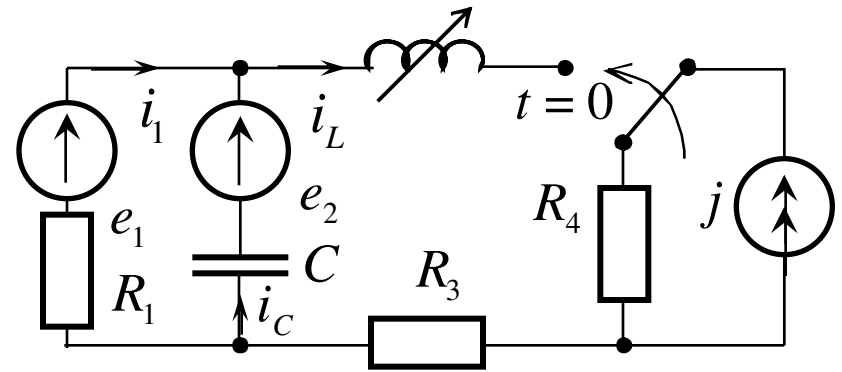


Sai phân (21)

VD6

$R_1 = 20\Omega; R_3 = R_4 = 40\Omega; \Psi(i) = 2i + 0,8i^3; C = 2\text{mF};$
 $h = 1\text{ms}; e_1 = 50\sin(25t) \text{ V}; e_2 = 100\sin(25t + 45^\circ) \text{ V};$
 $j = 2\sin 25t \text{ A.}$ Tìm i_L ?

$$i_L(0) = 0 \text{ A}; u_C(0) = -25,00 \text{ V}$$



$$\begin{cases} \frac{u_{k+1} - u_k}{h} = \frac{i_k}{C} - \frac{e_1 - e_2 + u_k}{R_1 C} \\ \frac{i_{k+1} - i_k}{h} = \frac{e_2 - u_k - (R_3 + R_4)i_k}{(2 + 2,4i_k^2)} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} u_{k+1} = u_k + h \left(\frac{i_k}{C} - \frac{e_1 - e_2 + u_k}{R_1 C} \right) \\ i_{k+1} = i_k + h \frac{e_2 - u_k - (R_3 + R_4)i_k}{(2 + 2,4i_k^2)} \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} u_{k+1} = u_k + 10^{-3} \left[\frac{i_k}{2 \cdot 10^{-3}} - \frac{50 \sin(25 \cdot 10^{-3} k) - 100 \sin(25 \cdot 10^{-3} k + \pi/4) + u_k}{20 \cdot 2 \cdot 10^{-3}} \right] \\ i_{k+1} = i_k + 10^{-3} \frac{100 \sin(25 \cdot 10^{-3} k + \pi/4) - u_k - (40 + 40)i_k}{(2 + 2,4i_k^2)} \end{cases}$$

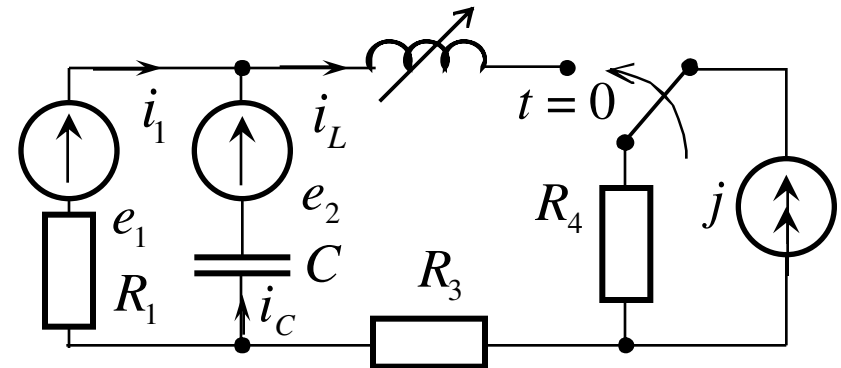




Sai phân (22)

VD6

$R_1 = 20\Omega; R_3 = R_4 = 40\Omega; \Psi(i) = 2i + 0,8i^3; C = 2\text{mF};$
 $h = 1\text{ms}; e_1 = 50\sin(25t) \text{ V}; e_2 = 100\sin(25t + 45^\circ) \text{ V};$
 $j = 2\sin 25t \text{ A. Tìm } i_L?$



$$i_L(0) = 0 \text{ A}; u_C(0) = -25,00 \text{ V}$$

$$\begin{cases} u_{k+1} = u_k + 10^{-3} \left[\frac{i_k}{2 \cdot 10^{-3}} - \frac{50\sin(25 \cdot 10^{-3}k) - 100\sin(25 \cdot 10^{-3}k + \pi/4) + u_k}{20 \cdot 2 \cdot 10^{-3}} \right] \\ i_{k+1} = i_k + 10^{-3} \frac{100\sin(25 \cdot 10^{-3}k + \pi/4) - u_k - (40 + 40)i_k}{(2 + 2,4i_k^2)} \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} u_{k+1} = u_k + \frac{i_k}{2} - \frac{50\sin(0,025k) - 100\sin(0,025k + \pi/4) + u_k}{40} \\ i_{k+1} = i_k + \frac{100\sin(0,025k + \pi/4) - u_k - 80i_k}{(2 + 2,4i_k^2)10^3} \end{cases}$$

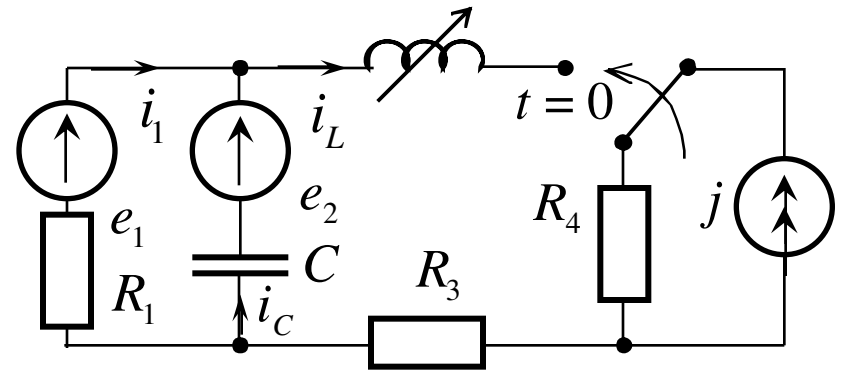


Sai phân (23)

VD6

$R_1 = 20\Omega; R_3 = R_4 = 40\Omega; \Psi(i) = 2i + 0,8i^3; C = 2\text{mF};$
 $h = 1\text{ms}; e_1 = 50\sin(25t) \text{ V}; e_2 = 100\sin(25t + 45^\circ) \text{ V};$
 $j = 2\sin 25t \text{ A.}$ Tìm i_L ?

$$i_L(0) = 0 \text{ A}; u_C(0) = -25,00 \text{ V}$$



$$\begin{cases} u_{k+1} = u_k + \frac{i_k}{2} - \frac{50\sin(0,025k) - 100\sin(0,025k + \pi/4) + u_k}{40} \\ i_{k+1} = i_k + \frac{100\sin(0,025k + \pi/4) - u_k - 80i_k}{(2 + 2,4i_k^2)10^3} \end{cases}$$

k	i_k (A)	u_k (V)
0	0	-25,00
1		

$$\begin{cases} u_1 = u_0 + \frac{i_0}{2} - \frac{50\sin(0,025.0) - 100\sin(0,025.0 + \pi/4) + u_0}{40} \\ i_1 = i_0 + \frac{100\sin(0,025.0 + \pi/4) - u_0 - 80i_0}{(2 + 2,4i_0^2)10^3} \end{cases}$$

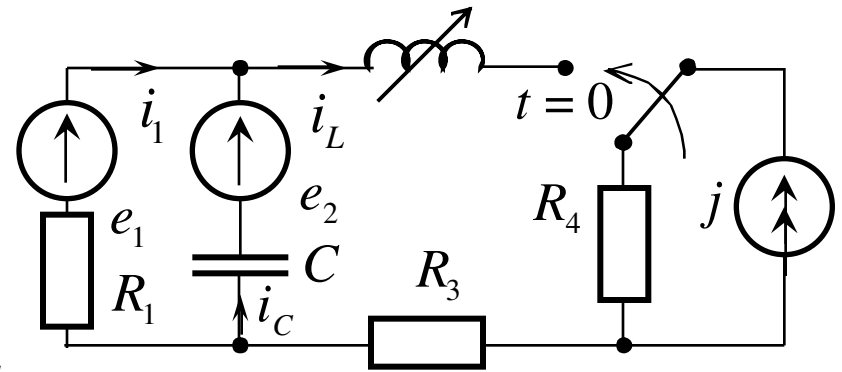


Sai phân (24)

VD6

$R_1 = 20\Omega; R_3 = R_4 = 40\Omega; \Psi(i) = 2i + 0,8i^3; C = 2\text{mF};$
 $h = 1\text{ms}; e_1 = 50\sin(25t) \text{ V}; e_2 = 100\sin(25t + 45^\circ) \text{ V};$
 $j = 2\sin 25t \text{ A. Tìm } i_L?$

$i_L(0) = 0 \text{ A}; u_C(0) = -25,00 \text{ V}$



$$\begin{cases} u_{k+1} = u_k + \frac{i_k}{2} - \frac{50 \sin(0,025k) - 100 \sin(0,025k + \pi/4) + u_k}{40} \\ i_{k+1} = i_k + \frac{100 \sin(0,025k + \pi/4) - u_k - 80i_k}{(2 + 2,4i_k^2)10^3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} u_1 = u_0 + \frac{i_0}{2} - \frac{50 \sin(0,025.0) - 100 \sin(0,025.0 + \pi/4) + u_0}{40} = -22,61 \\ i_1 = i_0 + \frac{100 \sin(0,025.0 + \pi/4) - u_0 - 80i_0}{(2 + 2,4i_0^2)10^3} = 0,0479 \end{cases}$$

$$\begin{cases} u_2 = u_1 + \frac{i_1}{2} - \frac{50 \sin(0,025.1) - 100 \sin(0,025.1 + \pi/4) + u_1}{40} = -20,24 \\ i_2 = i_1 + \frac{100 \sin(0,025.1 + \pi/4) - u_1 - 80i_1}{(2 + 2,4i_1^2)10^3} = 0,0933 \end{cases}$$

k	i_k (A)	u_k (V)
0	0	-25,00
1	0,0479	-22,61
2	0,0933	-20,24
3	0,1364	-17,89
4	0,1769	-15,58





Lý thuyết mạch II

I. Quá trình quá độ

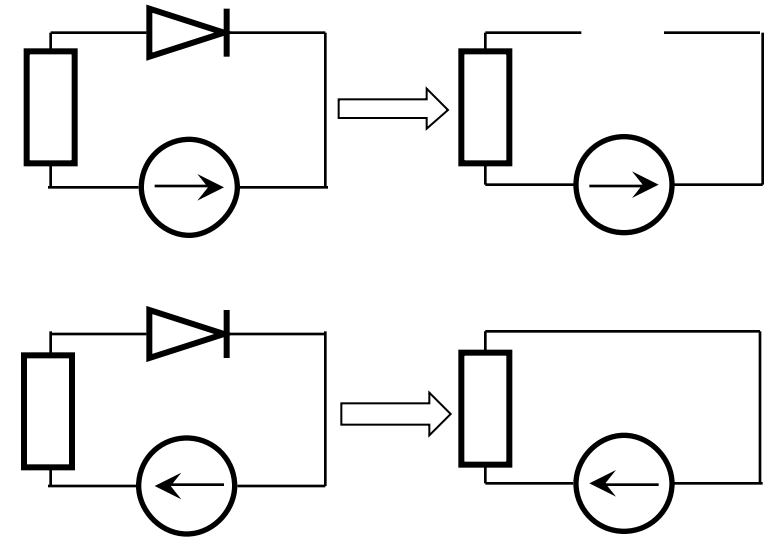
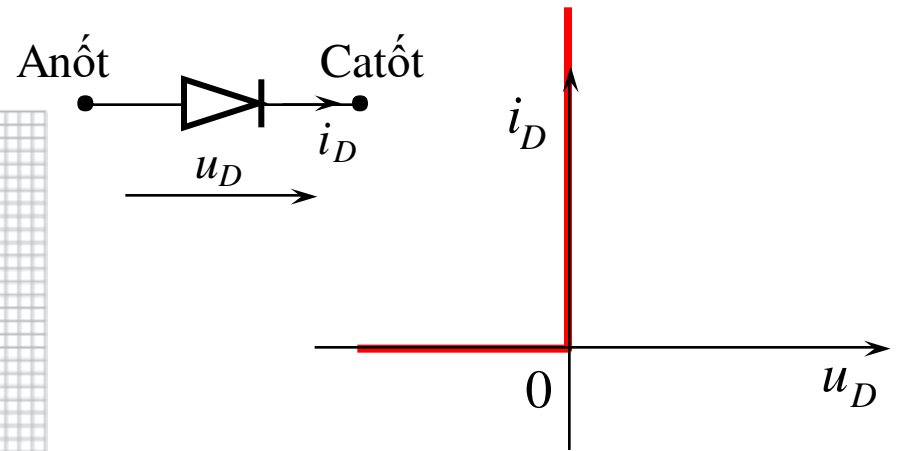
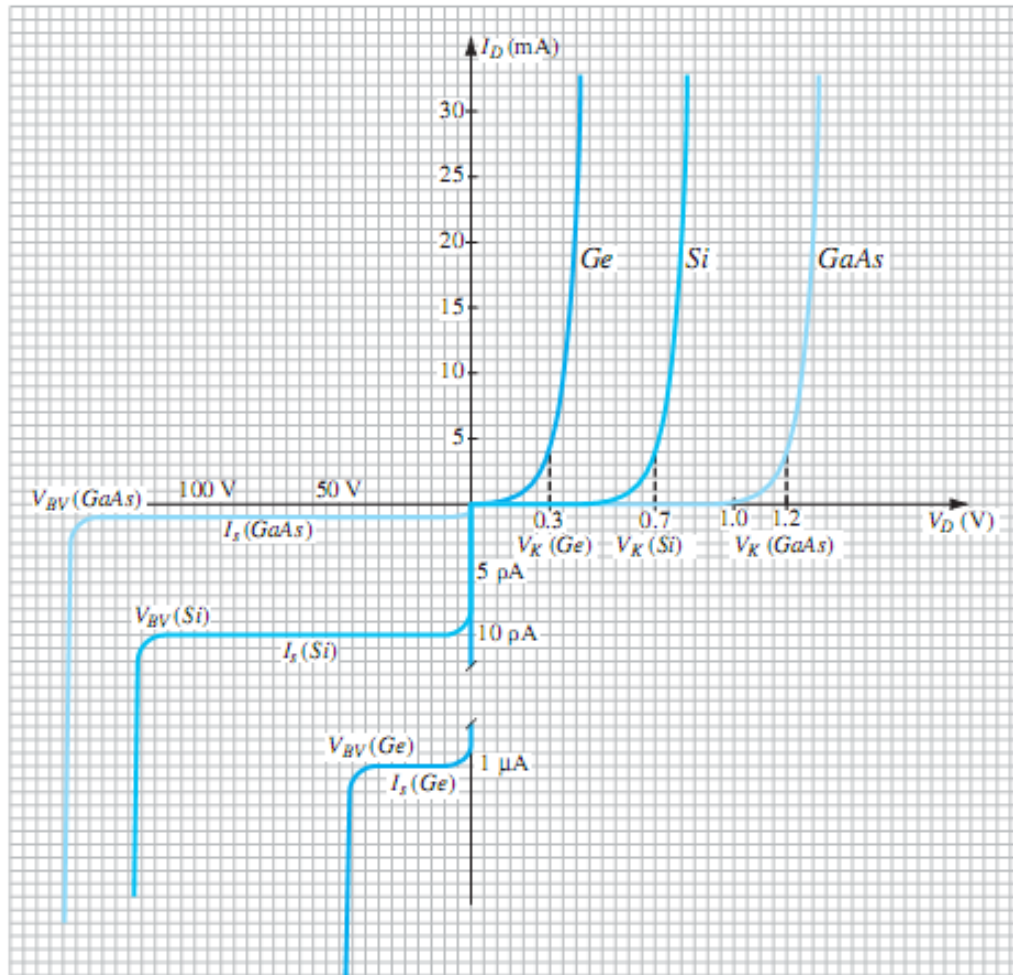
II. Mạch phi tuyến

1. Giới thiệu
2. Đặc tính của phần tử phi tuyến
3. Chế độ xác lập
4. Chế độ quá độ
- 5. Điốt và tranzito**
 - a) Điốt
 - b) Tranzito

III. Đường dây dài



Điốt (1)



Điốt (2)

VD1

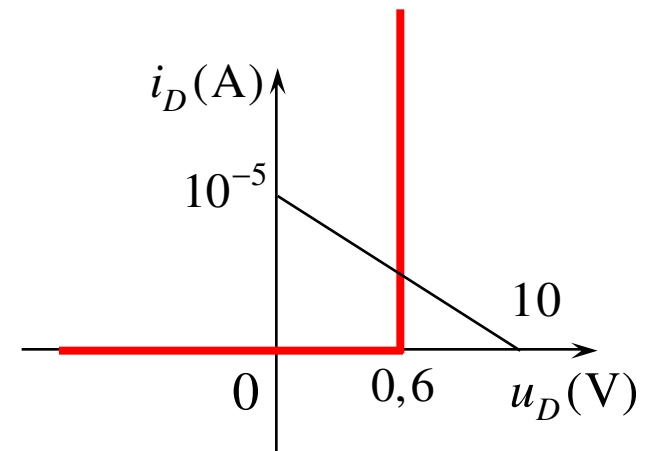
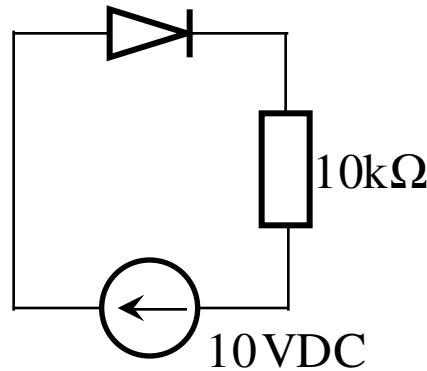
Tìm dòng điện trong mạch.

$$u_D(i) + 10^4 i = 10$$

$$\rightarrow u_D(i) = 10 - 10^4 i$$

$$\rightarrow u_D(i) = 0,6V$$

$$\rightarrow i = \frac{10 - 0,6}{10^4} = \boxed{9,4 \cdot 10^{-4} A}$$



Điốt (3)

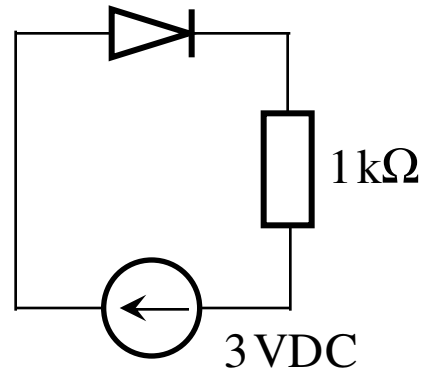
VD2

Tìm dòng điện trong mạch.

$$u_D(i) + 1000i = 3$$

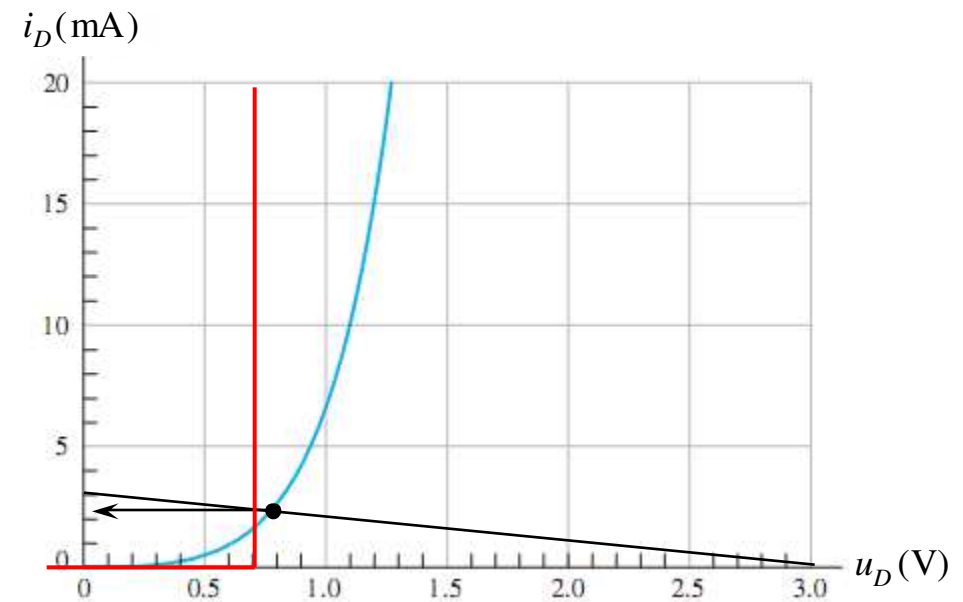
$$\rightarrow u_D(i) = 3 - 1000i$$

$$\rightarrow i = \boxed{2,4 \text{ mA}}$$



$$0,7 + 1000i = 3$$

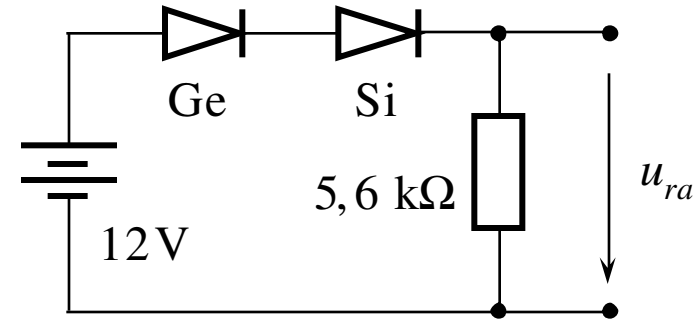
$$\rightarrow i = \frac{3 - 0,7}{1000} = \boxed{2,3 \text{ mA}}$$



Điốt (4)

VD3

Tìm dòng qua điốt & điện áp ra.

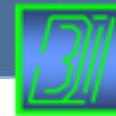


$$0,3 + 0,7 + u_{ra} = 12$$

$$\rightarrow u_{ra} = 11 \text{ V}$$

$$i_D = i_R = \frac{11}{5600} = 1,96 \text{ mA}$$

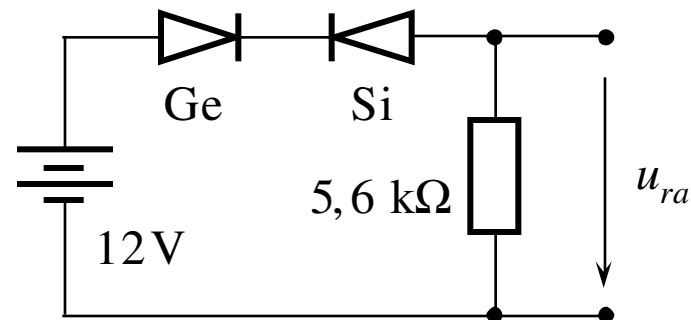




Điốt (5)

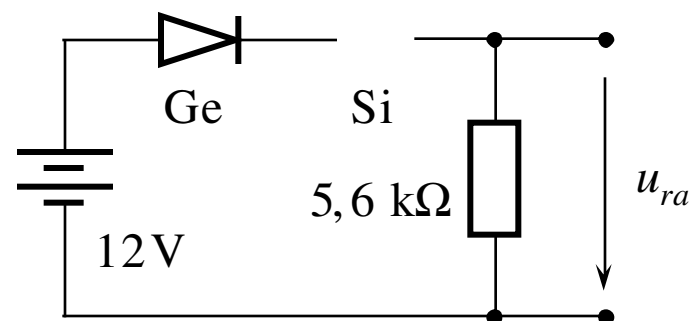
VD4

Tìm dòng qua điốt & điện áp ra.



$$u_{ra} = 0$$

$$i_D = 0$$





Điốt (6)

VD5

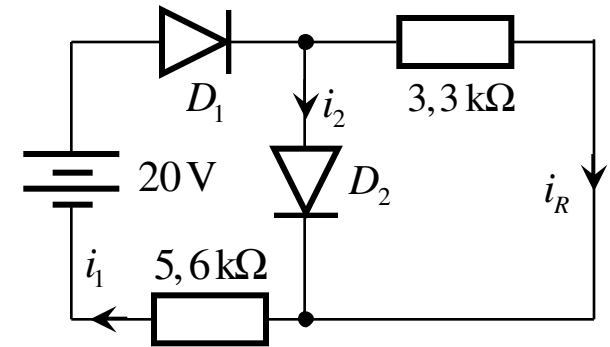
Tính các dòng điện trong mạch.

$$i_R = \frac{0,7}{3300} = 0,212\text{mA}$$

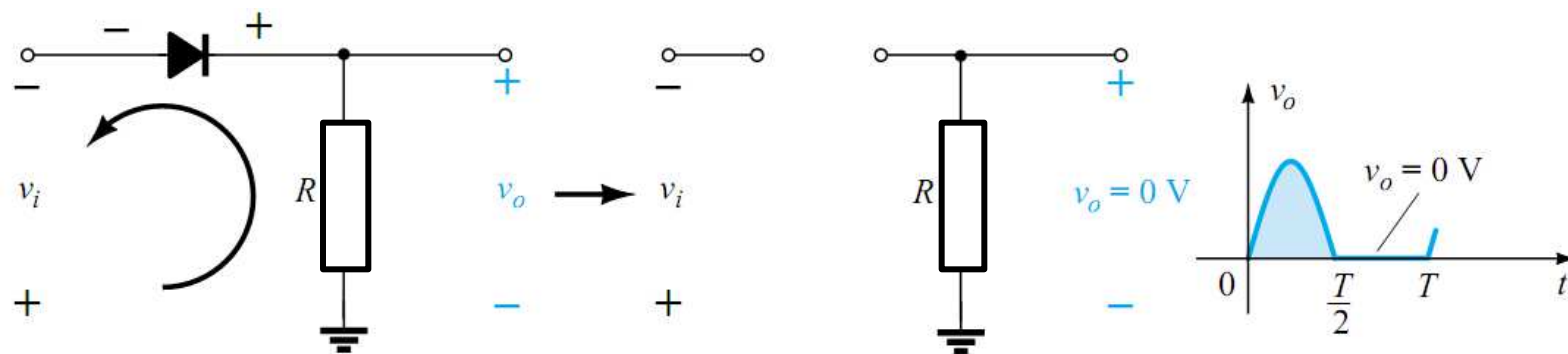
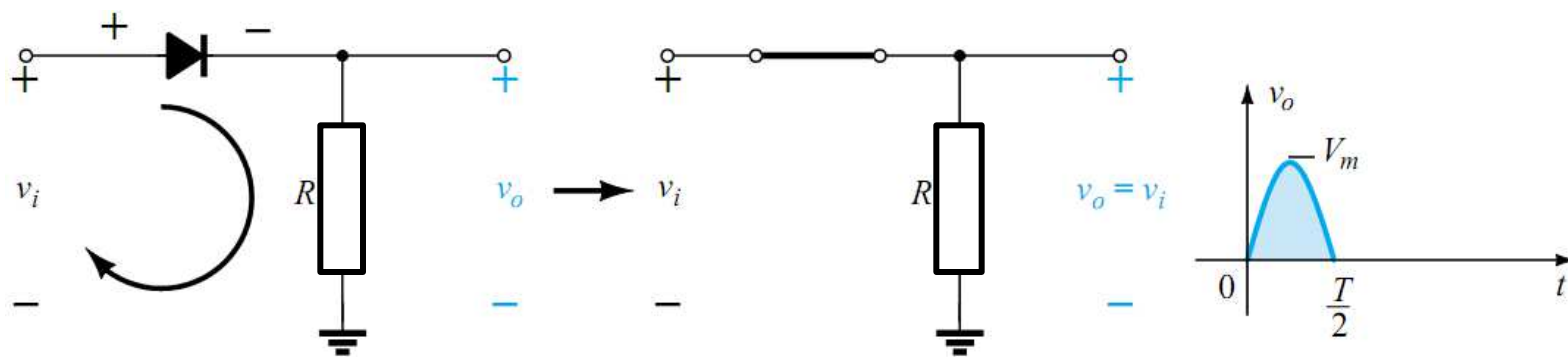
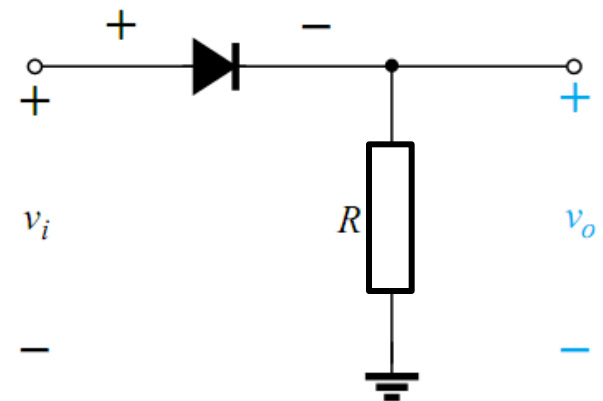
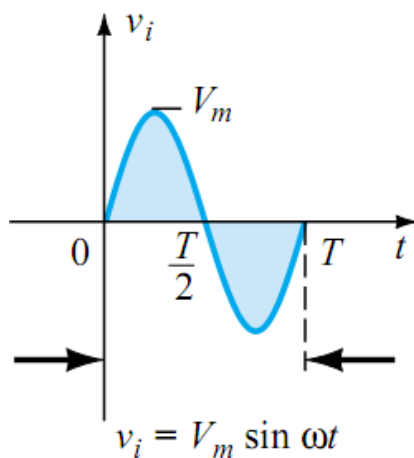
$$5600i_1 + 0,7 + 0,7 = 20$$

$$\rightarrow i_1 = \frac{20 - 0,7 - 0,7}{5600} = 3,32\text{mA}$$

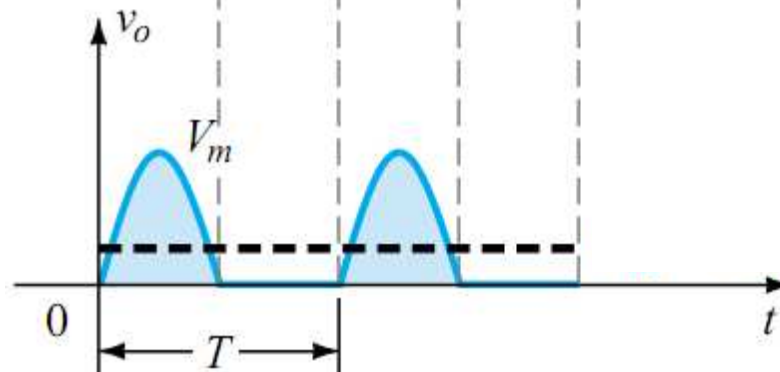
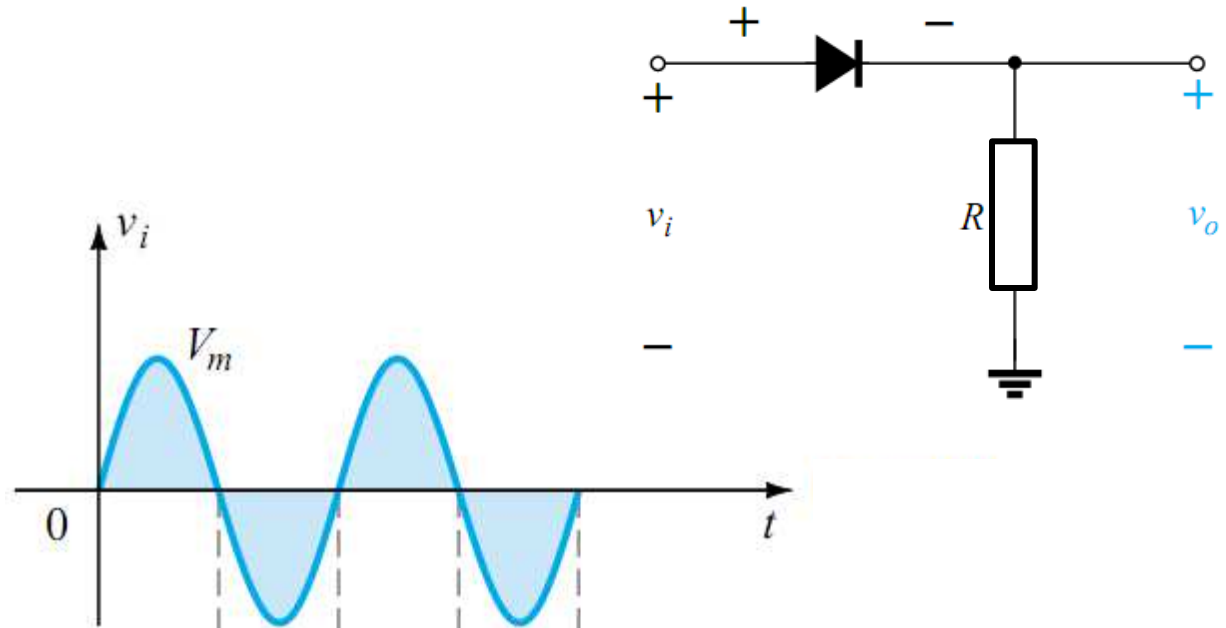
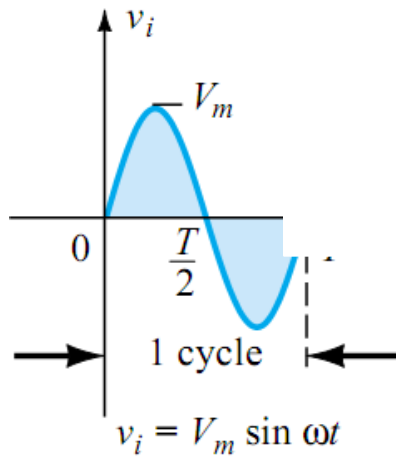
$$i_2 = i_1 - i_R = 3,32 - 0,212 = 3,108\text{mA}$$



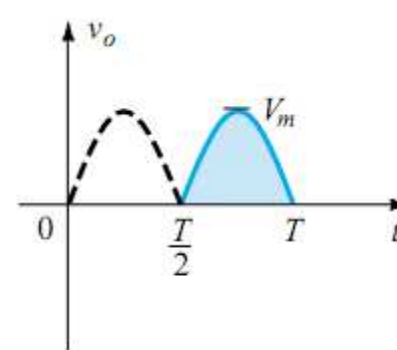
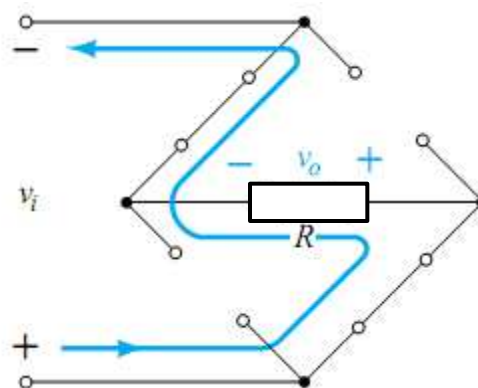
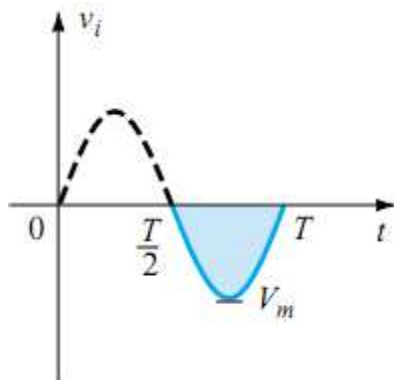
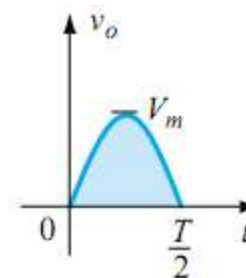
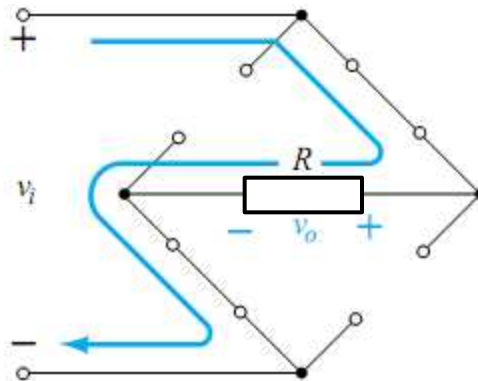
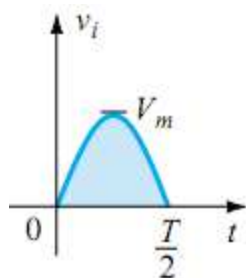
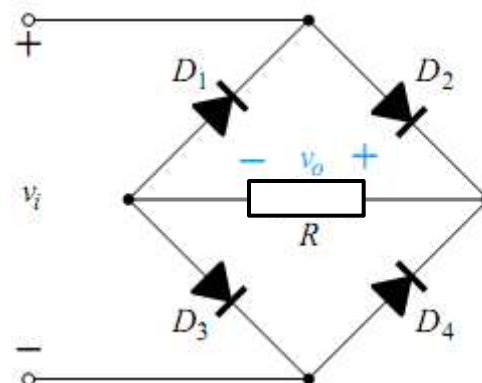
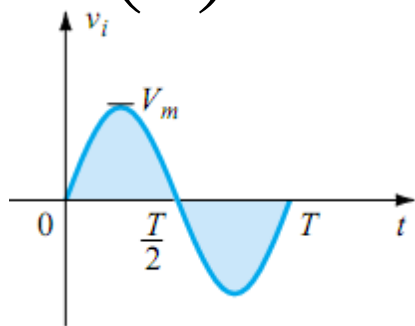
Điốt (7)



Điốt (8)



Điốt (9)





Lý thuyết mạch II

I. Quá trình quá độ

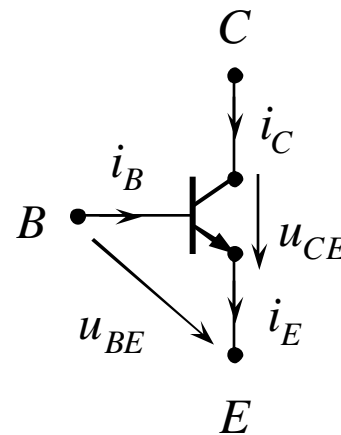
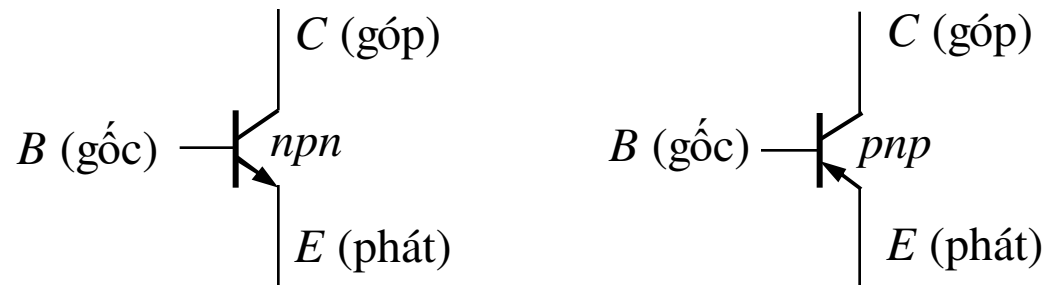
II. Mạch phi tuyến

1. Giới thiệu
2. Đặc tính của phần tử phi tuyến
3. Chế độ xác lập
4. Chế độ quá độ
- 5. Điốt và tranzito**
 - a) Điốt
 - b) Tranzito

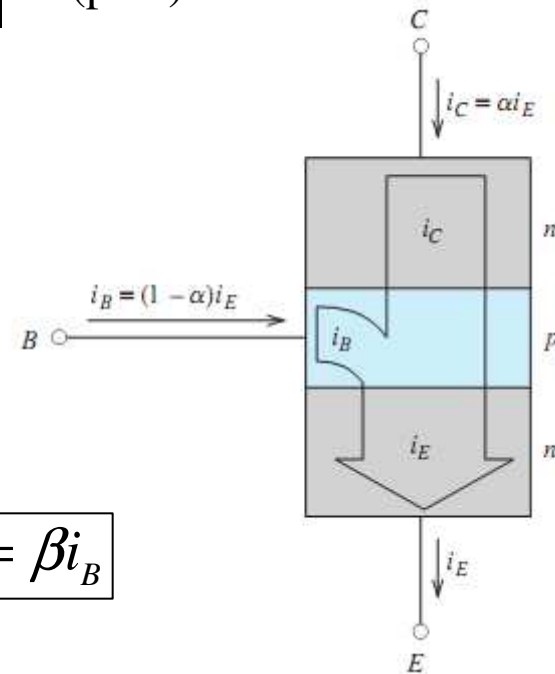
III. Đường dây dài



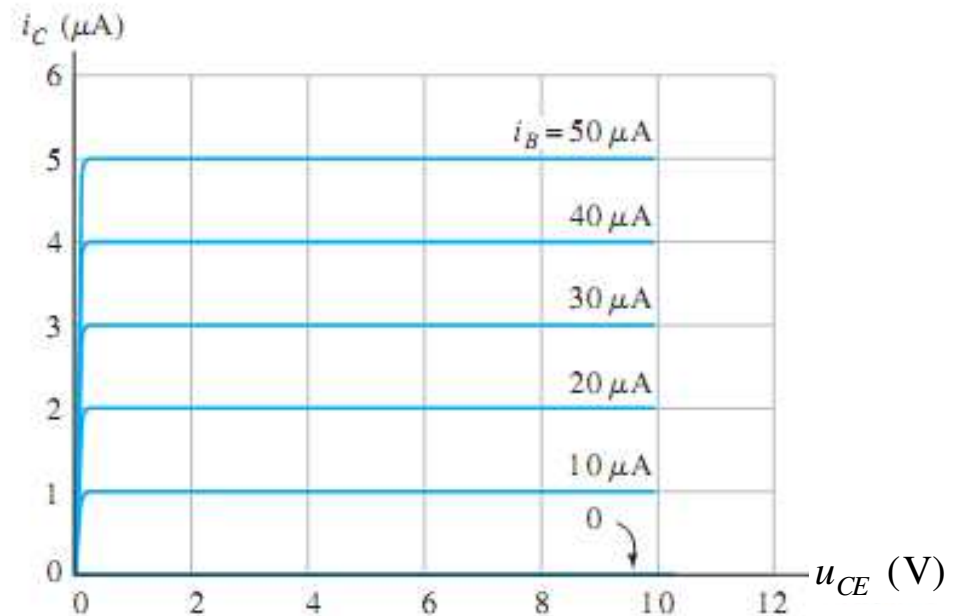
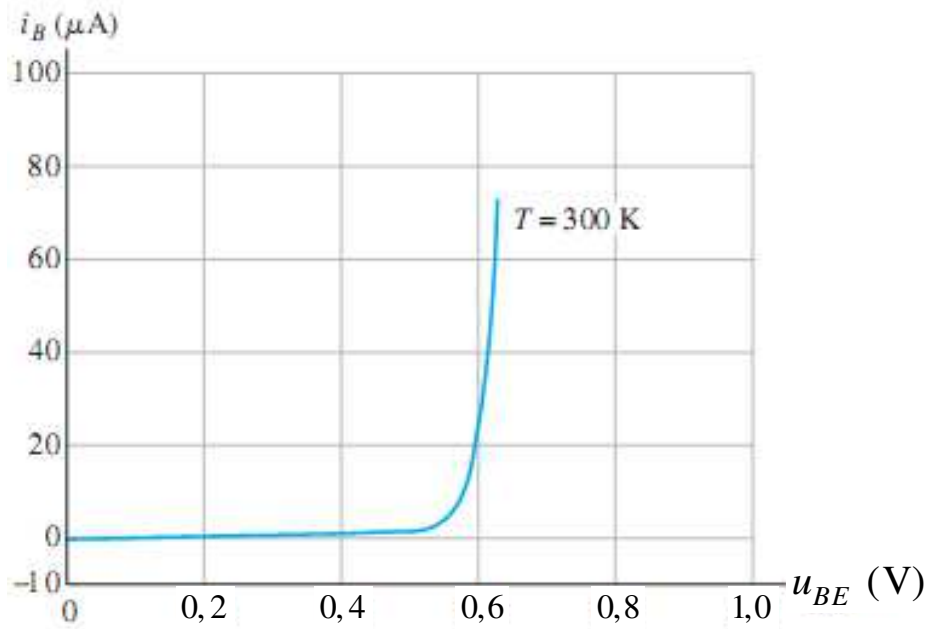
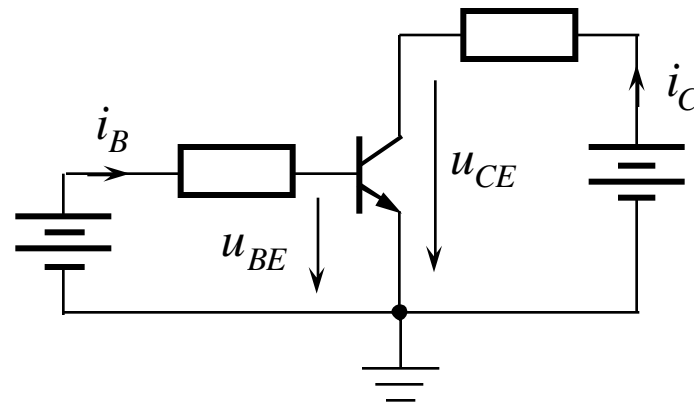
Tranzito (1)



$$i_C = \beta i_B$$



Tranzito (2)





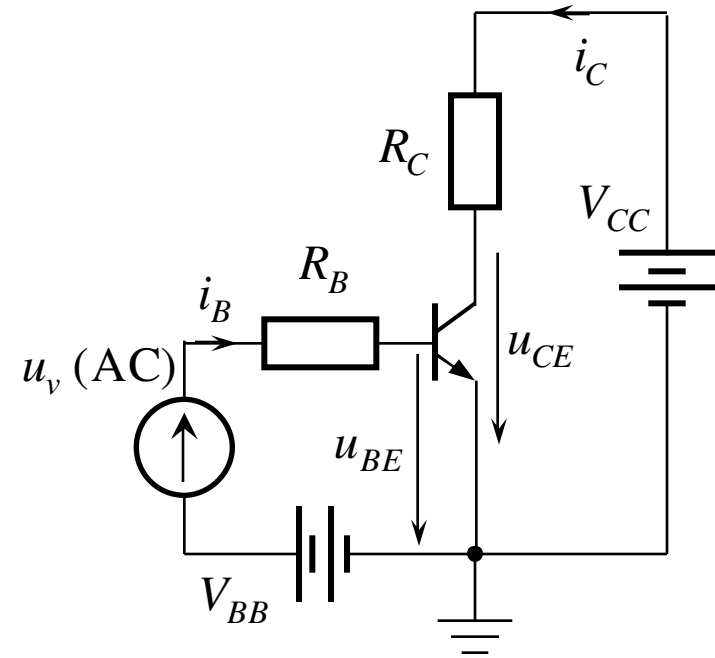
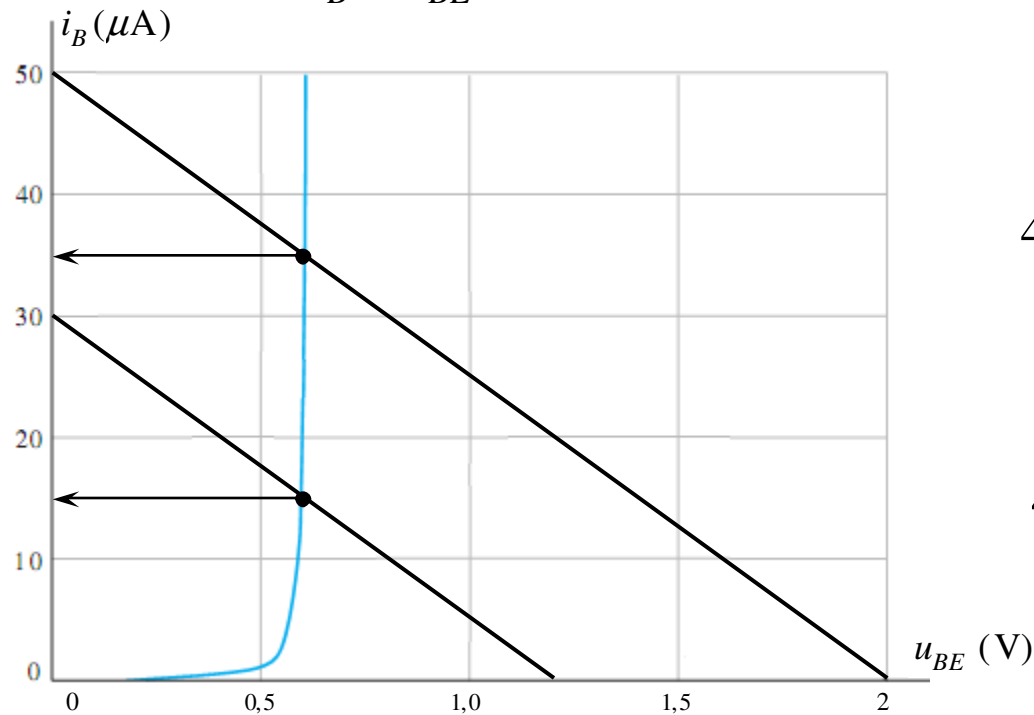
Tranzito (3)

VD

$V_{CC} = 10V; V_{BB} = 1,6V; R_B = 40k\Omega; R_C = 2k\Omega;$
 $u_v = 0,4\sin(2000\pi t) V.$ Tính $u_{CEmin}, u_{CEmax}?$

$$R_B i_B + u_{BE} = V_{BB} + u_v$$

$$\rightarrow 40 \cdot 10^3 i_B + u_{BE} = 1,6 + 0,4 \sin(2000\pi t)$$



$$40 \cdot 10^3 i_{B \max} + u_{BE \max} = 1,6 + 0,4 = 2,0$$

$$\rightarrow u_{BE \max} = 2,0 - 4 \cdot 10^4 i_{B \max}$$

$$\rightarrow i_{B \max} = 35 \mu A$$

$$40 \cdot 10^3 i_{B \min} + u_{BE \min} = 1,6 - 0,4 = 1,2$$

$$\rightarrow u_{BE \min} = 1,2 - 4 \cdot 10^4 i_{B \min}$$

$$\rightarrow i_{B \min} = 15 \mu A$$

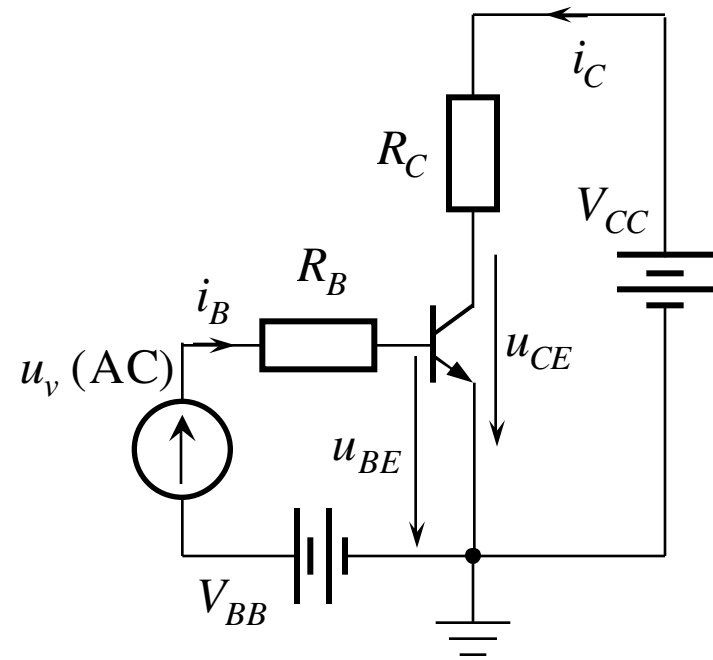
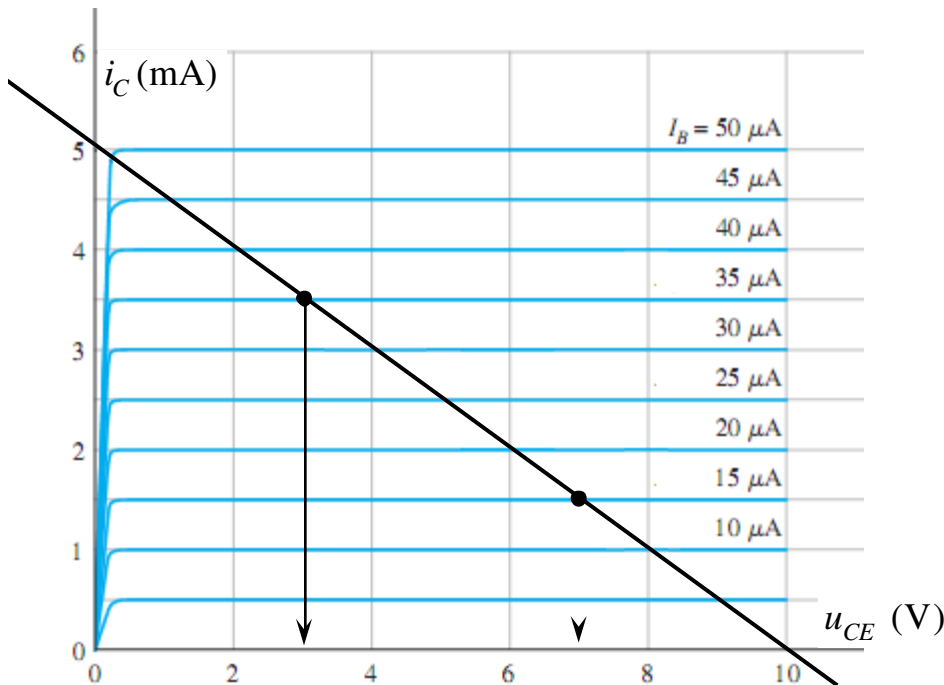
Tranzito (4)

VD

$V_{CC} = 10V$; $V_{BB} = 1,6V$; $R_B = 40k\Omega$; $R_C = 2k\Omega$;
 $u_v = 0,4\sin(2000\pi t)$ V. Tính u_{CEmin} , u_{CEmax} ?

$$i_{Bmax} = 35\mu A; \quad i_{Bmin} = 15\mu A$$

$$R_C i_C + u_{CE} = V_{CC} \rightarrow 2000i_C + u_{CE} = 10$$



$$u_{CE} = 10 - 2000i_C$$

$$i_{Bmax} = 35\mu A \rightarrow u_{CEmin} = 3V$$

$$i_{Bmin} = 15\mu A \rightarrow u_{CEmax} = 7V$$



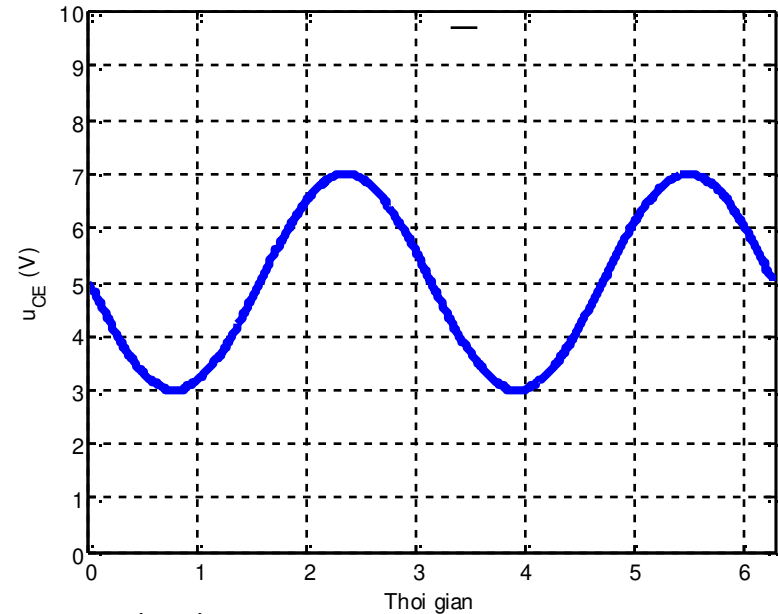
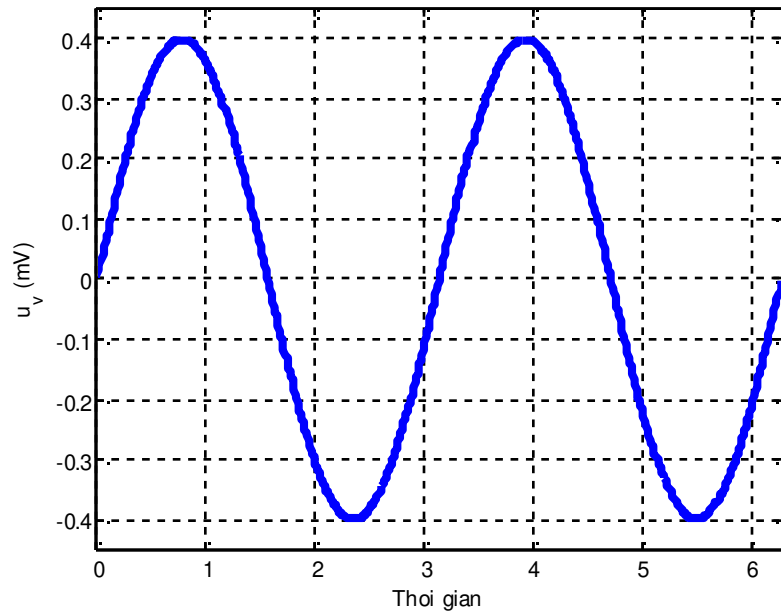
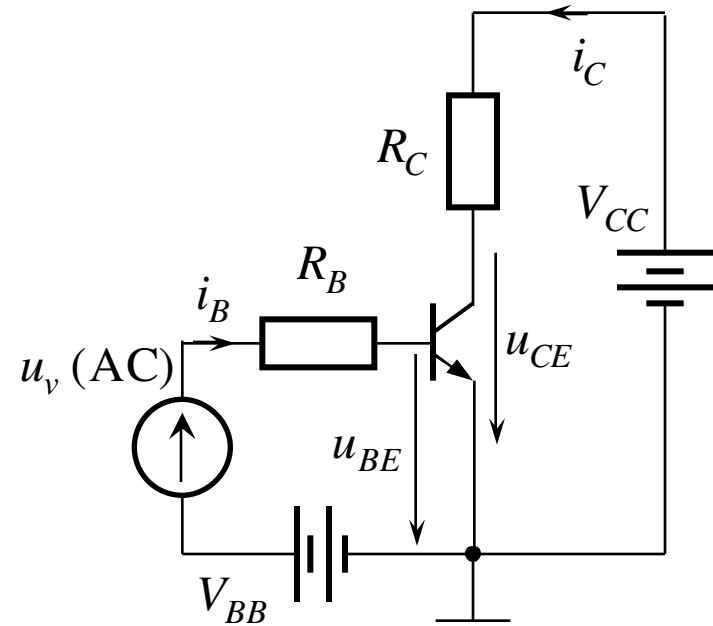


Tranzito (5)

VD

$V_{CC} = 10V; V_{BB} = 1,6V; R_B = 40k\Omega; R_C = 2k\Omega;$
 $u_v = 0,4\sin(2000\pi t) V.$ Tính $u_{CEmin}, u_{CEmax}?$

$u_{CEmin} = 3V; u_{CEmax} = 7V$





Lý thuyết mạch II

I. Quá trình quá độ

II. Mạch phi tuyến

1. Giới thiệu

2. Đặc tính của phần tử phi tuyến

3. Chế độ xác lập

4. Chế độ quá độ

5. Điốt và tranzito

III. Đường dây dài





TRƯỜNG ĐẠI HỌC
BÁCH KHOA HÀ NỘI



NGUYỄN CÔNG PHƯƠNG

LÝ THUYẾT MẠCH II

ĐƯỜNG DÂY DÀI



Lý thuyết mạch II

I. Quá trình quá độ

II. Mạch phi tuyến

III. Đường dây dài

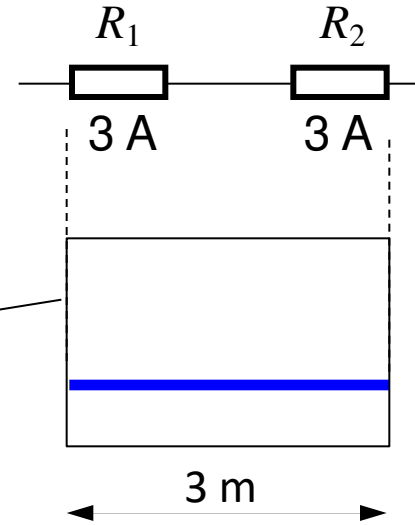
- 1. Giới thiệu**
- 2. Chế độ xác lập điều hòa**
- 3. Chế độ quá độ**



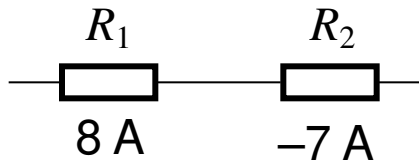
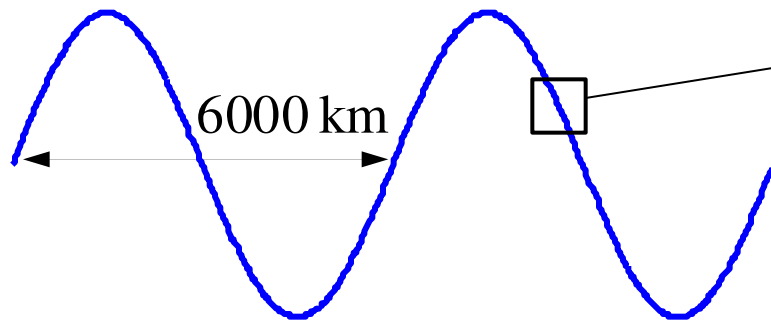


Giới thiệu (1)

Mạch có thông số tập trung/đường dây ngắn

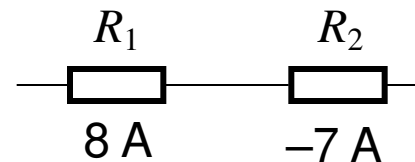


$f = 50 \text{ Hz}$
 $\rightarrow \lambda = 6.10^6 \text{ m}$



$f = 100 \text{ MHz} \rightarrow \lambda = 3 \text{ m}$

Mạch có thông số rải/đường dây dài



$f = 50 \text{ Hz} \rightarrow \lambda = 6.10^6 \text{ m}$





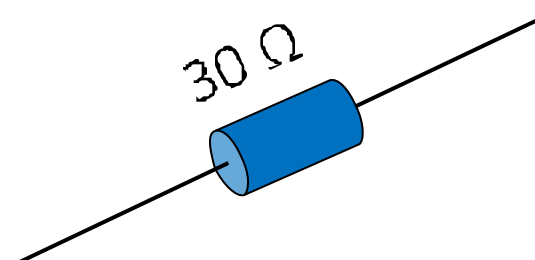
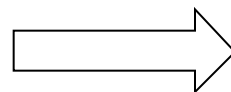
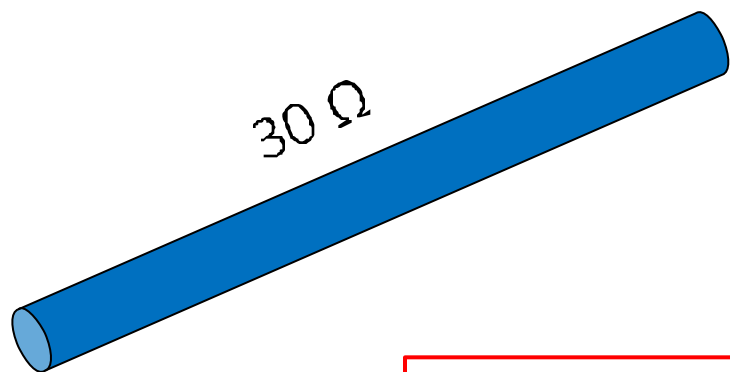
Giới thiệu (2)

- *Đường dây dài*: mô hình áp dụng cho mạch điện có kích thước đủ lớn so với bước sóng lan truyền trong mạch.
- Mạch cao tần & mạch truyền tải điện.
- Tại các điểm khác nhau trên cùng một đoạn mạch tại cùng một thời điểm, giá trị của dòng (hoặc áp) nói chung là khác nhau.
- → ngoài dòng và áp, mô hình đường dây dài còn phải kể đến yếu tố không gian.



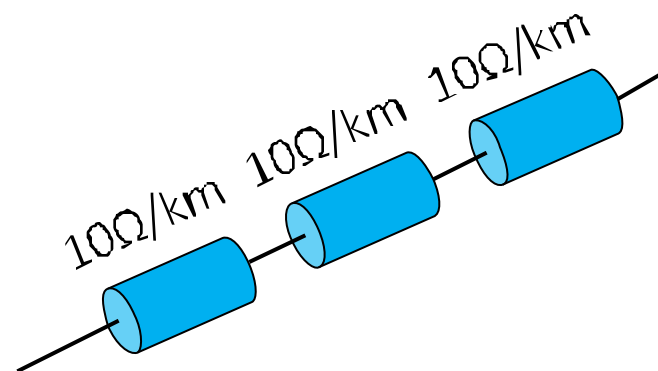
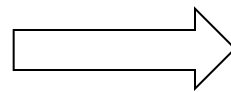
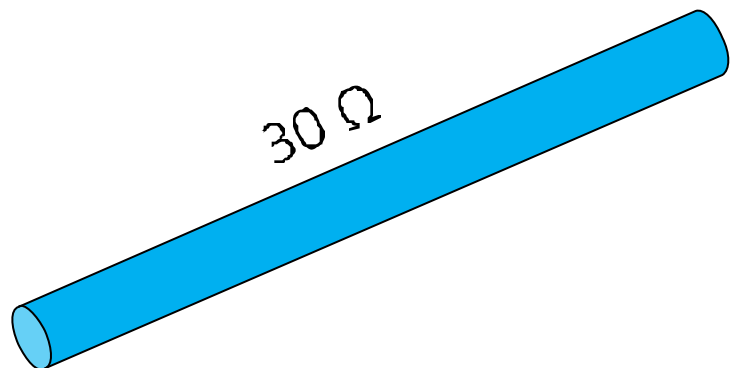


Giới thiệu (3)



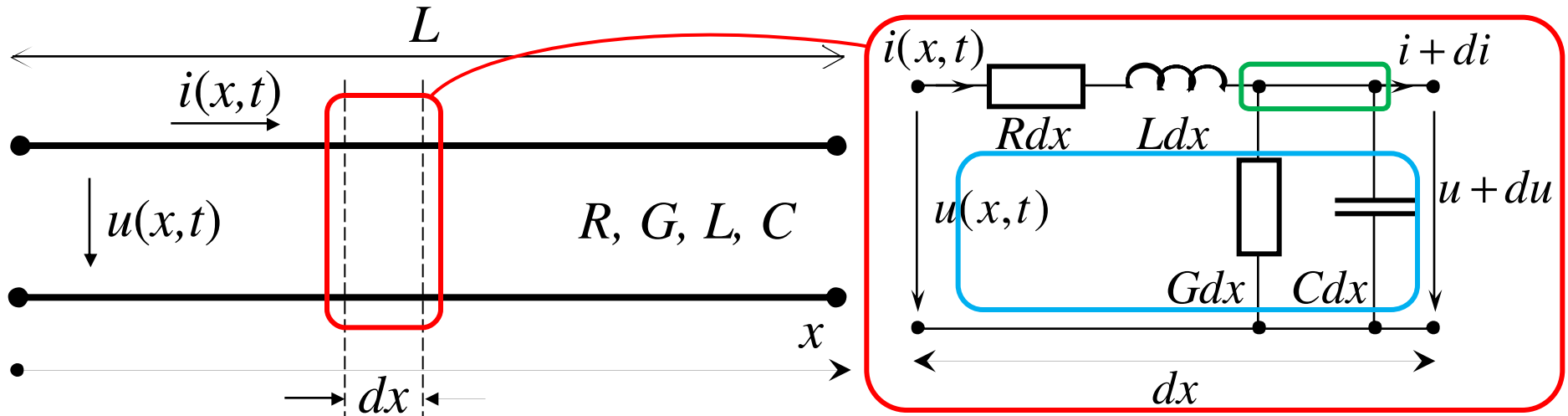
Mạch có thông số tập trung/đường dây ngắn

Mạch có thông số rải/đường dây dài





Giới thiệu (4)



$$i - (i + di) - (Gdx)(u + du) - (Cdx)(u + du)' = 0$$

$$-u + (Rdx)i + (Ldx)i' + u + du = 0$$

$$\rightarrow \begin{cases} du + (Rdx)i + (Ldx)(di / dt) = 0 \\ di + (Gdx)u + (Cdx)(du / dt) = 0 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} -\frac{\partial u}{\partial x} = Ri + L \frac{\partial i}{\partial t} \\ -\frac{\partial i}{\partial x} = Gu + C \frac{\partial u}{\partial t} \end{cases}$$





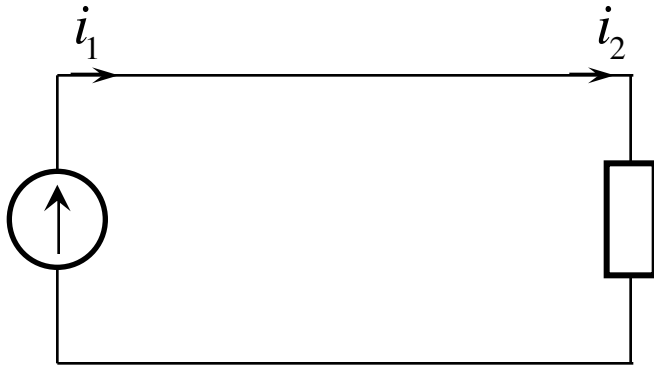
Giới thiệu (5)

$$\begin{cases} -\frac{\partial u}{\partial x} = Ri + L \frac{\partial i}{\partial t} \\ -\frac{\partial i}{\partial x} = Gu + C \frac{\partial u}{\partial t} \end{cases}$$

- Áp dụng khi kích thước mạch lớn hơn 10% bước sóng.
- Nghiệm phụ thuộc biên kiện $x = x_1$, $x = x_2$ & sơ kiện $t = t_0$.
- R (Ω/km), L (H/km), C (F/km) & G (S/km) phụ thuộc chất liệu của đường dây.
- Nếu R (hoặc H , C , G) = $f(i, x)$ thì đó là đường dây không đều.
- Trong thực tế các thông số này phụ thuộc nhiều yếu tố \rightarrow không xét đến.
- Chỉ giới hạn ở đường dây dài đều & tuyến tính.

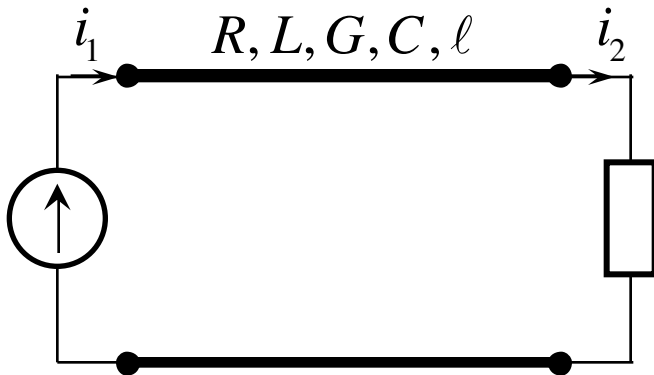


Giới thiệu (6)



Mạch có thông số tập trung (mạch thông thường):

- $thời_gian_lan_truyền = 0$
- $i_1 = i_2$



Mạch có thông số rải (đường dây dài):

- $thời_gian_lan_truyền > 0$
- $i_1 \neq i_2$



Lý thuyết mạch II

I. Quá trình quá độ

II. Mạch phi tuyến

III. Đường dây dài

1. Giới thiệu

2. Chế độ xác lập điều hòa

a) Điện áp và dòng điện

b) Các thông số đặc trưng

c) Phản xạ sóng

d) Phân bố dạng hyperbole

e) Đường dây dài đều không tiêu tán

f) Mạng hai cửa tương đương

3. Chế độ quá độ





Điện áp và dòng điện (1)

- *Chế độ xác lập điều hòa*: Nguồn điều hoà (xoay chiều), mạch ở trạng thái ổn định.
- Là chế độ làm việc bình thường & phổ biến.
- Dòng & áp có dạng hình sin, nhưng biên độ & pha phụ thuộc tọa độ:

$$\begin{cases} u(x, t) = \sqrt{2}U(x) \sin[\omega t + \varphi_u(x)] \\ i(x, t) = \sqrt{2}I(x) \sin[\omega t + \varphi_i(x)] \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dot{U}(x) \\ \dot{I}(x) \end{cases}$$





Điện áp và dòng điện (2)

$$\left\{ \begin{array}{l} -\frac{\partial u}{\partial x} = Ri + L \frac{\partial i}{\partial t} \\ -\frac{\partial i}{\partial x} = Gu + C \frac{\partial u}{\partial t} \end{array} \right\}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} i = I_m \sin(\omega t + \varphi_i) \\ u = U_m \sin(\omega t + \varphi_u) \end{array} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial i}{\partial t} \leftrightarrow j\omega \dot{I} \\ \frac{\partial u}{\partial t} \leftrightarrow j\omega \dot{U} \end{array} \right\}$$

$$\rightarrow \left\{ \begin{array}{l} -\frac{d\dot{U}}{dx} = R\dot{I} + j\omega L\dot{I} = (R + j\omega L)\dot{I} \\ -\frac{d\dot{I}}{dx} = G\dot{U} + j\omega C\dot{U} = (G + j\omega C)\dot{U} \end{array} \right.$$





Điện áp và dòng điện (3)

$$\left\{ \begin{array}{l} -\frac{d\dot{U}}{dx} = (R + j\omega L)\dot{I} \\ -\frac{d\dot{I}}{dx} = (G + j\omega C)\dot{U} \end{array} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} -\frac{d\dot{U}}{dx} = Z\dot{I} \\ -\frac{d\dot{I}}{dx} = Y\dot{U} \end{array} \right. \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{d^2\dot{U}}{dx^2} = ZY\dot{U} \\ \frac{d^2\dot{I}}{dx^2} = ZY\dot{I} \end{array} \right\}$$

$Z = R + j\omega L; Y = G + j\omega C$

Đặt $\boxed{\gamma = \sqrt{ZY}}$ (hệ số truyền sóng)

$$\rightarrow \begin{cases} \dot{U}(x) = \dot{A}_1 e^{-\gamma x} + \dot{A}_2 e^{\gamma x} \\ \dot{I}(x) = \dot{B}_1 e^{-\gamma x} + \dot{B}_2 e^{\gamma x} \end{cases}$$





Điện áp và dòng điện (4)

$$\left\{ \begin{array}{l} -\frac{d\dot{U}}{dx} = Z\dot{I} \\ -\frac{d\dot{I}}{dx} = Y\dot{U} \end{array} \right. \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \dot{U}(x) = \dot{A}_1 e^{-\gamma x} + \dot{A}_2 e^{\gamma x} \\ \dot{I}(x) = \dot{B}_1 e^{-\gamma x} + \dot{B}_2 e^{\gamma x} \end{array} \right.$$

Đặt $\boxed{Z_c = \frac{Z}{\gamma}}$ (tổng trở sóng)

$$\rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \dot{U} = \dot{A}_1 e^{-\gamma x} + \dot{A}_2 e^{\gamma x} \\ \dot{I} = \frac{\dot{A}_1}{Z_c} e^{-\gamma x} - \frac{\dot{A}_2}{Z_c} e^{\gamma x} \end{array} \right.$$





Điện áp và dòng điện (5)

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{U} = \dot{A}_1 e^{-\gamma x} + \dot{A}_2 e^{\gamma x} \\ \dot{I} = \frac{\dot{A}_1}{Z_c} e^{-\gamma x} - \frac{\dot{A}_2}{Z_c} e^{\gamma x} \end{array} \right.$$

$$\dot{A}_1 = A_1 e^{j\phi_1}; \quad \dot{A}_2 = A_2 e^{j\phi_2}; \quad Z_c = z_c e^{j\theta}; \quad \gamma = \alpha + j\beta$$

$$\rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \dot{U} = A_1 e^{-\alpha x} e^{-j\beta x + j\phi_1} + A_2 e^{\alpha x} e^{j\beta x + j\phi_2} \\ \dot{I} = \frac{A_1}{z_c} e^{-\alpha x} e^{-j\beta x + j\phi_1 - j\theta} - \frac{A_2}{z_c} e^{\alpha x} e^{j\beta x + j\phi_2 - j\theta} \end{array} \right.$$

$$\rightarrow \left\{ \begin{array}{l} u(x,t) = \sqrt{2} A_1 e^{-\alpha x} \sin(\omega t + \phi_1 - \beta x) + \sqrt{2} A_2 e^{\alpha x} \sin(\omega t + \phi_2 + \beta x) \\ i(x,t) = \sqrt{2} \frac{A_1}{z_c} e^{-\alpha x} \sin(\omega t + \phi_1 - \theta - \beta x) - \sqrt{2} \frac{A_2}{z_c} e^{\alpha x} \sin(\omega t + \phi_2 - \theta + \beta x) \end{array} \right.$$





Điện áp và dòng điện (6)

$$\begin{cases} u(x,t) = \sqrt{2}A_1 e^{-\alpha x} \sin(\omega t + \phi_1 - \beta x) + \sqrt{2}A_2 e^{\alpha x} \sin(\omega t + \phi_2 + \beta x) \\ i(x,t) = \sqrt{2} \frac{A_1}{Z_c} e^{-\alpha x} \sin(\omega t + \phi_1 - \theta - \beta x) - \sqrt{2} \frac{A_2}{Z_c} e^{\alpha x} \sin(\omega t + \phi_2 - \theta + \beta x) \end{cases}$$

$$\begin{cases} u(x,t) = u^+(x,t) + u^-(x,t) \\ i(x,t) = i^+(x,t) - i^-(x,t) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{U}(x) = \dot{U}^+(x) + \dot{U}^-(x) = \dot{A}_1 e^{-\alpha x} + \dot{A}_2 e^{\alpha x} \\ \dot{I}(x) = \dot{I}^+(x) - \dot{I}^-(x) = \frac{\dot{U}^+(x)}{Z_c} - \frac{\dot{U}^-(x)}{Z_c} \end{cases}$$

y^+ : sóng thuận
 y^- : sóng ngược





Lý thuyết mạch II

I. Quá trình quá độ

II. Mạch phi tuyến

III. Đường dây dài

1. Giới thiệu

2. Chế độ xác lập điều hòa

a) Điện áp và dòng điện

b) Các thông số đặc trưng

c) Phản xạ sóng

d) Phân bố dạng hyperbole

e) Đường dây dài đều không tiêu tán

f) Mạng hai cửa tương đương

3. Chế độ quá độ





Các thông số đặc trưng (1)

$$u^+(x, t) = \sqrt{2}A_1 e^{-\alpha x} \sin(\omega t + \phi_1 - \beta x)$$

$$\gamma(\omega) = \sqrt{ZY} = \alpha(\omega) + j\beta(\omega) \quad (1/m)$$

$$\alpha(\omega) = \text{Re}\{\gamma\} : \text{hệ số suy giảm (Np/m)}$$

$$\beta(\omega) = \text{Im}\{\gamma\} : \text{hệ số pha (rad/m)}$$

$$v(\omega) = \frac{\omega}{\beta} : \text{vận tốc truyền sóng (m/s)}$$

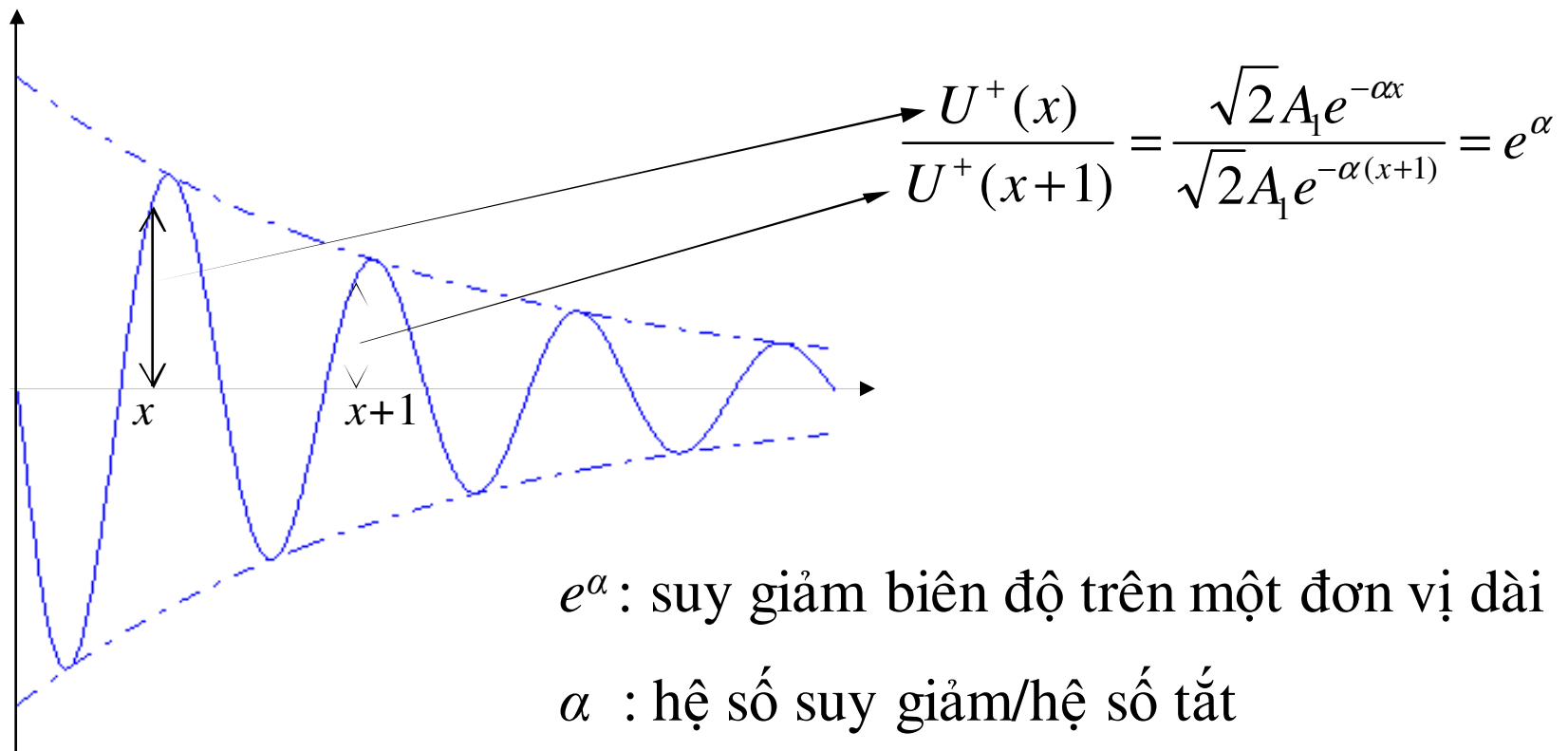
$$Z_c(\omega) = \frac{Z}{\gamma} = \frac{Z}{\sqrt{ZY}} = \sqrt{\frac{Z}{Y}} : \text{tổng trở sóng } (\Omega)$$



Các thông số đặc trưng (2)

$$u^+(x, t) = \sqrt{2}A_1 e^{-\alpha x} \sin(\omega t + \varphi_1 - \beta x)$$

$$\gamma(\omega) = \alpha(\omega) + j\beta(\omega)$$





Các thông số đặc trưng (3)

$$u^+(x, t) = \sqrt{2}A_1 e^{-\alpha x} \sin(\omega t + \varphi_1 - \beta x)$$

$$\gamma(\omega) = \alpha(\omega) + j\beta(\omega)$$

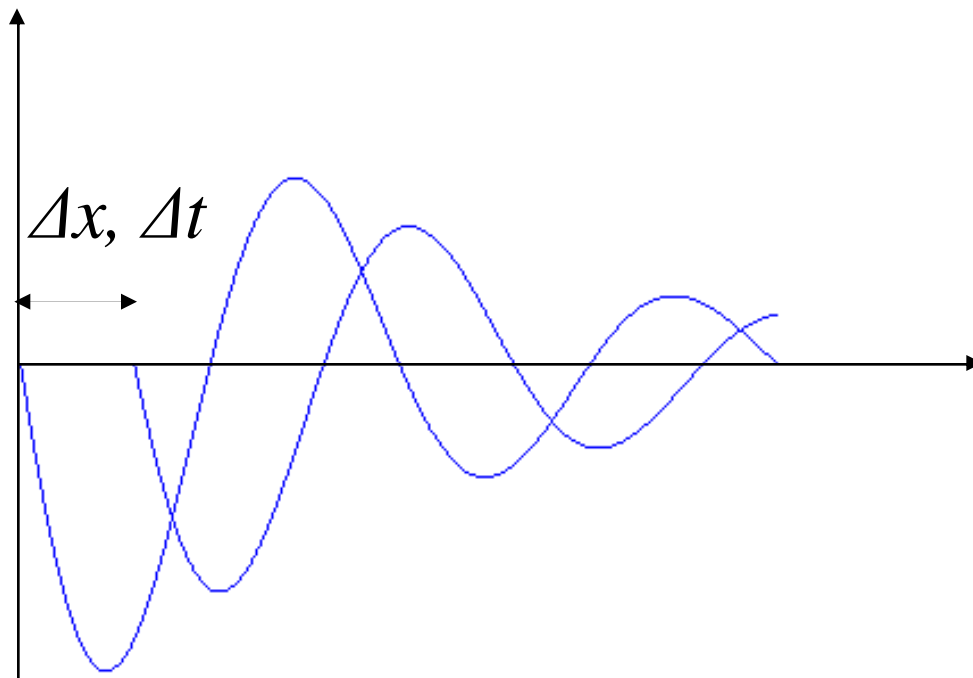
- Tại x : góc pha là $\omega t + \varphi_1 - \beta x$
- Tại $x+1$: góc pha là $\omega t + \varphi_1 - \beta(x + 1) = \omega t + \varphi_1 - \beta x - \beta$
- $\Phi(x) - \Phi(x+1) = \beta$
- β : hệ số pha/biến thiên pha trên một đơn vị dài



Các thông số đặc trưng (4)

$$u^+(x, t) = \sqrt{2}A_1 e^{-\alpha x} \sin(\omega t + \varphi_1 - \beta x)$$

$$\gamma(\omega) = \alpha(\omega) + j\beta(\omega)$$



$$\sin(\omega \Delta t - \beta \Delta x) = 0$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\omega}{\beta} = v$$

v : vận tốc truyền sóng



Các thông số đặc trưng (5)

Nếu $\boxed{\frac{R}{L} = \frac{G}{C}}$:
(Pupin hoá)

$$\left\{ \begin{array}{l} \gamma = \sqrt{RG} + j\omega\sqrt{RG} \frac{L}{R} \\ \alpha = \sqrt{RG} \\ \beta = \omega\sqrt{RG} \frac{L}{R} \\ v = \frac{\omega}{\beta} = \frac{\omega}{\omega\sqrt{RG} \frac{L}{R}} = \boxed{\frac{1}{\sqrt{LC}}} \\ Z_c = \sqrt{\frac{Z}{Y}} = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}} = \sqrt{\frac{R(1 + j\omega \frac{L}{R})}{G(1 + j\omega \frac{C}{G})}} = \sqrt{\frac{R}{G}} \end{array} \right.$$



Các thông số đặc trưng (6)

VD

Xét đường dây truyền tải điện dài đều có $R = 10 \Omega/\text{km}$; $L = 5 \text{ mH}/\text{km}$; $C = 4 \cdot 10^{-9} \text{ F}/\text{km}$; $G = 10^{-6} \text{ S}/\text{km}$; $f = 50 \text{ Hz}$. Tính tổng trở, tổng dẫn, hệ số truyền sóng, hệ số suy giảm, hệ số pha, tổng trở sóng, vận tốc truyền sóng?

$$\omega = 2\pi f = 2 \cdot 3,14 \cdot 50 = 314 \text{ rad/s}$$

$$Z = R + j\omega L = 10 + j314(5 \cdot 10^{-3}) = 10 + j1,57 \Omega/\text{km}$$

$$Y = G + j\omega C = 10^{-6} + j314(4 \cdot 10^{-9}) = (1 + j1,26)10^{-6} \text{ S}/\text{km}$$

$$\gamma = \sqrt{ZY} = \sqrt{(10 + j1,57)(1 + j1,26)10^{-6}} = 0,0035 + j0,0020 \text{ 1}/\text{km}$$

$$\alpha = \text{Re}\{\gamma\} = \text{Re}\{0,0035 + j0,0020\} = 0,0035 \text{ Np}/\text{km}$$

$$\beta = \text{Im}\{\gamma\} = \text{Im}\{0,0035 + j0,0020\} = 0,0020 \text{ rad}/\text{km}$$

$$Z_c = \sqrt{Z/Y} = \sqrt{(10 + j1,57)/[(1 + j1,26)10^{-6}]} = 2339,4 - j911,2 \Omega$$

$$v = \omega/\beta = 314/0,0020 = 154860 \text{ km/s}$$





Lý thuyết mạch II

I. Quá trình quá độ

II. Mạch phi tuyến

III. Đường dây dài

1. Giới thiệu

2. Chế độ xác lập điều hòa

a) Điện áp và dòng điện

b) Các thông số đặc trưng

c) Phản xạ sóng

d) Phân bố dạng hyperbole

e) Đường dây dài đều không tiêu tán

f) Mạng hai cửa tương đương

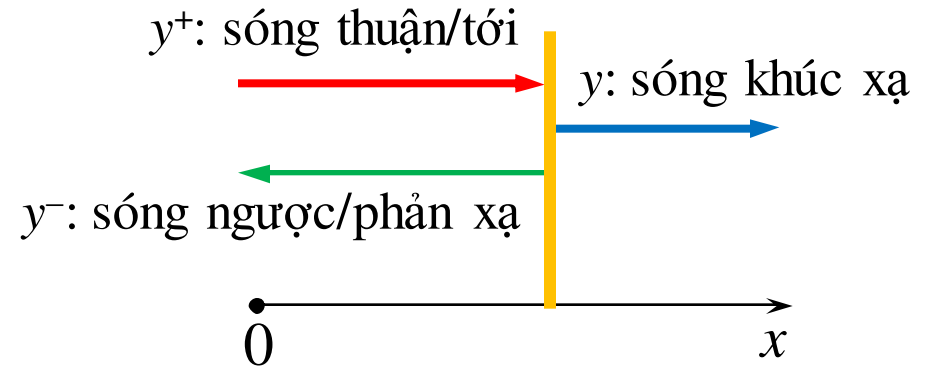
3. Chế độ quá độ





Phản xạ sóng (1)

$$\begin{cases} u(x,t) = u^+(x,t) + u^-(x,t) \\ i(x,t) = i^+(x,t) - i^-(x,t) \end{cases}$$



Hệ số phản xạ $n(x) = \frac{\dot{U}^-(x)}{\dot{U}^+(x)} = \frac{\dot{I}^-(x)}{\dot{I}^+(x)}$





Phản xạ sóng (2)

$$n(x) = \frac{\dot{U}^-(x)}{\dot{U}^+(x)} = \frac{\dot{I}^-(x)}{\dot{I}^+(x)}$$

$$\begin{cases} \dot{U}(x) = \dot{U}^+(x) + \dot{U}^-(x) \\ \dot{I}(x) = \dot{U}^+(x) / Z_c - \dot{U}^-(x) / Z_c \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \dot{U}^+(x) = [\dot{U}(x) + Z_c \dot{I}(x)] / 2 \\ \dot{U}^-(x) = [\dot{U}(x) - Z_c \dot{I}(x)] / 2 \end{cases}$$

$$\rightarrow n(x) = \frac{\dot{U}(x) - Z_c \dot{I}(x)}{\dot{U}(x) + Z_c \dot{I}(x)}$$

$$\text{Tổng trở vào ở } x: Z(x) = \frac{\dot{U}(x)}{\dot{I}(x)}$$

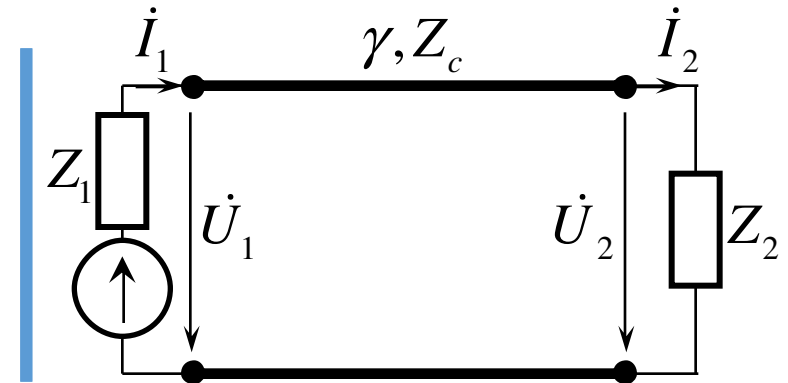
$$\rightarrow n(x) = \frac{Z(x)\dot{I}(x) - Z_c \dot{I}(x)}{Z(x)\dot{I}(x) + Z_c \dot{I}(x)} = \frac{Z(x) - Z_c}{Z(x) + Z_c}$$





Phản xạ sóng (3)

$$n(x) = \frac{\dot{U}^-(x)}{\dot{U}^+(x)} = \frac{\dot{I}^-(x)}{\dot{I}^+(x)} = \frac{Z(x) - Z_c}{Z(x) + Z_c}$$



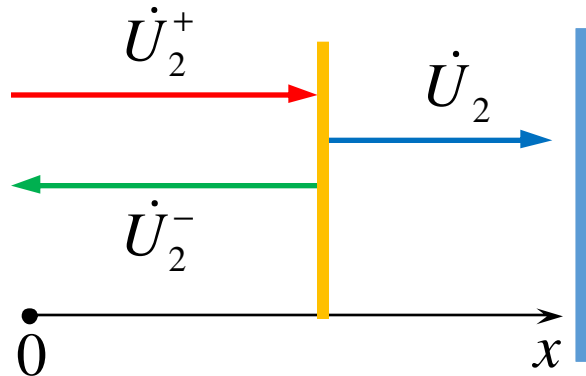
Cuối đường dây: $Z(x) = Z_2 \rightarrow n_2 = \frac{Z_2 - Z_c}{Z_2 + Z_c}$

Đầu đường dây: $Z(x) = Z_1 \rightarrow n_1 = \frac{Z_1 - Z_c}{Z_1 + Z_c}$

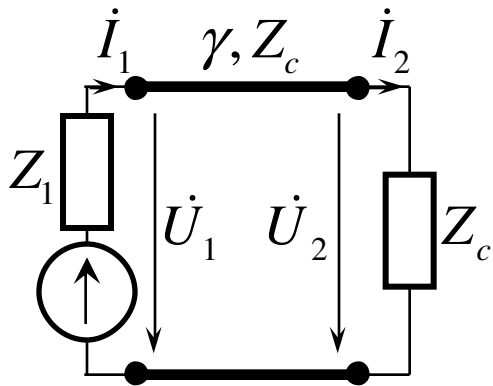
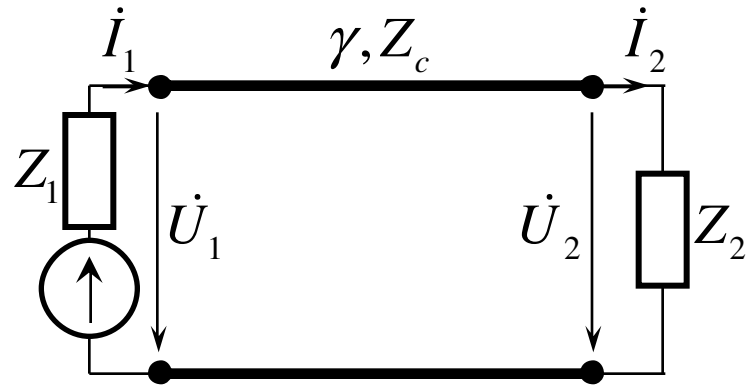
Các hệ số phản xạ phụ thuộc R, L, C, G, ω, Z_1 & Z_2



Phản xạ sóng (4)



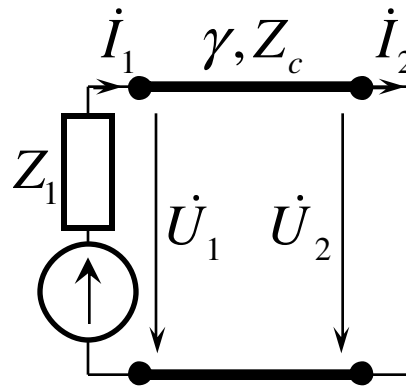
$$n_2 = \frac{Z_2 - Z_c}{Z_2 + Z_c} = \frac{\dot{U}_2^-}{\dot{U}_2^+}$$



$$Z_2 = Z_c \rightarrow n_2 = 0$$

$$\rightarrow \dot{U}_2^- = 0$$

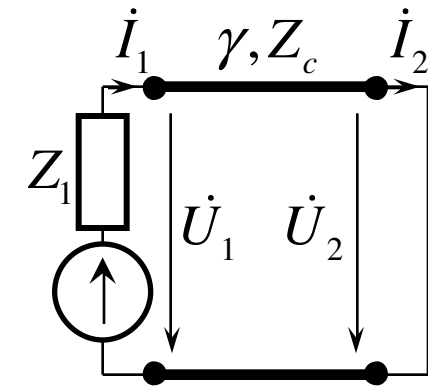
(hòa hợp tải)



$$Z_2 \rightarrow \infty \rightarrow n_2 = 1$$

$$\rightarrow \dot{U}_2^- = \dot{U}_2^+$$

(phản xạ toàn phần)



$$Z_2 = 0 \rightarrow n_2 = -1$$

$$\rightarrow \dot{U}_2^- = -\dot{U}_2^+$$

(phản xạ toàn phần & đổi dấu)

Phản xạ sóng (5)

VD

Xét đường dây dài đều có $R = 0$; $L = 5 \text{ mH/km}$;
 $C = 4 \cdot 10^{-9} \text{ F/km}$; $G = 0$; $f = 50 \text{ Hz}$; $U_2 = 220 \text{ kV}$;
 $Z_2 = 1 \text{ k}\Omega$. Tính điện áp tới & điện áp phản xạ ở
 cuối dây?

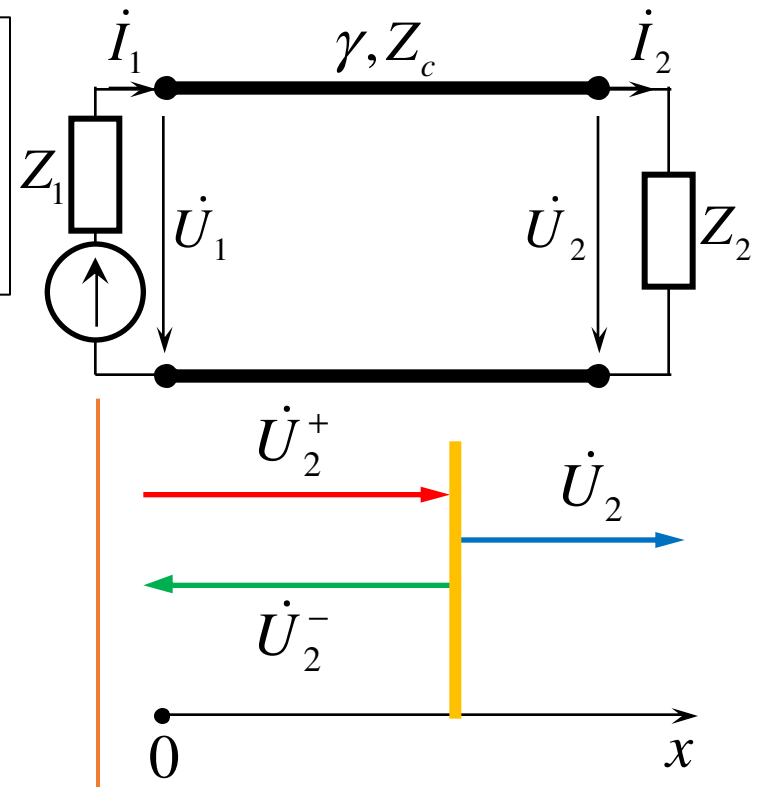
$$n_2 = \frac{Z_2 - Z_c}{Z_2 + Z_c} = \frac{\dot{U}_2^-}{\dot{U}_2^+} \rightarrow \dot{U}_2^- = n_2 \dot{U}_2^+$$

$$Z_c = \sqrt{\frac{Z}{Y}} = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}} = \sqrt{\frac{L}{C}} = 1118 \Omega$$

$$n_2 = \frac{Z_2 - Z_c}{Z_2 + Z_c} = \frac{1000 - 1118}{1000 + 1118} = -0,0557$$

$$\dot{U}_2 = \dot{U}_2^+ + \dot{U}_2^-$$

$$\rightarrow \dot{U}_2 = \dot{U}_2^+ + n_2 \dot{U}_2^+ \rightarrow \dot{U}_2^+ = \frac{\dot{U}_2}{1 + n_2} = \frac{220}{1 - 0,0557} = \boxed{232,98 \text{ kV}}$$





Lý thuyết mạch II

I. Quá trình quá độ

II. Mạch phi tuyến

III. Đường dây dài

1. Giới thiệu

2. Chế độ xác lập điều hòa

a) Điện áp và dòng điện

b) Các thông số đặc trưng

c) Phản xạ sóng

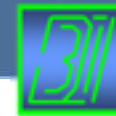
d) Phân bố dạng hyperbole

e) Đường dây dài đều không tiêu tán

f) Mạng hai cửa tương đương

3. Chế độ quá độ





Phân bố dạng hyperbole (1)

$$\text{sh } x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

$$\text{ch } x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

$$\text{th } x = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$$

$$\text{coth } x = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}$$

$$\text{sh } 0 = \frac{e^0 - e^{-0}}{2} = 0$$

$$\text{ch } 0 = \frac{e^0 + e^{-0}}{2} = 1$$

$e = 2,7182818284590452353602874713527\dots$





Phân bố dạng hyperbole (2)

$$\text{sh}(3) = \frac{e^3 - e^{-3}}{2} = \frac{20,09 - 0,050}{2} = 10,02$$

$$\text{sh } x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

$$e^{j\varphi} = \cos \varphi + j \sin \varphi$$

$$\begin{aligned} \text{sh}(j3) &= \frac{e^{j3} - e^{-j3}}{2} = \frac{[\cos(3) + j \sin(3)] - [\cos(-3) + j \sin(-3)]}{2} \\ &= \frac{j2 \sin(3)}{2} = j0,14 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{sh}(4 + j3) &= \frac{e^{4+j3} - e^{-4-j3}}{2} = \frac{e^4 e^{j3} - e^{-4} e^{-j3}}{2} \\ &= \frac{e^4 [\cos(3) + j \sin(3)] - e^{-4} [\cos(-3) + j \sin(-3)]}{2} \\ &= -27,02 + j3,85 \end{aligned}$$





Phân bố dạng hyperbole (3)

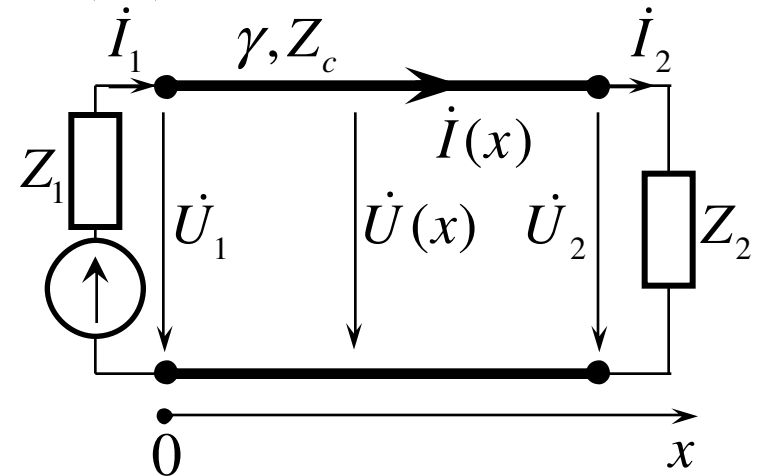
$$\left\{ \begin{array}{l} -\frac{d\dot{U}}{dx} = Z\dot{I} \\ -\frac{d\dot{I}}{dx} = Y\dot{U} \end{array} \right. \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \dot{U} = \dot{A}_1 e^{-\gamma x} + \dot{A}_2 e^{\gamma x} \rightarrow \dot{U}(x) = M \operatorname{ch}(\gamma x) + N \operatorname{sh}(\gamma x) \\ \dot{I} = \frac{\dot{A}_1}{Z_c} e^{-\gamma x} - \frac{\dot{A}_2}{Z_c} e^{\gamma x} \end{array} \right. \left. \begin{array}{l} \\ -\frac{d\dot{I}}{dx} = Y\dot{U} \end{array} \right\}$$

$$\rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \dot{U}(x) = M \operatorname{ch}(\gamma x) + N \operatorname{sh}(\gamma x) \\ \dot{I}(x) = -\frac{M \operatorname{sh}(\gamma x) + N \operatorname{ch}(\gamma x)}{Z_c} \end{array} \right.$$



Phân bố dạng hyperbole (4)

$$\begin{cases} \dot{U}(x) = M \operatorname{ch}(\gamma x) + N \operatorname{sh}(\gamma x) \\ \dot{I}(x) = -\frac{M \operatorname{sh}(\gamma x) + N \operatorname{ch}(\gamma x)}{Z_c} \end{cases}$$



$$\begin{cases} \dot{U}(x=0) = \dot{U}_1 = M \operatorname{ch} 0 + N \operatorname{sh} 0 = M \\ \dot{I}(x=0) = \dot{I}_1 = -\frac{M \operatorname{sh} 0 + N \operatorname{ch} 0}{Z_c} = -\frac{N}{Z_c} \end{cases}$$

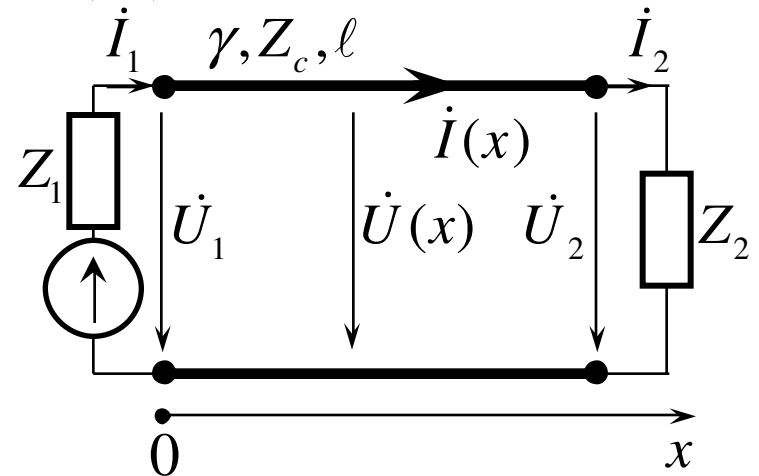
$$\rightarrow \begin{cases} M = \dot{U}_1 \\ N = -Z_c \dot{I}_1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \dot{U}(x) = \dot{U}_1 \operatorname{ch}(\gamma x) - Z_c \dot{I}_1 \operatorname{sh}(\gamma x) \\ \dot{I}(x) = -\frac{\dot{U}_1}{Z_c} \operatorname{sh}(\gamma x) + \dot{I}_1 \operatorname{ch}(\gamma x) \end{cases}$$



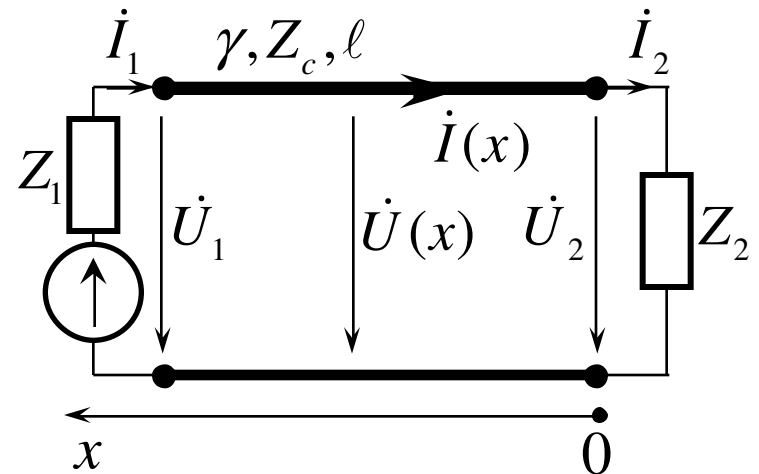


Phân bố dạng hyperbole (5)

$$\begin{cases} \dot{U}(x) = \dot{U}_1 \operatorname{ch}(\gamma x) - Z_c \dot{I}_1 \operatorname{sh}(\gamma x) \\ \dot{I}(x) = -\frac{\dot{U}_1}{Z_c} \operatorname{sh}(\gamma x) + \dot{I}_1 \operatorname{ch}(\gamma x) \end{cases}$$



$$\begin{cases} \dot{U}(x) = \dot{U}_2 \operatorname{ch}(\gamma x) + Z_c \dot{I}_2 \operatorname{sh}(\gamma x) \\ \dot{I}(x) = \frac{\dot{U}_2}{Z_c} \operatorname{sh}(\gamma x) + \dot{I}_2 \operatorname{ch}(\gamma x) \end{cases}$$



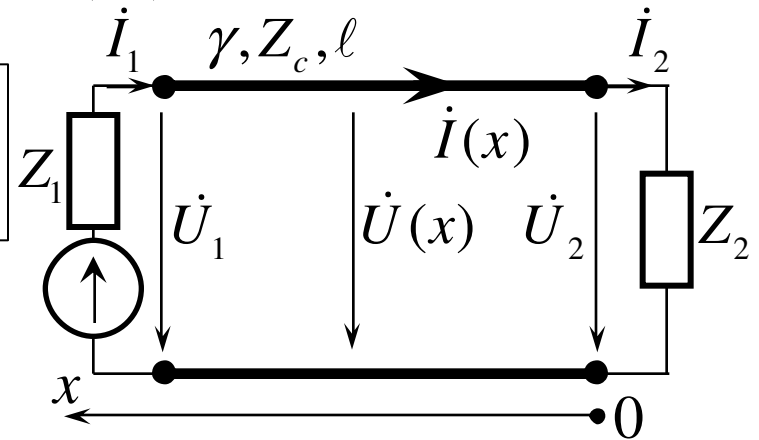
$$\begin{cases} \dot{U}_1 = \dot{U}_2 \operatorname{ch}(\gamma l) + Z_c \dot{I}_2 \operatorname{sh}(\gamma l) \\ \dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_2}{Z_c} \operatorname{sh}(\gamma l) + \dot{I}_2 \operatorname{ch}(\gamma l) \end{cases}$$



Phân bố dạng hyperbole (6)

VD1

Đường dây dài đều có $\ell = 100 \text{ km}$; $R = 0$; $G = 0$; $L = 5 \text{ mH/km}$; $C = 4 \cdot 10^{-9} \text{ F/km}$; $f = 50 \text{ Hz}$; $U_2 = 220 \text{ V}$; $Z_2 = 10 \Omega$. Viết phân bố áp & dòng dọc theo đường dây? Tính điện áp ở đầu dây?



$$\begin{cases} \dot{U}(x) = \dot{U}_2 \text{ch}(\gamma x) + Z_c \dot{I}_2 \text{sh}(\gamma x) \\ \dot{I}(x) = \frac{\dot{U}_2}{Z_c} \text{sh}(\gamma x) + \dot{I}_2 \text{ch}(\gamma x) \end{cases}$$

$$\gamma = \sqrt{ZY} = \sqrt{(j\omega L)(j\omega C)} = j\omega\sqrt{LC} = j0,0014 \text{ (1/km)}$$

$$Z_c = 1118 \Omega; \quad \dot{I}_2 = \dot{U}_2 / Z_2 = 220 / 10 = 22 \text{ A}$$

$$\rightarrow \begin{cases} \dot{U}(x) = 220 \text{ch}(j0,0014x) + 1118 \cdot 22 \text{sh}(j0,0014x) \\ \dot{I}(x) = \frac{220}{1118} \text{sh}(j0,0014x) + 22 \text{ch}(j0,0014x) \end{cases}$$

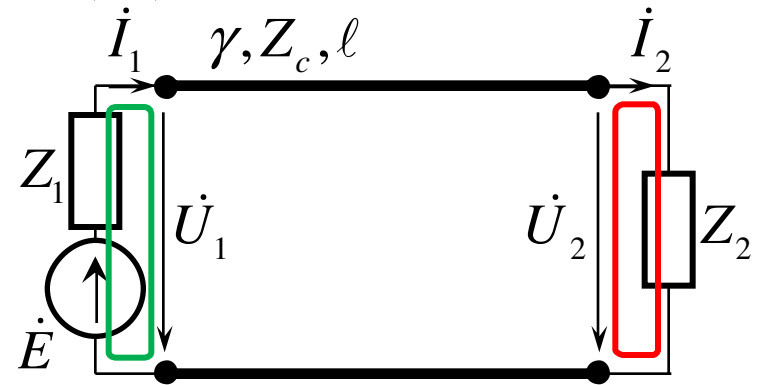
$$\rightarrow \begin{cases} \dot{U}(x) = 220 \text{ch}(j0,0014x) + 24596 \text{sh}(j0,0014x) \\ \dot{I}(x) = 0,1968 \text{sh}(j0,0014x) + 22 \text{ch}(j0,0014x) \end{cases}$$

$$\dot{U}_1 = \dot{U}(x = \ell) = 220 \text{ch}(j0,0014 \cdot 100) + 24596 \text{sh}(j0,0014 \cdot 100) = \boxed{3451 / 86,4^\circ \text{ V}}$$

Phân bố dạng hyperbole (7)

VD2

Đường dây dài đều có $\ell = 100 \text{ km}$; $R = 3 \text{ } \Omega/\text{km}$; $L = 5 \text{ mH}/\text{km}$;
 $G = 0$; $C = 4 \cdot 10^{-9} \text{ F}/\text{km}$; $f = 50 \text{ Hz}$; $E = 220 \text{ kV}$; $Z_1 = 50 \text{ } \Omega$;
 $Z_2 = 500 \text{ } \Omega$. Tính công suất của nguồn?



$$P_E = \text{Re} \{ \dot{E} \hat{I}_1 \}$$

$$\gamma = \sqrt{(3 + j314.5 \cdot 10^{-3})(j314.4 \cdot 10^{-9})} = 0,0011 + j0,0018 \text{ (1/km)}$$

$$Z_c = \sqrt{(3 + j314.5 \cdot 10^{-3}) / (j314.4 \cdot 10^{-9})} = 1405 - j850 \text{ } \Omega$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{U}_1 = \text{ch}(\gamma \ell) \dot{U}_2 + Z_c \text{sh}(\gamma \ell) \dot{I}_2 \\ \dot{I}_1 = \frac{\text{sh}(\gamma \ell)}{Z_c} \dot{U}_2 + \text{ch}(\gamma \ell) \dot{I}_2 \end{array} \right.$$

$$\boxed{Z_1 \dot{I}_1 + \dot{U}_1 = \dot{E}}; \quad \boxed{\dot{U}_2 = Z_2 \dot{I}_2}$$

$$\rightarrow \begin{cases} 220 - 50 \dot{I}_1 = \text{ch}[(0,0011 + j0,0018)100] \dot{U}_2 + Z_c \text{sh}[(0,0011 + j0,0018)100] \frac{\dot{U}_2}{500} \\ \dot{I}_1 = \frac{\text{sh}[(0,0011 + j0,0018)100]}{1405 - j850} \dot{U}_2 + \text{ch}[(0,0011 + j0,0018)100] \frac{\dot{U}_2}{500} \end{cases}$$

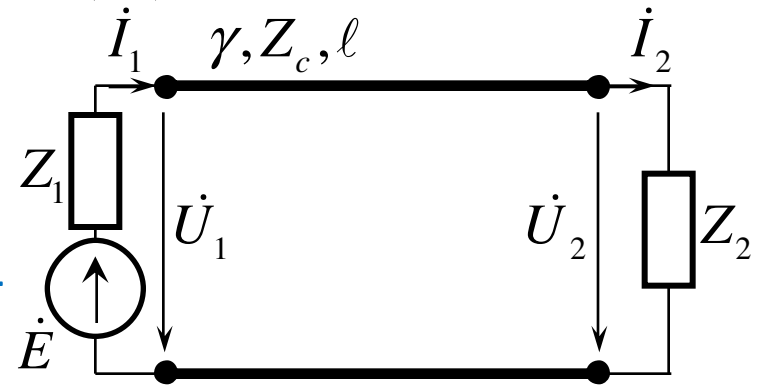


Phân bố dạng hyperbole (8)

VD2

Đường dây dài đều có $\ell = 100$ km; $R = 3 \Omega/\text{km}$; $L = 5$ mH/km;
 $G = 0$; $C = 4 \cdot 10^{-9}$ F/km; $f = 50$ Hz; $E = 220$ kV; $Z_1 = 50 \Omega$;
 $Z_2 = 500 \Omega$. Tính công suất của nguồn?

Cách 1



$$P_E = \text{Re}\{\dot{E}\hat{I}_1\}$$

$$\begin{cases} 220 - 50\dot{I}_1 = \text{ch}[(0,0011 + j0,0018)100]\dot{U}_2 + Z_c \text{sh}[(0,0011 + j0,0018)100]\frac{\dot{U}_2}{500} \\ \dot{I}_1 = \frac{\text{sh}[(0,0011 + j0,0018)100]}{1405 - j850}\dot{U}_2 + \text{ch}[(0,0011 + j0,0018)100]\frac{\dot{U}_2}{500} \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} \dot{U}_2 = 125 - j25,6 \text{ kV} \\ \dot{I}_1 = 0,25 - j0,030 \text{ kA} \end{cases}$$

$$\rightarrow P_E = \text{Re}\{220(0,25 + j0,030)\} = \boxed{55,50 \text{ MW}}$$

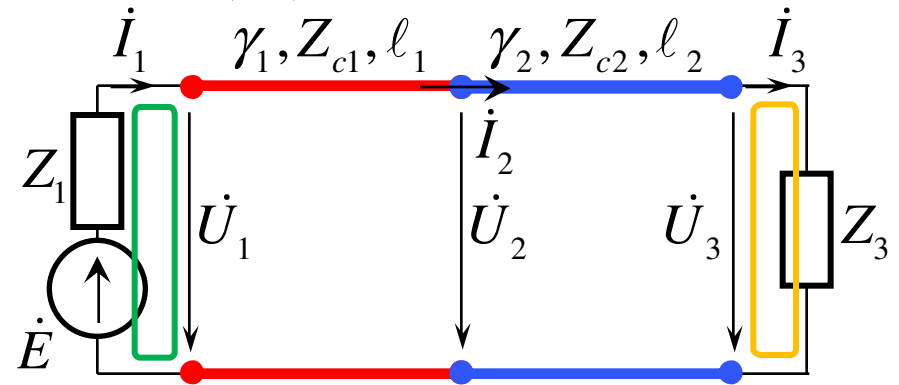




Phân bố dạng hyperbole (9)

VD3

$Z_{c1} = 100 + j200 \Omega$; $\gamma_1 = 0,001 + j0,002$; $l_1 = 100 \text{ km}$;
 $Z_{c2} = 300 \Omega$; $\gamma_2 = j0,004$; $l_2 = 150 \text{ km}$; $Z_1 = 50 \Omega$;
 $Z_3 = 500 \Omega$; $E = 220 \text{ kV}$. Tính i_1 & i_3 ?



Cách 1

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = \text{ch}(\gamma_1 l_1) \dot{U}_2 + Z_{c1} \text{sh}(\gamma_1 l_1) \dot{I}_2 \\ \dot{I}_1 = \frac{\text{sh}(\gamma_1 l_1)}{Z_{c1}} \dot{U}_2 + \text{ch}(\gamma_1 l_1) \dot{I}_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{U}_2 = \text{ch}(\gamma_2 l_2) \dot{U}_3 + Z_{c2} \text{sh}(\gamma_2 l_2) \dot{I}_3 \\ \dot{I}_2 = \frac{\text{sh}(\gamma_2 l_2)}{Z_{c2}} \dot{U}_3 + \text{ch}(\gamma_2 l_2) \dot{I}_3 \end{cases}$$

$$Z_1 \dot{I}_1 + \dot{U}_1 = \dot{E}; \quad \dot{U}_3 = Z_3 \dot{I}_3$$

$$\begin{cases} \dot{E} - Z_1 \dot{I}_1 = \text{ch}(\gamma_1 l_1) \dot{U}_2 + Z_{c1} \text{sh}(\gamma_1 l_1) \dot{I}_2 \\ \dot{I}_1 = \frac{\text{sh}(\gamma_1 l_1)}{Z_{c1}} \dot{U}_2 + \text{ch}(\gamma_1 l_1) \dot{I}_2 \\ \dot{U}_2 = \text{ch}(\gamma_2 l_2) Z_3 \dot{I}_3 + Z_{c2} \text{sh}(\gamma_2 l_2) \dot{I}_3 \\ \dot{I}_2 = \frac{\text{sh}(\gamma_2 l_2)}{Z_{c2}} Z_3 \dot{I}_3 + \text{ch}(\gamma_2 l_2) \dot{I}_3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{I}_1 = 758,00 + j166,99 \text{ A} \\ \dot{I}_3 = 408,18 - j239,25 \text{ A} \end{cases}$$



Phân bố dạng hyperbole (10)

VD4

$Z_{c1} = 100 + j200 \Omega$; $\gamma_1 = 0,001 + j0,002$; $l_1 = 100 \text{ km}$;
 $Z_{ca} = 300 \Omega$; $\gamma_a = j0,004$; $l_a = 150 \text{ km}$; $Z_{cb} = 400 \Omega$;
 $\gamma_b = j0,006$; $l_b = 250 \text{ km}$; $Z_1 = 50\Omega$; $Z_{3a} = 500\Omega$;
 $Z_{3b} = 200\Omega$; $E = 220\text{kV}$. Tính dòng điện qua nguồn?

Cách 1

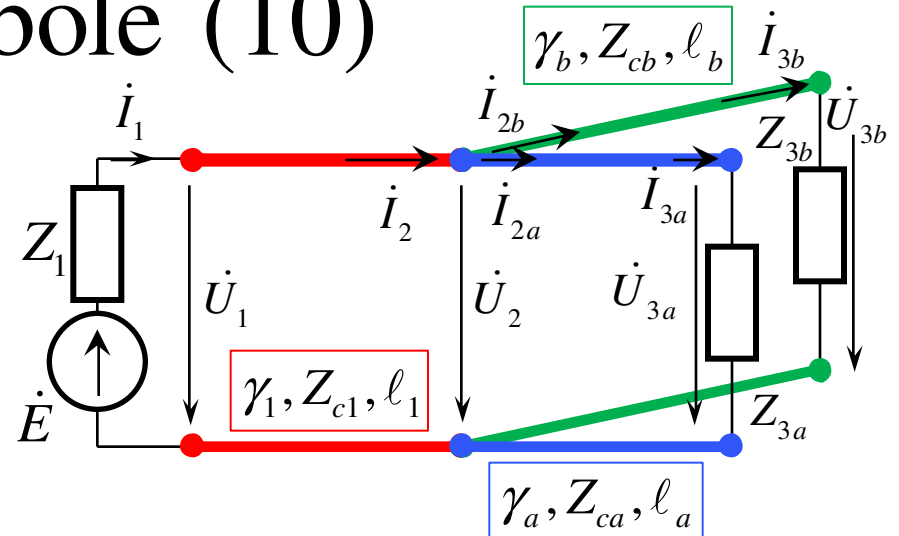
$$\begin{cases} \dot{U}_1 = \text{ch}(\gamma_1 l_1) \dot{U}_2 + Z_{c1} \text{sh}(\gamma_1 l_1) \dot{I}_2 \\ \dot{I}_1 = \text{sh}(\gamma_1 l_1) \dot{U}_2 / Z_{c1} + \text{ch}(\gamma_1 l_1) \dot{I}_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{U}_2 = \text{ch}(\gamma_a l_a) \dot{U}_{3a} + Z_{ca} \text{sh}(\gamma_a l_a) \dot{I}_{3a} \\ \dot{I}_{2a} = \text{sh}(\gamma_a l_a) \dot{U}_{3a} / Z_{ca} + \text{ch}(\gamma_a l_a) \dot{I}_{3a} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{U}_2 = \text{ch}(\gamma_b l_b) \dot{U}_{3b} + Z_{cb} \text{sh}(\gamma_b l_b) \dot{I}_{3b} \\ \dot{I}_{2b} = \text{sh}(\gamma_b l_b) \dot{U}_{3b} / Z_{cb} + \text{ch}(\gamma_b l_b) \dot{I}_{3b} \end{cases}$$

$$Z_1 \dot{I}_1 + \dot{U}_1 = \dot{E}; \quad \dot{U}_{3a} = Z_{3a} \dot{I}_{3a}; \quad \dot{U}_{3b} = Z_{3b} \dot{I}_{3b}$$

$$\dot{I}_2 = \dot{I}_{2a} + \dot{I}_{2b}$$



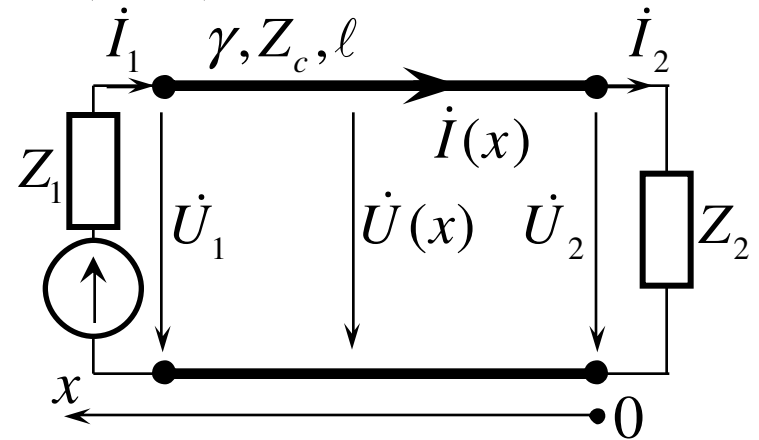
$\rightarrow \dot{I}_1$





Phân bố dạng hyperbole (11)

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Tổng trở vào ở } x: Z(x) = \frac{\dot{U}(x)}{\dot{I}(x)} \\ \dot{U}(x) = \dot{U}_2 \operatorname{ch}(\gamma x) + Z_c \dot{I}_2 \operatorname{sh}(\gamma x) \\ \dot{I}(x) = \frac{\dot{U}_2}{Z_c} \operatorname{sh}(\gamma x) + \dot{I}_2 \operatorname{ch}(\gamma x) \end{array} \right.$$



$$\rightarrow Z(x) = \frac{\dot{U}_2 \operatorname{ch}(\gamma x) + Z_c \dot{I}_2 \operatorname{sh}(\gamma x)}{\frac{\dot{U}_2}{Z_c} \operatorname{sh}(\gamma x) + \dot{I}_2 \operatorname{ch}(\gamma x)} = \frac{Z_2 \dot{I}_2 \operatorname{ch}(\gamma x) + Z_c \dot{I}_2 \operatorname{sh}(\gamma x)}{\frac{Z_2 \dot{I}_2}{Z_c} \operatorname{sh}(\gamma x) + \dot{I}_2 \operatorname{ch}(\gamma x)} = \boxed{Z_c \frac{Z_2 + Z_c \operatorname{th}(\gamma x)}{Z_2 \operatorname{th}(\gamma x) + Z_c}}$$

$$Z_2 = 0 \rightarrow Z_{\text{ngắn mạch}} = Z_c \operatorname{th}(\gamma x)$$

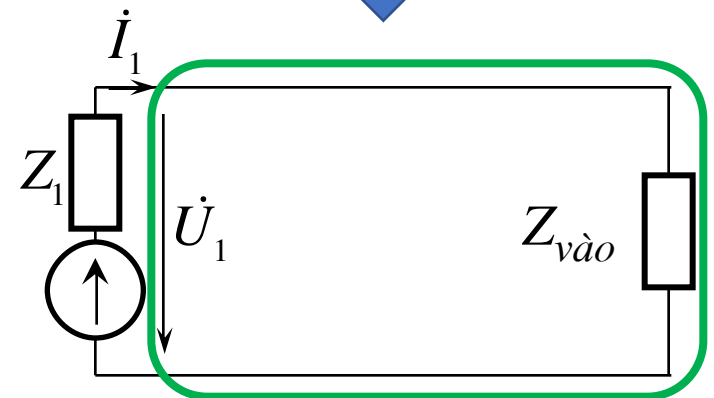
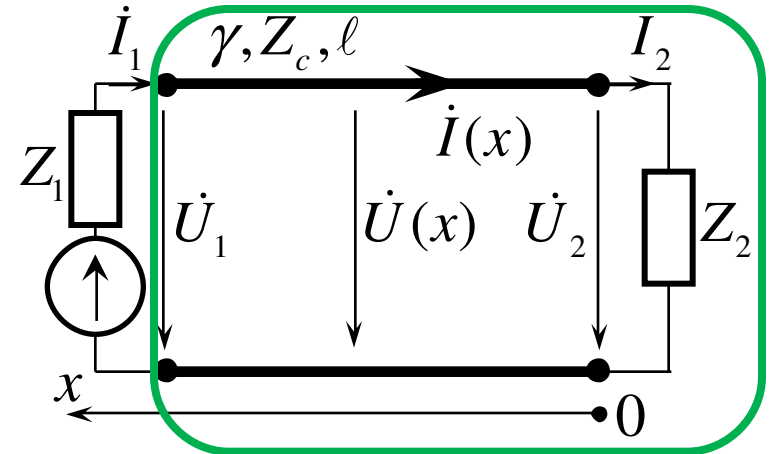
$$Z_2 = \infty \rightarrow Z_{\text{hở mạch}} = \frac{Z_c}{\operatorname{th}(\gamma x)}$$

$$\rightarrow \boxed{Z_c = \sqrt{Z_{\text{ngắn mạch}} Z_{\text{hở mạch}}}}$$



Phân bố dạng hyperbole (12)

$$\begin{cases} Z(x) = Z_c \frac{Z_2 + Z_c \operatorname{th}(\gamma x)}{Z_2 \operatorname{th}(\gamma x) + Z_c} \\ Z_{\text{vào}} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} \end{cases}$$



$$\rightarrow Z_{\text{vào}} = \boxed{Z_c \frac{Z_2 + Z_c \operatorname{th}(\gamma l)}{Z_2 \operatorname{th}(\gamma l) + Z_c}}$$

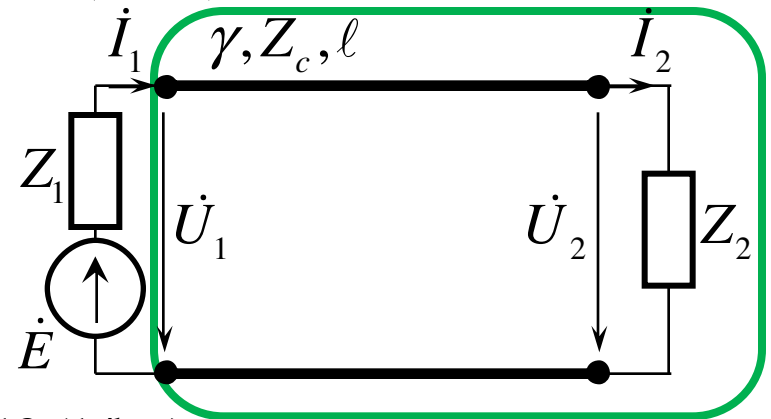


Phân bố dạng hyperbole (13)

VD2

Đường dây dài đều có $l = 100$ km; $R = 3 \Omega/\text{km}$; $L = 5$ mH/km;
 $G = 0$; $C = 4 \cdot 10^{-9}$ F/km; $f = 50$ Hz; $E = 220$ kV; $Z_1 = 50 \Omega$;
 $Z_2 = 500 \Omega$. Tính công suất của nguồn?

Cách 2



$$P_E = \text{Re}\{\dot{E}\hat{I}_1\}$$

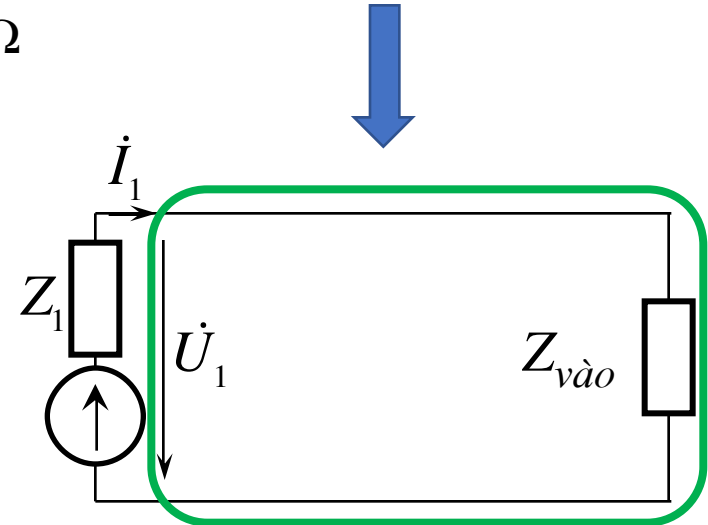
$$\gamma = \sqrt{(3 + j314.5 \cdot 10^{-3})(j314.4 \cdot 10^{-9})} = 0,0011 + j0,0018 \text{ (1/km)}$$

$$Z_c = \sqrt{(3 + j314.5 \cdot 10^{-3}) / (j314.4 \cdot 10^{-9})} = 1405 - j850 \Omega$$

$$Z_{\text{vào}} = Z_c \frac{Z_2 + Z_c \text{th}(\gamma l)}{Z_2 \text{th}(\gamma l) + Z_c} = 810 + j103 \Omega$$

$$\rightarrow \dot{I}_1 = \frac{\dot{E}}{Z_1 + Z_{\text{vào}}} = \frac{220}{50 + 810 + j103} = 0,25 - j0,030 \text{ kA}$$

$$\rightarrow P_E = \text{Re}\{220(0,25 + j0,030)\} = \boxed{55,50 \text{ MW}}$$





Phân bố dạng hyperbole (14)

VD3

$Z_{c1} = 100 + j200 \Omega$; $\gamma_1 = 0,001 + j0,002$; $l_1 = 100 \text{ km}$;
 $Z_{c2} = 300 \Omega$; $\gamma_2 = j0,004$; $l_2 = 150 \text{ km}$; $Z_1 = 50 \Omega$;
 $Z_3 = 500 \Omega$; $E = 220 \text{ kV}$. Tính i_1 & i_3 ?

Cách 2

$$Z_{\text{vào}2} = Z_{c2} \frac{Z_3 + Z_{c2} \text{th}(\gamma_2 l_2)}{Z_3 \text{th}(\gamma_2 l_2) + Z_{c2}} = 319 - j159 \Omega$$

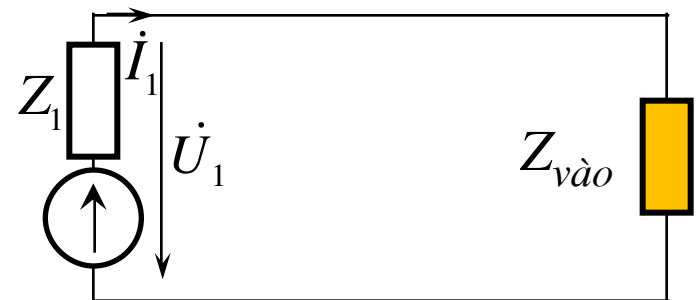
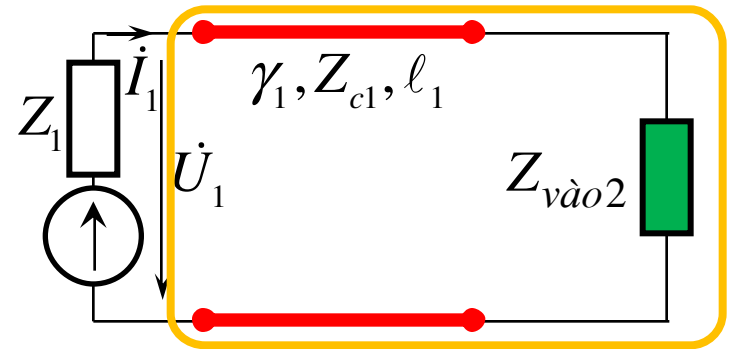
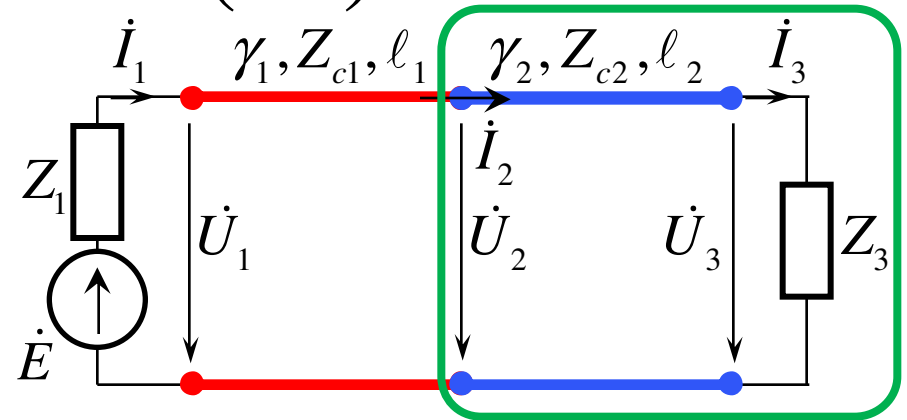
$$Z_{\text{vào}} = Z_{c1} \frac{Z_{\text{vào}2} + Z_{c1} \text{th}(\gamma_1 l_1)}{Z_{\text{vào}2} \text{th}(\gamma_1 l_1) + Z_{c1}} = 227 - j61 \Omega$$

$$i_1 = \frac{\dot{E}}{Z_1 + Z_{\text{vào}}} = \boxed{758,00 + j166,99 \text{ A}}$$

$$Z_1 i_1 + \dot{U}_1 = \dot{E} \rightarrow \dot{U}_1 = \dot{E} - Z_1 i_1 = 182,10 - j8,35 \text{ kV}$$

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = \text{ch}(\gamma_1 l_1) \dot{U}_2 + Z_{c1} \text{sh}(\gamma_1 l_1) \dot{I}_2 \\ \dot{I}_1 = \frac{\text{sh}(\gamma_1 l_1)}{Z_{c1}} \dot{U}_2 + \text{ch}(\gamma_1 l_1) \dot{I}_2 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} \dot{U}_2 = 208,97 - j29,59 \text{ kV} \\ \dot{I}_2 = 562,04 + j186,66 \text{ A} \end{cases}$$



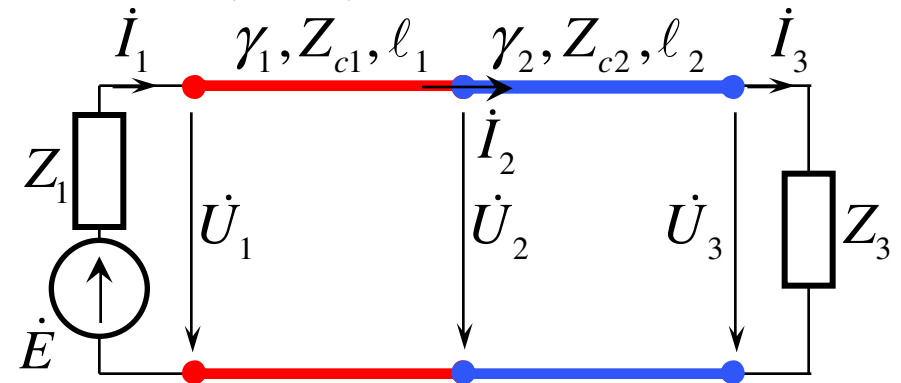


Phân bố dạng hyperbole (15)

VD3

$Z_{c1} = 100 + j200 \Omega$; $\gamma_1 = 0,001 + j0,002$; $l_1 = 100 \text{ km}$;
 $Z_{c2} = 300 \Omega$; $\gamma_2 = j0,004$; $l_2 = 150 \text{ km}$; $Z_1 = 50\Omega$;
 $Z_3 = 500\Omega$; $E = 220\text{kV}$. Tính i_1 & i_3 ?

Cách 2



$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{U}_2 = 208,97 - j29,59 \text{ kV} \\ \dot{I}_2 = 562,04 + j186,66 \text{ A} \end{array} \right.$$

$$\dot{I}_2 = \frac{\text{sh}(\gamma_2 l_2)}{Z_{c2}} \dot{U}_3 + \text{ch}(\gamma_2 l_2) \dot{I}_3 = \frac{\text{sh}(\gamma_2 l_2)}{Z_{c2}} Z_3 \dot{I}_3 + \text{ch}(\gamma_2 l_2) \dot{I}_3$$

$$\rightarrow \boxed{\dot{I}_3 = 408,18 - j239,25 \text{ A}}$$

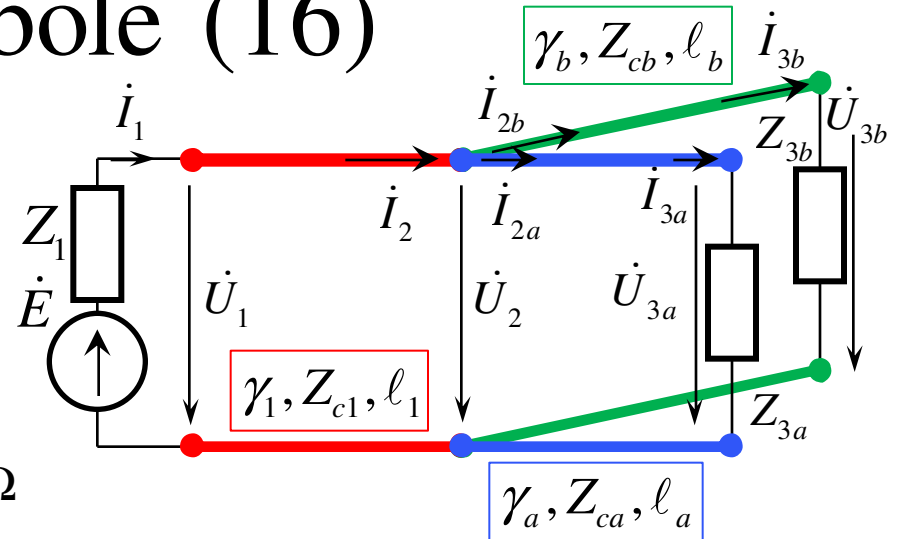


Phân bố dạng hyperbole (16)

VD4

$Z_{c1} = 100 + j200 \Omega$; $\gamma_1 = 0,001 + j0,002$; $\ell_1 = 100 \text{ km}$;
 $Z_{ca} = 300 \Omega$; $\gamma_a = j0,004$; $\ell_a = 150 \text{ km}$; $Z_{cb} = 400 \Omega$;
 $\gamma_b = j0,006$; $\ell_b = 250 \text{ km}$; $Z_1 = 50\Omega$; $Z_{3a} = 500\Omega$;
 $Z_{3b} = 200\Omega$; $E = 220\text{kV}$. Tính dòng điện qua nguồn?

Cách 2



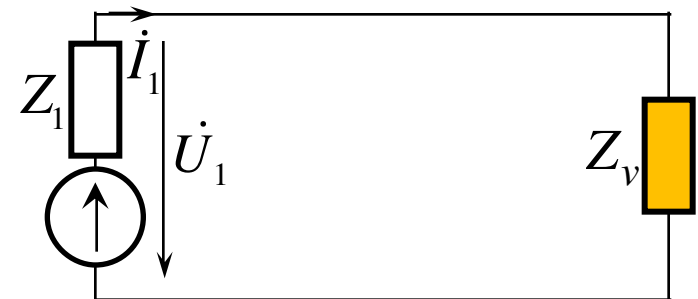
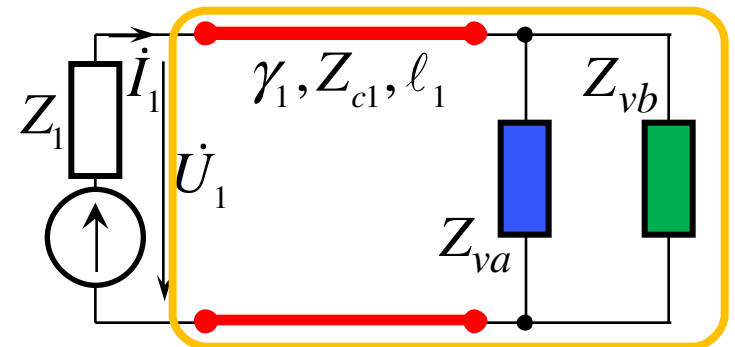
$$Z_{va} = Z_{ca} \frac{Z_{3a} + Z_{ca} \text{th}(\gamma_a \ell_a)}{Z_{3a} \text{th}(\gamma_a \ell_a) + Z_{ca}} = 319,12 - j158,63 \Omega$$

$$Z_{vb} = Z_{cb} \frac{Z_{3b} + Z_{cb} \text{th}(\gamma_b \ell_b)}{Z_{3b} \text{th}(\gamma_b \ell_b) + Z_{cb}} = 788,17 + j83,42 \Omega$$

$$Z_{vab} = \frac{Z_{va} Z_{vb}}{Z_{va} + Z_{vb}} = 244,01 - j72,30 \Omega$$

$$Z_v = Z_{c1} \frac{Z_{vab} + Z_{c1} \text{th}(\gamma_1 \ell_1)}{Z_{vab} \text{th}(\gamma_1 \ell_1) + Z_{c1}} = 172,94 - j14,69 \Omega$$

$$i_1 = \frac{\dot{E}}{Z_1 + Z_v} = \boxed{0,98 + j0,065 \text{ kA}}$$





Lý thuyết mạch II

I. Quá trình quá độ

II. Mạch phi tuyến

III. Đường dây dài

1. Giới thiệu

2. Chế độ xác lập điều hòa

a) Điện áp và dòng điện

b) Các thông số đặc trưng

c) Phản xạ sóng

d) Phân bố dạng hyperbole

e) Đường dây dài đều không tiêu tán

f) Mạng hai cửa tương đương

3. Chế độ quá độ





Đường dây dài đều không tiêu tán (1)

- Định nghĩa: $R \ll \omega L$ và $G \ll \omega C$.
- Một cách gần đúng coi như $R = 0$, $G = 0$.

$$\gamma = \sqrt{ZY} = \sqrt{(j\omega L)(j\omega C)} = j\omega\sqrt{LC}$$

$$Z_c = \sqrt{\frac{Z}{Y}} = \sqrt{\frac{j\omega L}{j\omega C}} = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

$$\alpha = \text{Re}\{\gamma\} = 0$$

$$\beta = \text{Im}\{\gamma\} = \omega\sqrt{LC}$$

$$v = \frac{\omega}{\beta} = \frac{\omega}{\omega\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$





Đường dây dài đều không tiêu tán (2)

$$\begin{cases} -\frac{\partial u}{\partial x} = Ri + L \frac{\partial i}{\partial t} \\ -\frac{\partial i}{\partial x} = Gu + C \frac{\partial u}{\partial t} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -\frac{\partial u}{\partial x} = L \frac{\partial i}{\partial t} \\ -\frac{\partial i}{\partial x} = C \frac{\partial u}{\partial t} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{d^2 \dot{U}}{dx^2} = (R + j\omega L)(G + j\omega C) \dot{U} \\ \frac{d^2 \dot{I}}{dx^2} = (G + j\omega C)(R + j\omega L) \dot{I} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \frac{d^2 \dot{U}}{dx^2} = -\omega^2 LC \dot{U} \\ \frac{d^2 \dot{I}}{dx^2} = -\omega^2 LC \dot{I} \end{cases}$$





Đường dây dài đều không tiêu tán (3)

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{U}(x) = \dot{U}_2 \operatorname{ch} \gamma x + Z_c \dot{I}_2 \operatorname{sh} \gamma x \\ \dot{I}(x) = \frac{\dot{U}_2}{Z_c} \operatorname{sh} \gamma x + \dot{I}_2 \operatorname{ch} \gamma x \\ \gamma = j\beta, Z_c = \sqrt{L/C} = z_c \end{array} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \dot{U}(x) = \dot{U}_2 \operatorname{ch}(j\beta x) + Z_c \dot{I}_2 \operatorname{sh}(j\beta x) \\ \dot{I}(x) = \frac{\dot{U}_2}{z_c} \operatorname{sh}(j\beta x) + \dot{I}_2 \operatorname{ch}(j\beta x) \end{array} \right\}$$

$$\operatorname{ch}(j\beta x) = \frac{e^{j\beta x} + e^{-j\beta x}}{2} = \frac{\cos(\beta x) + j \sin(\beta x) + \cos(-\beta x) + j \sin(-\beta x)}{2} = \cos \beta x$$

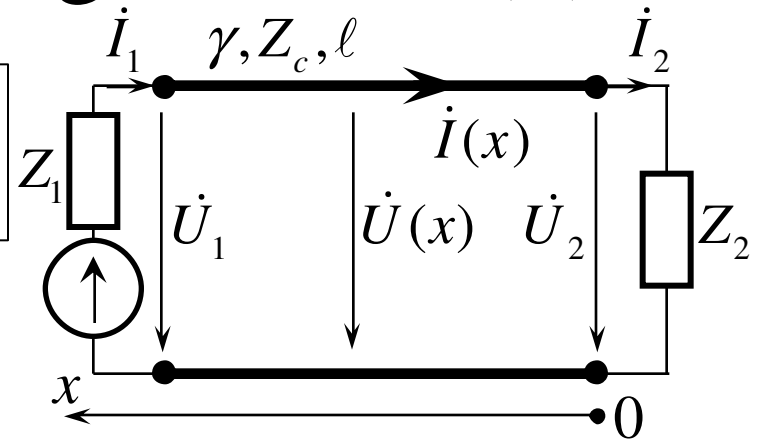
$$\operatorname{sh}(j\beta x) = \frac{e^{j\beta x} - e^{-j\beta x}}{2} = \frac{\cos(\beta x) + j \sin(\beta x) - \cos(-\beta x) - j \sin(-\beta x)}{2} = j \sin \beta x$$

$$\rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \dot{U}(x) = \dot{U}_2 \cos \beta x + j z_c \dot{I}_2 \sin \beta x \\ \dot{I}(x) = j \frac{\dot{U}_2}{z_c} \sin \beta x + \dot{I}_2 \cos \beta x \end{array} \right.$$

Đường dây dài đều không tiêu tán (4)

VD1

Đường dây dài đều có $\ell = 100 \text{ km}$; $R = 0$; $G = 0$; $L = 5 \text{ mH/km}$; $C = 4 \cdot 10^{-9} \text{ F/km}$; $f = 50 \text{ Hz}$; $U_2 = 220 \text{ V}$; $Z_2 = 10 \Omega$. Viết phân bố áp & dòng dọc theo đường dây? Tính điện áp ở đầu dây?



$$\begin{cases} \dot{U}(x) = \dot{U}_2 \cos \beta x + jz_c \dot{I}_2 \sin \beta x \\ \dot{I}(x) = j \frac{\dot{U}_2}{z_c} \sin \beta x + \dot{I}_2 \cos \beta x \end{cases}$$

$$\gamma = j\omega\sqrt{LC} = j0,0014 \text{ (1/km)} \rightarrow \beta = 0,0014 \text{ (rad/s)}$$

$$Z_c = \sqrt{L/C} = 1118 \Omega; \quad \dot{I}_2 = \dot{U}_2 / Z_2 = 220 / 10 = 22 \text{ A}$$

$$\rightarrow \begin{cases} \dot{U}(x) = 220 \cos(0,0014x) + j1118 \cdot 22 \sin(0,0014x) \\ \dot{I}(x) = j \frac{220}{1118} \sin(0,0014x) + 22 \cos(0,0014x) \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} \dot{U}(x) = 220 \cos(0,0014x) + j24596 \sin(0,0014x) \\ \dot{I}(x) = j0,1968 \sin(0,0014x) + 22 \cos(0,0014x) \end{cases}$$

$$\dot{U}_1 = \dot{U}(x = \ell) = 220 \cos(0,0014 \cdot 100) + j24596 \sin(0,0014 \cdot 100) = \boxed{3451 / 86,4^\circ \text{ V}}$$



Đường dây dài đều không tiêu tán (5)

$$\gamma = j\omega\sqrt{LC}$$

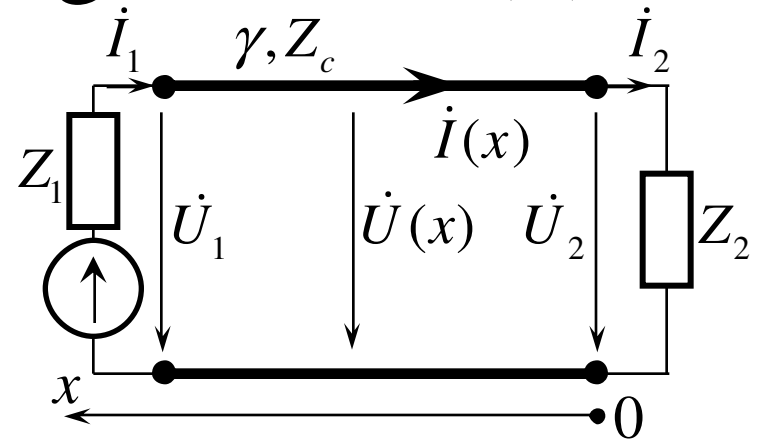
$$Z_c = \sqrt{L/C}$$

$$\alpha = 0$$

$$\beta = \omega\sqrt{LC}$$

$$v = 1/\sqrt{LC}$$

$$\begin{cases} \dot{U}(x) = \dot{U}_2 \cos \beta x + jz_c \dot{I}_2 \sin \beta x \\ \dot{I}(x) = j \frac{\dot{U}_2}{z_c} \sin \beta x + \dot{I}_2 \cos \beta x \end{cases}$$



Đường dây dài đều không tiêu tán (6)

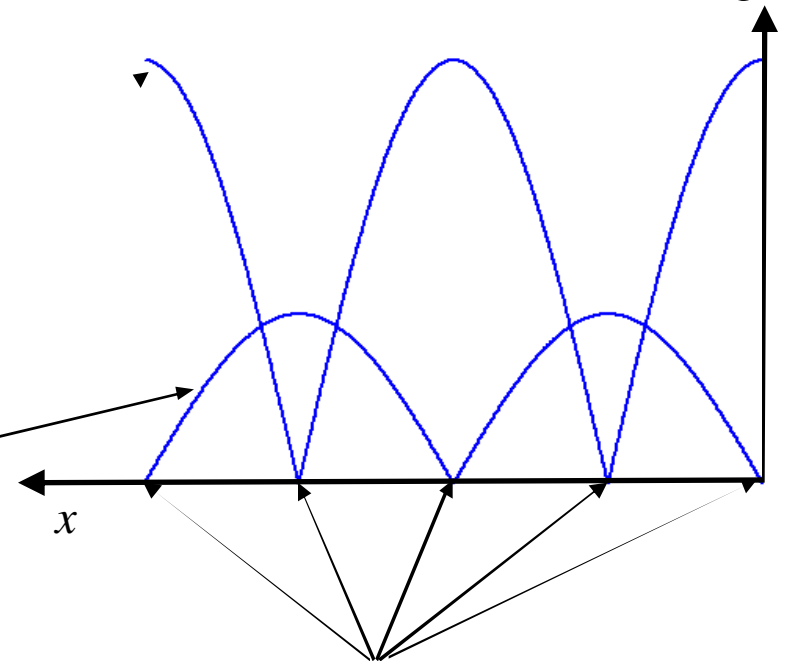
$$\begin{cases} \dot{U}(x) = \dot{U}_2 \cos \beta x + jz_c \dot{I}_2 \sin \beta x \\ \dot{I}(x) = j \frac{\dot{U}_2}{z_c} \sin \beta x + \dot{I}_2 \cos \beta x \end{cases}$$

Trị hiệu dụng

Nếu $\dot{I}_2 = 0$ (hở mạch đầu ra) \rightarrow

$$\begin{cases} \dot{U}(x) = \dot{U}_2 \cos \beta x \\ \dot{I}(x) = j \frac{\dot{U}_2}{z_c} \sin \beta x \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} U(x) = U_2 |\cos \beta x| \\ I(x) = \frac{U_2}{z_c} |\sin \beta x| \end{cases}$$



Có những điểm (nút) cố định mà tại đó trị hiệu dụng bằng không





Đường dây dài đều không tiêu tán (7)

$$\begin{cases} \dot{U}(x) = \dot{U}_2 \cos \beta x + jz_c \dot{I}_2 \sin \beta x \\ \dot{I}(x) = j \frac{\dot{U}_2}{z_c} \sin \beta x + \dot{I}_2 \cos \beta x \end{cases}$$

$$\text{Nếu } \dot{I}_2 = 0 \text{ (hở mạch đầu ra)} \rightarrow \begin{cases} \dot{U}(x) = \dot{U}_2 \cos \beta x \\ \dot{I}(x) = j \frac{\dot{U}_2}{z_c} \sin \beta x \end{cases} \rightarrow \begin{cases} u(x, t) = \sqrt{2} U_2 \cos \beta x \sin \omega t \\ i(x, t) = \sqrt{2} \frac{U_2}{z_c} \sin \beta x \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) \end{cases}$$



Đường dây dài đều không tiêu tán (8)

$$\begin{cases} \dot{U}(x) = \dot{U}_2 \cos \beta x + jz_c \dot{I}_2 \sin \beta x \\ \dot{I}(x) = j \frac{\dot{U}_2}{z_c} \sin \beta x + \dot{I}_2 \cos \beta x \end{cases}$$

Nếu $\dot{I}_2 = 0$
(hở mạch đầu ra)

$$\Rightarrow \begin{cases} \begin{cases} U(x) = U_2 |\cos \beta x| \\ I(x) = \frac{U_2}{z_c} |\sin \beta x| \end{cases} \\ \begin{cases} u(x,t) = \sqrt{2} U_2 \cos \beta x \sin \omega t \\ i(x,t) = \sqrt{2} \frac{U_2}{z_c} \sin \beta x \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) \end{cases} \end{cases}$$

Nếu $U_2 = 0$
(ngắn mạch đầu ra)

$$\Rightarrow \begin{cases} \begin{cases} U(x) = z_c I_2 |\sin \beta x| \\ I(x) = I_2 |\cos \beta x| \end{cases} \\ \begin{cases} u(x,t) = \sqrt{2} z_c I_2 \sin \beta x \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) \\ i(x,t) = \sqrt{2} I_2 \cos \beta x \sin \omega t \end{cases} \end{cases}$$

Đường dây dài đều không tiêu tán (9)

$$\begin{cases} \dot{U}(x) = \dot{U}_2 \cos \beta x + j z_c \dot{I}_2 \sin \beta x \\ \dot{I}(x) = j \frac{\dot{U}_2}{z_c} \sin \beta x + \dot{I}_2 \cos \beta x \end{cases}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Nếu } Z_2 = r_2 \\ \text{(thuần trở)} \\ \dot{U}_2 = U_2 / 0^\circ \end{array} \right\} \rightarrow \dot{U}(x) = U_2 \cos \beta x + j z_c \frac{U_2}{r_2} \sin \beta x = U_2 \left(\cos \beta x + j \frac{z_c}{r_2} \sin \beta x \right) \left. \begin{array}{l} \\ \\ \frac{z_c}{r_2} = \frac{r_2 + z_c - r_2}{r_2} = 1 + \frac{z_c - r_2}{r_2} = 1 + m \end{array} \right\} \rightarrow$$

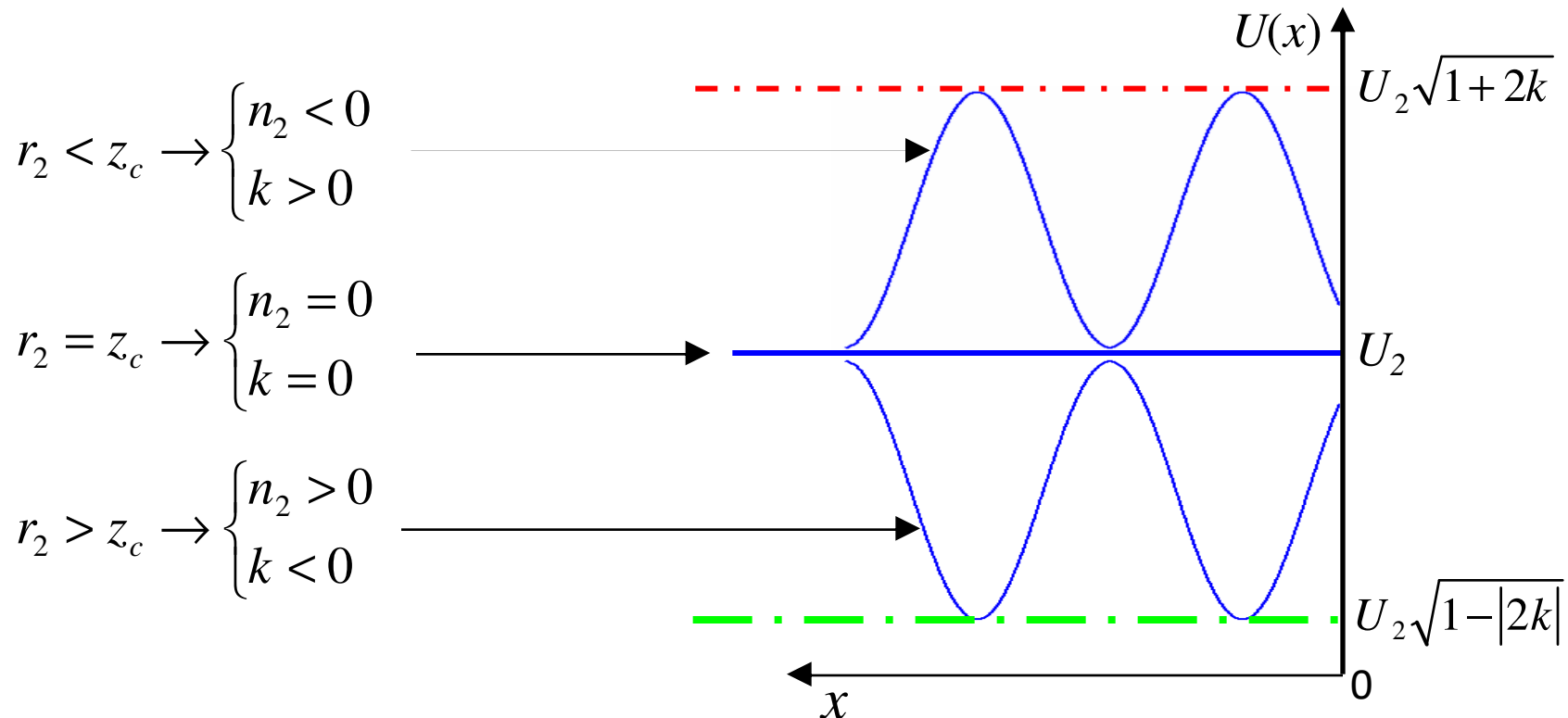
$$\rightarrow \dot{U}(x) = U_2 [\cos \beta x + j(1+m) \sin \beta x] \rightarrow U(x) = \sqrt{U_2^2 [\cos^2 \beta x + (1+m)^2 \sin^2 \beta x]}$$

$$\rightarrow U(x) = \sqrt{U_2^2 [\cos^2 \beta x + \sin^2 \beta x + (m^2 + 2m) \sin^2 \beta x]}$$

$$= \sqrt{U_2^2 \left[1 + \left(\frac{m^2 + 2m}{2} \right) (1 - \cos 2\beta x) \right]} \left. \begin{array}{l} \\ \text{Đặt } k = \frac{m^2 + 2m}{2} = \frac{z_c^2 - r_2^2}{2r_2^2} \end{array} \right\} \rightarrow U(x) = U_2 \sqrt{1 + k(1 - \cos 2\beta x)}$$

Đường dây dài đều không tiêu tán (10)

$$Z_2 = r_2 \rightarrow \begin{cases} n_2 = \frac{Z_2 - Z_c}{Z_2 + Z_c} = \frac{r_2 - z_c}{r_2 + z_c} = \frac{\dot{U}^-}{\dot{U}^+}, & z_c = \sqrt{L/C} \\ U(x) = U_2 \sqrt{1 + k(1 - \cos 2\beta x)}, & k = \frac{m^2 + 2m}{2} = \frac{z_c^2 - r_2^2}{2r_2^2} \end{cases}$$





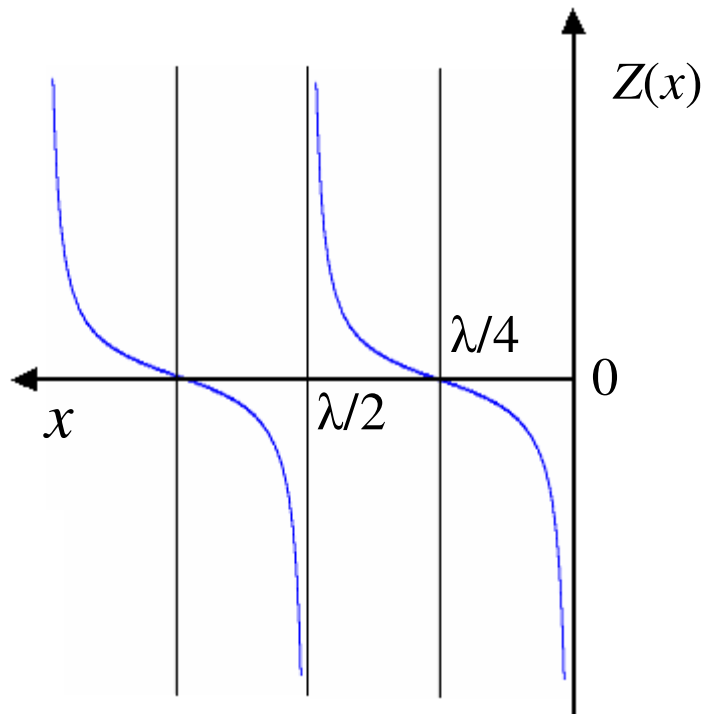
Đường dây dài đều không tiêu tán (11)

$$\begin{cases} \dot{U}(x) = \dot{U}_2 \cos \beta x + jz_c \dot{I}_2 \sin \beta x \\ \dot{I}(x) = j \frac{\dot{U}_2}{z_c} \sin \beta x + \dot{I}_2 \cos \beta x \end{cases}$$

$$\left. \begin{aligned} \text{Tổng trở vào } Z(x) &= \frac{\dot{U}_2 \cos \beta x + jz_c \dot{I}_2 \sin \beta x}{j \frac{\dot{U}_2}{z_c} \sin \beta x + \dot{I}_2 \cos \beta x} \\ \dot{U}_2 &= Z_2 \dot{I}_2 \end{aligned} \right\} \rightarrow Z(x) = \frac{Z_2 \dot{I}_2 \cos \beta x + jz_c \dot{I}_2 \sin \beta x}{j \frac{Z_2 \dot{I}_2}{z_c} \sin \beta x + \dot{I}_2 \cos \beta x} = z_c \frac{Z_2 + jz_c \operatorname{tg} \beta x}{z_c + jZ_2 \operatorname{tg} \beta x}$$

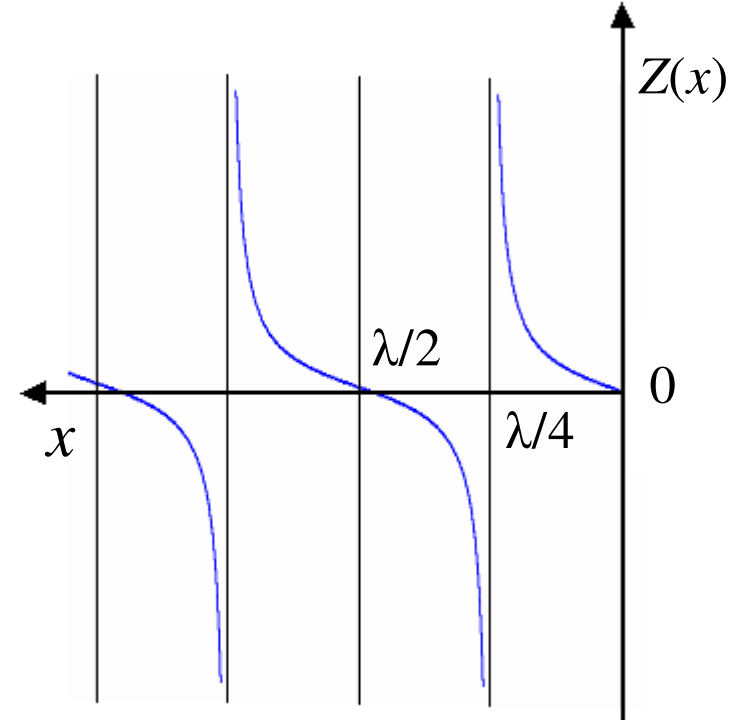
- Nếu $Z_2 = z_c$ (hoà hợp tải) $\rightarrow Z(x) = z_c$
- Nếu $Z_2 \rightarrow \infty$ (hở mạch cuối dây) $\rightarrow Z(x) = -jz_c \operatorname{cotg} \beta x$
- Nếu $Z_2 = 0$ (ngắn mạch cuối dây) $\rightarrow Z(x) = jz_c \operatorname{tg} \beta x$

Đường dây dài đều không tiêu tán (12)



Hở mạch cuối dây

$$Z(x) = -jz_c \cot \beta x$$



Ngắn mạch cuối dây

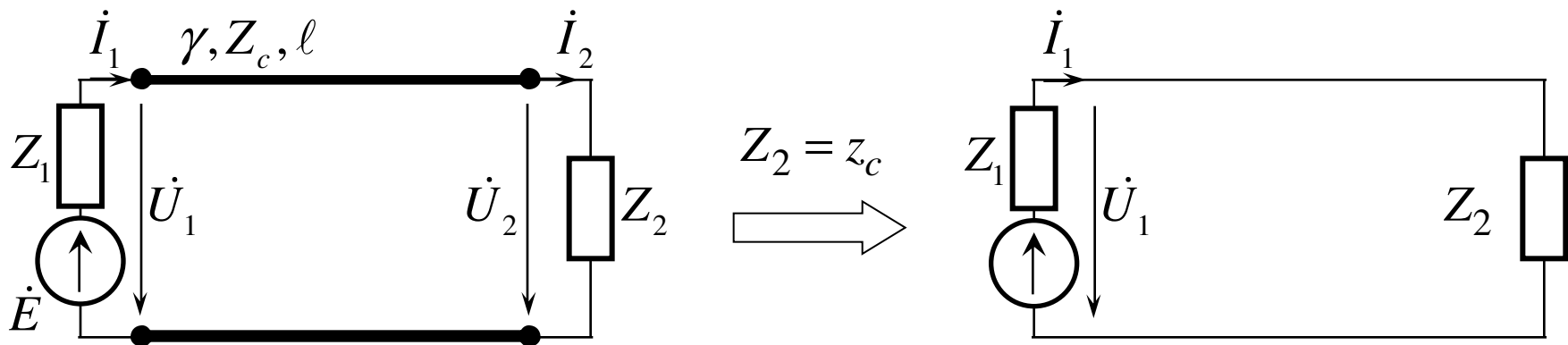
$$Z(x) = jz_c \tan \beta x$$



Đường dây dài đều không tiêu tán (13)

$$Z(x) = z_c \frac{Z_2 \cos \beta x + jz_c \sin \beta x}{z_c \cos \beta x + jZ_2 \sin \beta x}$$

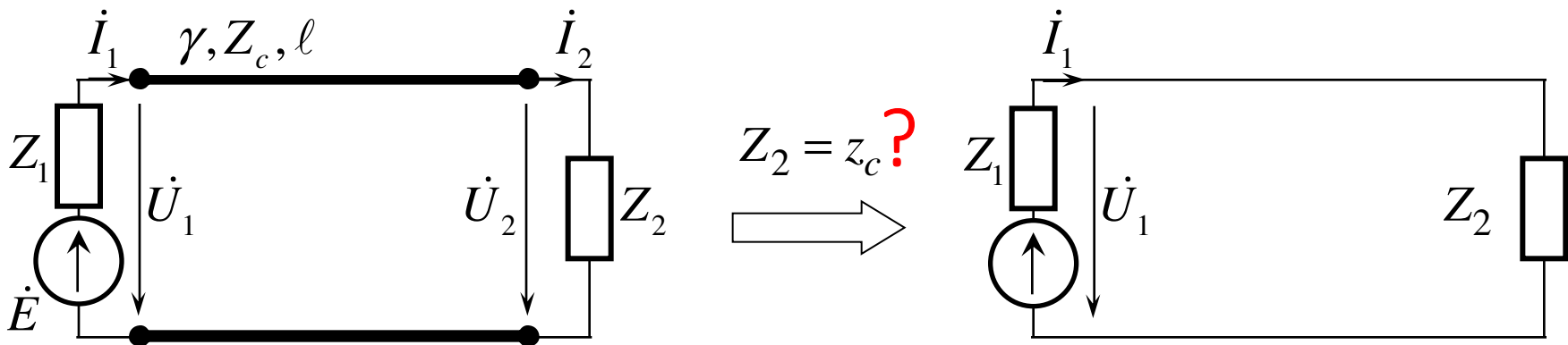
$$Z_2 = z_c \rightarrow Z(x) = z_c \frac{z_c \cos \beta x + jz_c \sin \beta x}{z_c \cos \beta x + jz_c \sin \beta x} = z_c$$



Đường dây dài đều không tiêu tán (14)

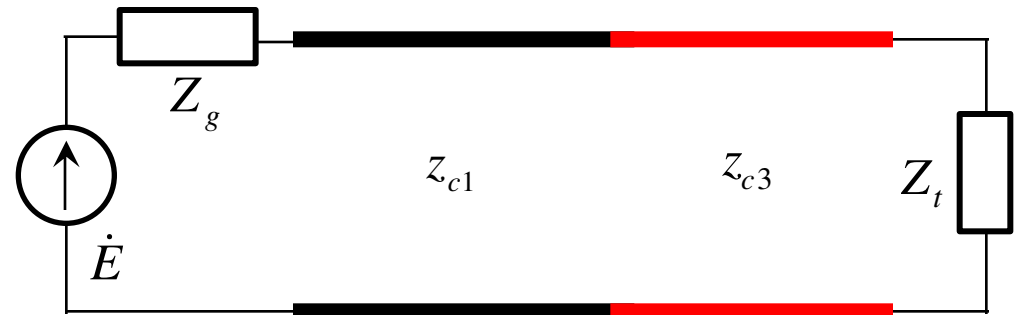
$$Z_2 = z_c \rightarrow Z(x) = z_c \frac{z_c \cos \beta x + jz_c \sin \beta x}{z_c \cos \beta x + jz_c \sin \beta x} = z_c$$

$$\begin{cases} \beta = \frac{2\pi}{\lambda} \\ \ell = \frac{m\lambda}{2} \end{cases} (m = 0, 1, 2, \dots) \rightarrow \beta\ell = m\pi \rightarrow Z_v = Z(x = \ell) = Z_2$$



Đường dây dài đều không tiêu tán (15)

$$n_{1-3} = \frac{Z_{c3} - Z_{c1}}{Z_{c3} + Z_{c1}}$$

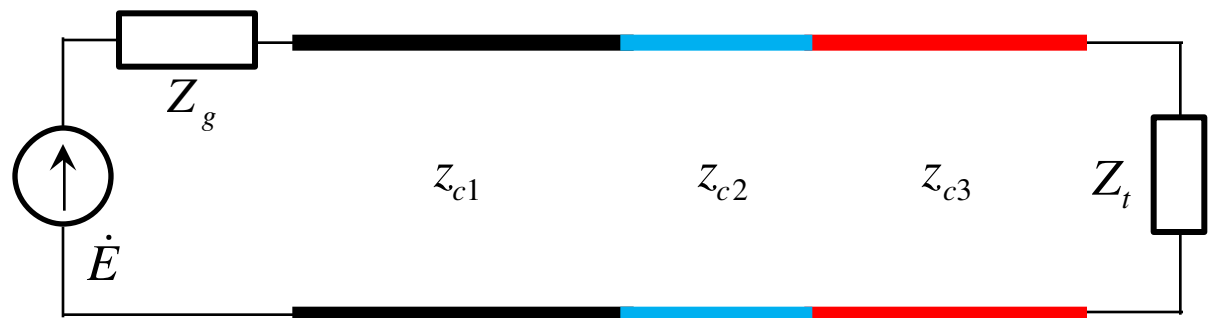


$$Z_{v2} = Z_{c2} \frac{Z_{c3} \cos(\beta_2 l_2) + j Z_{c2} \sin(\beta_2 l_2)}{Z_{c2} \cos(\beta_2 l_2) + j Z_{c3} \sin(\beta_2 l_2)} \rightarrow Z_{v2} = \frac{Z_{c2}^2}{Z_{c3}}$$

$$n_{1-2} = \frac{Z_{v2} - Z_{c1}}{Z_{v2} + Z_{c1}} = 0 \rightarrow Z_{v2} - Z_{c1} = 0 \rightarrow Z_{v2} = Z_{c1}$$

$$Z_{c2} = \sqrt{Z_{c1} Z_{c3}}$$

$l_2 = \lambda/4$





Lý thuyết mạch II

I. Quá trình quá độ

II. Mạch phi tuyến

III. Đường dây dài

1. Giới thiệu

2. Chế độ xác lập điều hòa

a) Điện áp và dòng điện

b) Các thông số đặc trưng

c) Phản xạ sóng

d) Phân bố dạng hyperbole

e) Đường dây dài đều không tiêu tán

f) Mạng hai cửa tương đương

3. Chế độ quá độ



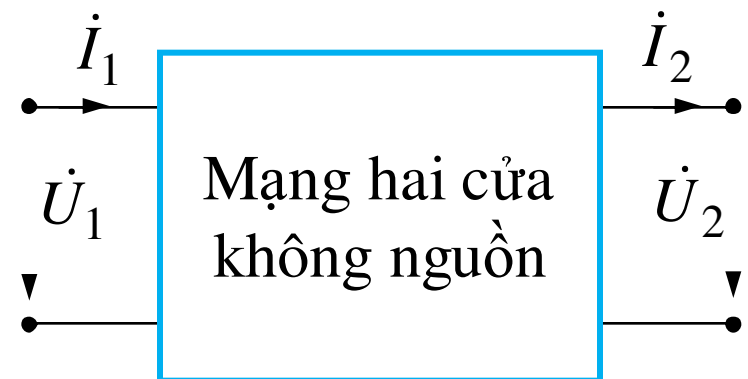
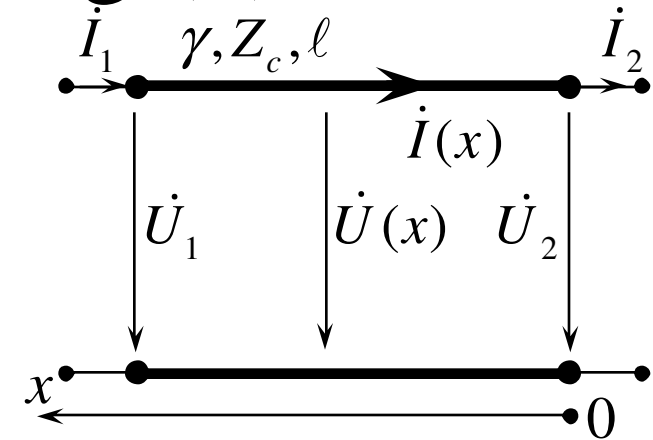
Mạng hai cửa tương đương (1)

$$\begin{cases} \dot{U}(x) = \dot{U}_2 \operatorname{ch}(\gamma x) + Z_c \dot{I}_2 \operatorname{sh}(\gamma x) \\ \dot{I}(x) = \frac{\dot{U}_2}{Z_c} \operatorname{sh}(\gamma x) + \dot{I}_2 \operatorname{ch}(\gamma x) \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} \dot{U}_1 = \operatorname{ch}(\gamma l) \dot{U}_2 + Z_c \operatorname{sh}(\gamma l) \dot{I}_2 \\ \dot{I}_1 = \frac{\operatorname{sh}(\gamma l)}{Z_c} \dot{U}_2 + \operatorname{ch}(\gamma l) \dot{I}_2 \end{cases}$$

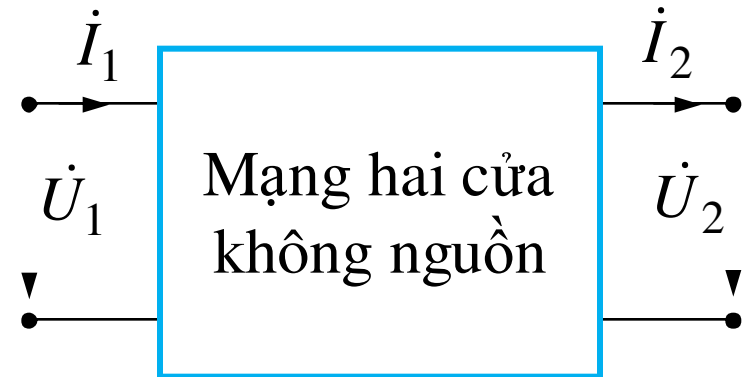
$$\begin{cases} \dot{U}_1 = A_{11} \dot{U}_2 + A_{12} \dot{I}_2 \\ \dot{I}_1 = A_{21} \dot{U}_2 + A_{22} \dot{I}_2 \end{cases}$$

$$\rightarrow \mathbf{A} = \begin{bmatrix} \operatorname{ch}(\gamma l) & Z_c \operatorname{sh}(\gamma l) \\ \operatorname{sh}(\gamma l) / Z_c & \operatorname{ch}(\gamma l) \end{bmatrix}$$



Mạng hai cửa tương đương (2)

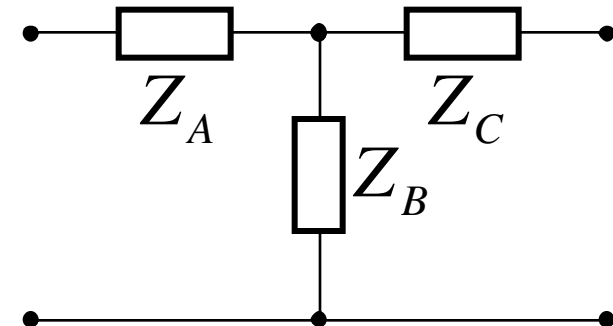
$$\begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{ch}(\gamma l) & Z_c \text{sh}(\gamma l) \\ \text{sh}(\gamma l) / Z_c & \text{ch}(\gamma l) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix}$$



$$Z_A = \frac{A_{11} - 1}{A_{21}} = Z_c \frac{\text{ch}(\gamma l) - 1}{\text{sh}(\gamma l)}$$

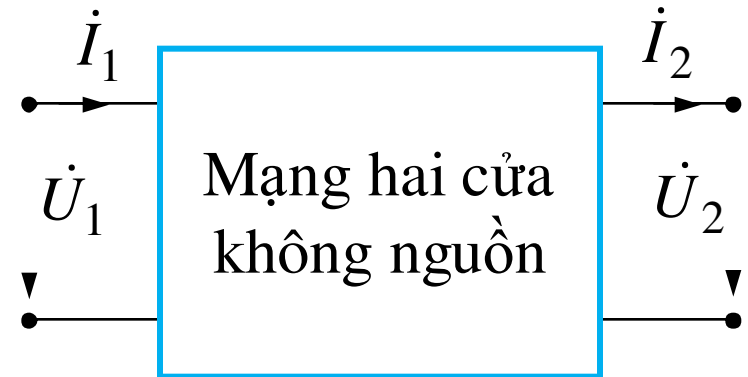
$$Z_B = \frac{1}{A_{21}} = \frac{Z_c}{\text{sh}(\gamma l)}$$

$$Z_C = Z_A$$



Mạng hai cửa tương đương (3)

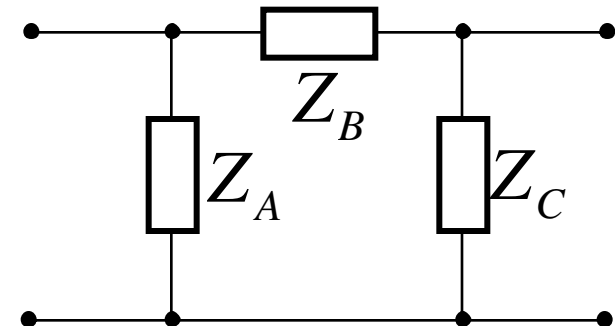
$$\begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{ch}(\gamma l) & Z_c \text{sh}(\gamma l) \\ \text{sh}(\gamma l) / Z_c & \text{ch}(\gamma l) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix}$$



$$Z_A = \frac{A_{12}}{A_{11} - 1} = Z_c \frac{\text{sh}(\gamma l)}{\text{ch}(\gamma l) - 1}$$

$$Z_B = A_{12} = Z_c \text{sh}(\gamma l)$$

$$Z_C = Z_A$$

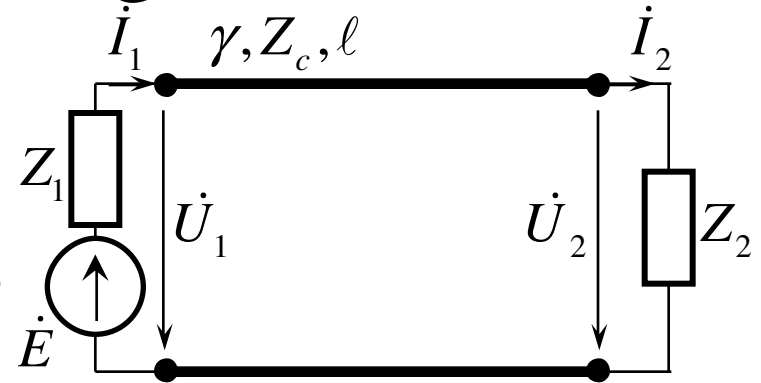


Mạng hai cửa tương đương (4)

VD2

Đường dây dài đều có $l = 100 \text{ km}$; $R = 3 \text{ } \Omega/\text{km}$; $L = 5 \text{ mH/km}$;
 $G = 0$; $C = 4 \cdot 10^{-9} \text{ F/km}$; $f = 50 \text{ Hz}$; $E = 220 \text{ kV}$; $Z_1 = 50 \text{ } \Omega$;
 $Z_2 = 500 \text{ } \Omega$. Tính công suất của nguồn?

Cách 3



$$P_E = \text{Re} \{ \dot{E} \hat{I}_1 \}$$

$$\gamma = \sqrt{(3 + j314.5 \cdot 10^{-3})(j314.4 \cdot 10^{-9})} = 0,0011 + j0,0018 \text{ (1/km)}$$

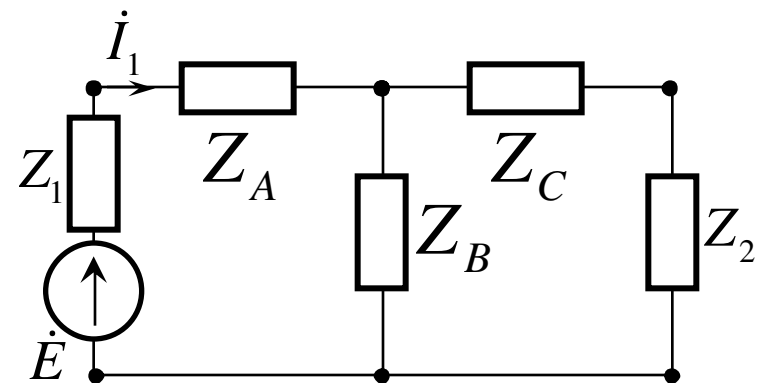
$$Z_c = \sqrt{(3 + j314.5 \cdot 10^{-3}) / (j314.4 \cdot 10^{-9})} = 1405 - j850 \text{ } \Omega$$



$$Z_A = \frac{A_{11} - 1}{A_{21}} = Z_c \frac{\text{ch}(\gamma l) - 1}{\text{sh}(\gamma l)} = 150,50 + j78,20 \text{ } \Omega$$

$$Z_B = \frac{1}{A_{21}} = \frac{Z_c}{\text{sh}(\gamma l)} = 70,16 - j433,71 \text{ } \Omega$$

$$Z_C = Z_A$$

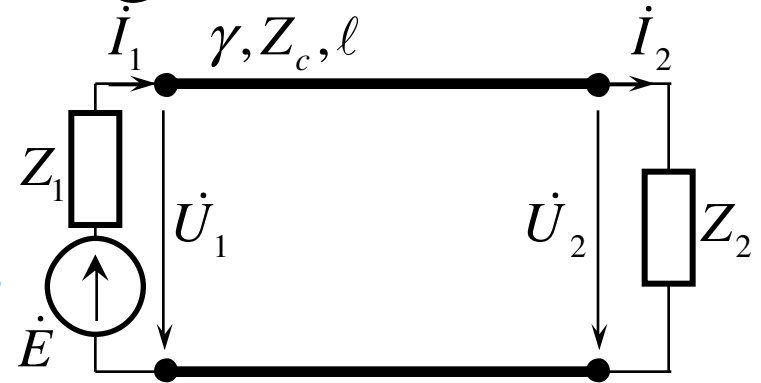


Mạng hai cửa tương đương (5)

VD2

Đường dây dài đều có $\ell = 100$ km; $R = 3 \Omega/\text{km}$; $L = 5$ mH/km;
 $G = 0$; $C = 4 \cdot 10^{-9}$ F/km; $f = 50$ Hz; $E = 220$ kV; $Z_1 = 50 \Omega$;
 $Z_2 = 500 \Omega$. Tính công suất của nguồn?

Cách 3



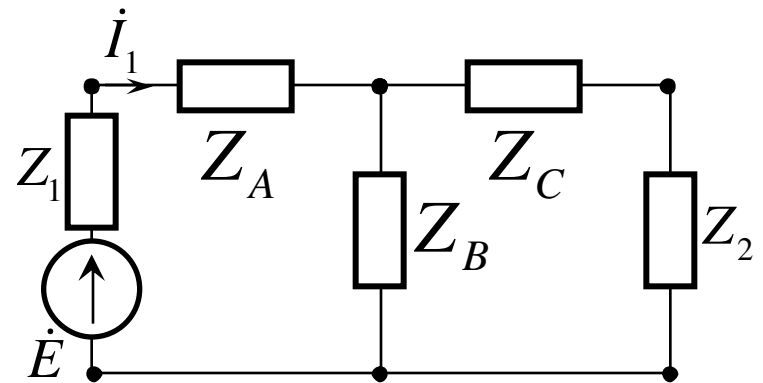
$$P_E = \text{Re}\{\dot{E}\hat{I}_1\}$$

$$Z_A = Z_C = 150,50 + j78,20 \Omega; \quad Z_B = -50,23 - j798,38 \Omega$$



$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{E}}{Z_1 + Z_A + \frac{Z_B(Z_C + Z_2)}{Z_B + Z_C + Z_2}} = 0,25 - j0,030 \text{ kA}$$

$$\rightarrow P_E = \text{Re}\{220(0,25 + j0,030)\} = \boxed{55,50 \text{ MW}}$$





Mạng hai cửa tương đương (6)

VD3

$Z_{c1} = 100 + j200 \Omega$; $\gamma_1 = 0,001 + j0,002$; $l_1 = 100 \text{ km}$;
 $Z_{c2} = 300 \Omega$; $\gamma_2 = j0,004$; $l_2 = 150 \text{ km}$; $Z_1 = 50 \Omega$;
 $Z_3 = 500 \Omega$; $E = 220 \text{ kV}$. Tính i_1 & i_3 ?

Cách 3

$$Z_{Ad} = Z_{c1} \frac{\text{sh}(\gamma_1 l_1)}{\text{ch}(\gamma_1 l_1) - 1} = 1995 + j6,67 \Omega$$

$$Z_{Bđ} = Z_{c1} \text{sh}(\gamma_1 l_1) = -30,12 + j39,60 \Omega$$

$$Z_{Cd} = Z_{Ad} = 1995 + j6,67 \Omega$$

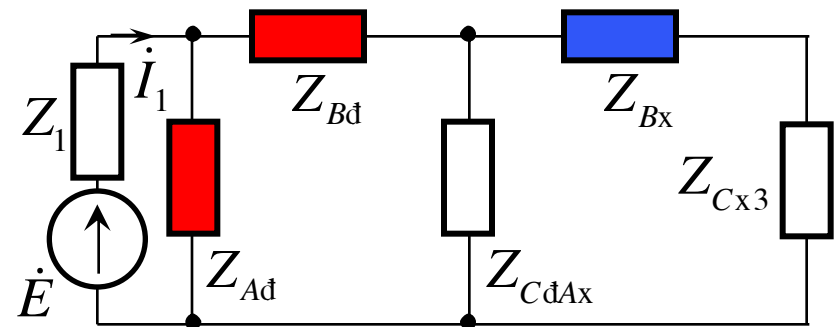
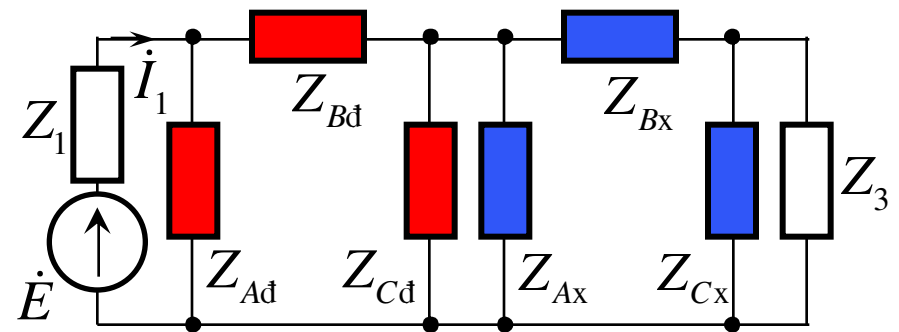
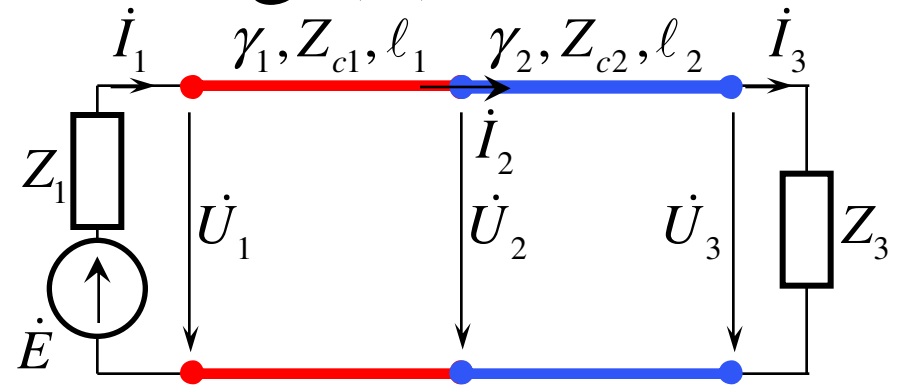
$$Z_{Ax} = Z_{c2} \frac{\text{sh}(\gamma_2 l_2)}{\text{ch}(\gamma_2 l_2) - 1} = -j969,82 \Omega$$

$$Z_{Bx} = Z_{c2} \text{sh}(\gamma_2 l_2) = j169,39 \Omega$$

$$Z_{Cx} = Z_{Ax} = -j969,82 \Omega$$

$$Z_{Cx3} = \frac{Z_{Cx} Z_3}{Z_{Cx} + Z_3} = 395,01 - j203,65 \Omega$$

$$Z_{CdAx} = \frac{Z_{Cd} Z_{Ax}}{Z_{Cd} + Z_{Ax}} = 382,34 - j785,23 \Omega$$



Mạng hai cửa tương đương (7)

VD3

$Z_{c1} = 100 + j200 \Omega$; $\gamma_1 = 0,001 + j0,002$; $l_1 = 100 \text{ km}$;
 $Z_{c2} = 300 \Omega$; $\gamma_2 = j0,004$; $l_2 = 150 \text{ km}$; $Z_1 = 50 \Omega$;
 $Z_3 = 500 \Omega$; $E = 220 \text{ kV}$. Tính i_1 & i_3 ?

$$Z_{ac} = \frac{(Z_{Bx} + Z_{Cx3})Z_{CdAx}}{Z_{Bx} + Z_{Cx3} + Z_{CdAx}} + Z_{Bđ}$$

$$= 253,16 - j77,64 \Omega$$

Cách 3

$$Z = \frac{Z_{Ad}Z_{ac}}{Z_{Ad} + Z_{ac}} + Z_1 = 276,80 - j60,98 \Omega$$

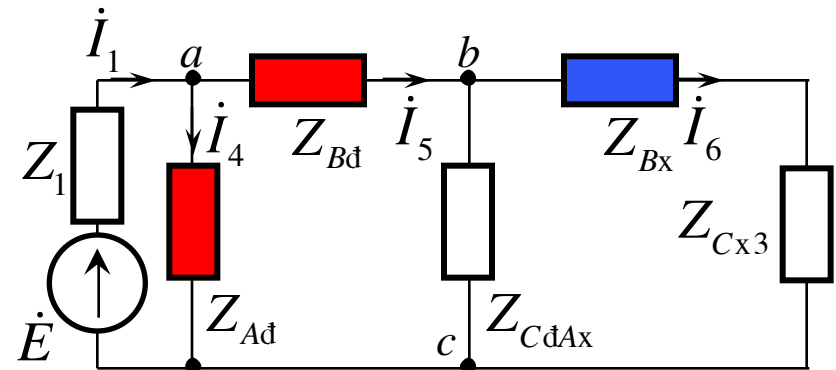
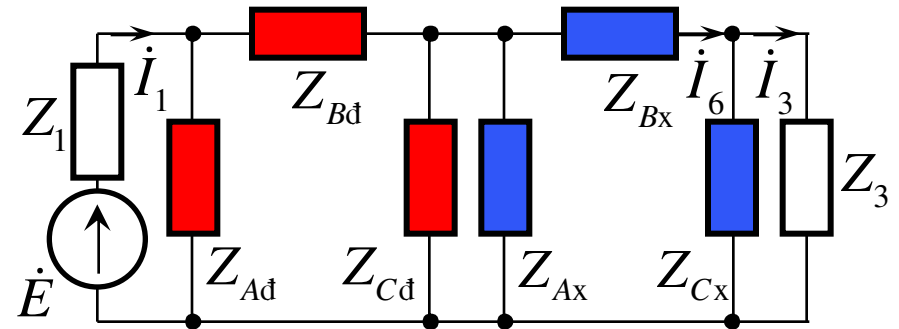
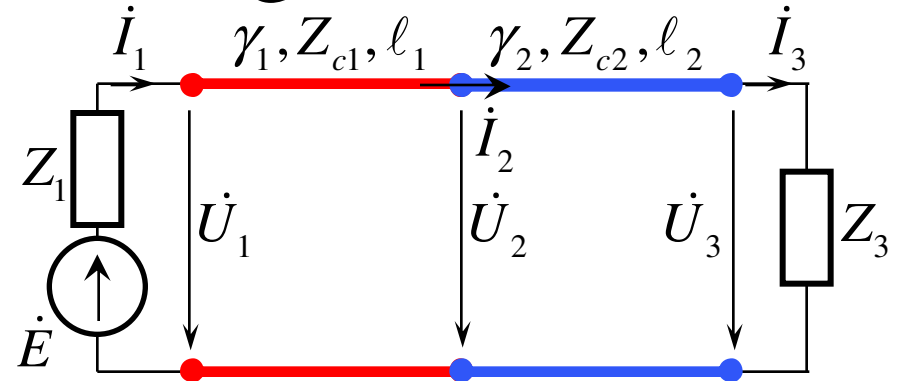
$$\dot{i}_1 = \dot{E} / Z = \boxed{758,00 + j166,99 \text{ A}}$$

$$Z_1 \dot{i}_1 + Z_{Ad} \dot{i}_4 = \dot{E} \rightarrow \dot{i}_4 = 91,26 - j4,49 \text{ A}$$

$$\dot{i}_5 = \dot{i}_1 - \dot{i}_4 = 666,73 + j171,48 \text{ A}$$

$$\dot{i}_6 = \dot{i}_5 \frac{Z_{CdAx}}{Z_{CdAx} + Z_{Bx} + Z_{Cx3}} = 531,53 - j28,81 \text{ A}$$

$$\dot{i}_3 = \dot{i}_6 \frac{Z_{Cx}}{Z_{Cx} + Z_3} = \boxed{408,18 - j239,25 \text{ A}}$$



Mạng hai cửa tương đương (8)

VD3

$Z_{c1} = 100 + j200 \Omega$; $\gamma_1 = 0,001 + j0,002$; $l_1 = 100 \text{ km}$;
 $Z_{c2} = 300 \Omega$; $\gamma_2 = j0,004$; $l_2 = 150 \text{ km}$; $Z_1 = 50 \Omega$;
 $Z_3 = 500 \Omega$; $E = 220 \text{ kV}$. Tính i_1 & i_3 ?

$$\mathbf{A}_d = \begin{bmatrix} \text{ch}(\gamma_1 l_1) & Z_{c1} \text{sh}(\gamma_1 l_1) \\ \text{sh}(\gamma_1 l_1) / Z_{c1} & \text{ch}(\gamma_1 l_1) \end{bmatrix} \quad \text{Cách 4}$$

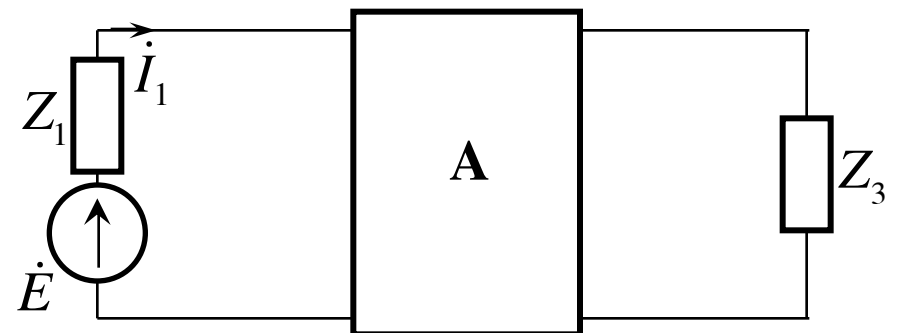
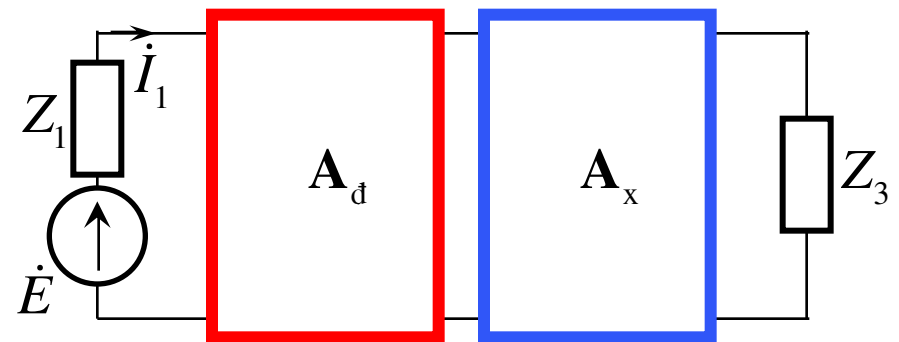
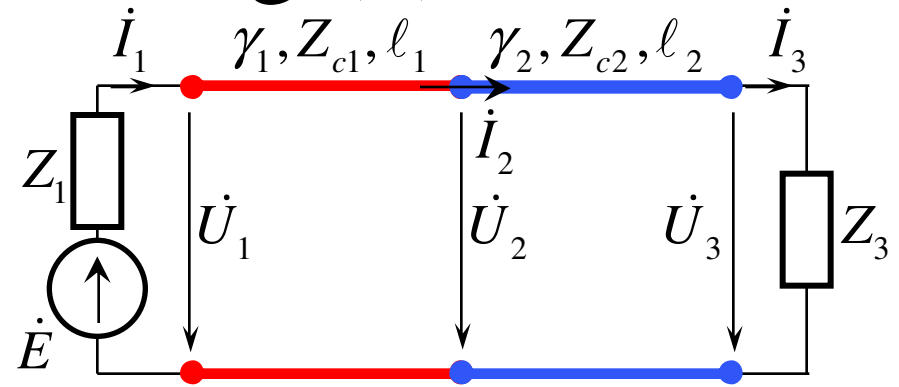
$$= \begin{bmatrix} 0,985 + j0,020 & -30,16 + j39,60 \\ 0,0010 & 0,985 + j0,020 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}_x = \begin{bmatrix} \text{ch}(\gamma_2 l_2) & Z_{c2} \text{sh}(\gamma_2 l_2) \\ \text{sh}(\gamma_2 l_2) / Z_{c2} & \text{ch}(\gamma_2 l_2) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0,83 & j169,39 \\ j0,0019 & 0,83 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}_d \mathbf{A}_x$$

$$= \begin{bmatrix} 0,74 - j0,04 & -28,23 + j199,53 \\ (0,78 + j1,86)10^{-3} & 0,81 + j0,18 \end{bmatrix}$$



Mạng hai cửa tương đương (9)

VD3

$Z_{c1} = 100 + j200 \Omega$; $\gamma_1 = 0,001 + j0,002$; $l_1 = 100 \text{ km}$;
 $Z_{c2} = 300 \Omega$; $\gamma_2 = j0,004$; $l_2 = 150 \text{ km}$; $Z_1 = 50 \Omega$;
 $Z_3 = 500 \Omega$; $E = 220 \text{ kV}$. Tính dòng điện qua nguồn?

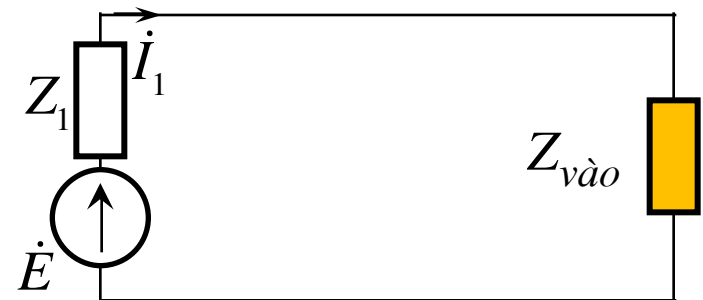
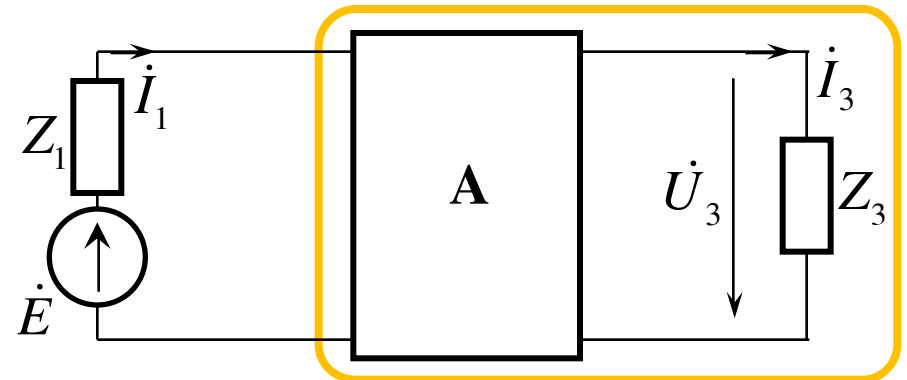
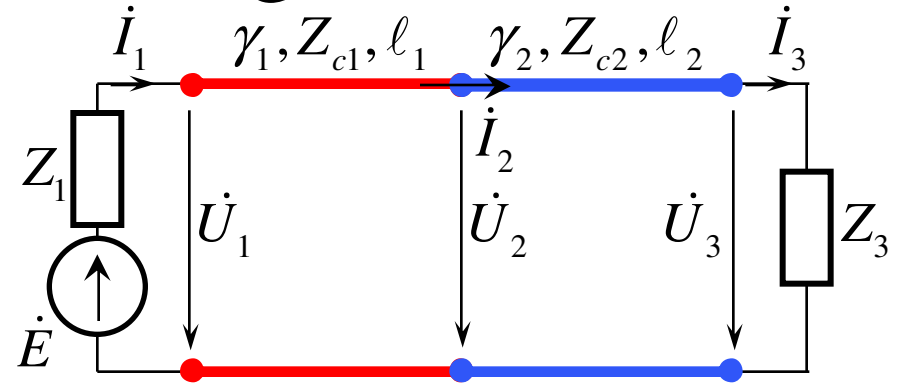
$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0,74 - j0,04 & -28,23 + j199,53 \\ (0,78 + j1,86)10^{-3} & 0,81 + j0,18 \end{bmatrix}$$

$$Z_{\text{vào}} = \frac{A_{11}Z_3 + A_{12}}{A_{21}Z_3 + A_{22}} = 226,80 - j60,98 \Omega$$

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{E}}{Z_1 + Z_{\text{vào}}} = \boxed{758,00 + j166,99 \text{ A}}$$

$$\dot{I}_1 = A_{21}\dot{U}_3 + A_{22}\dot{I}_3 = A_{21}Z_3\dot{I}_3 + A_{22}\dot{I}_3$$

$$\rightarrow \dot{I}_3 = \frac{\dot{I}_1}{A_{21}Z_3 + A_{22}} = \boxed{408,18 - j239,25 \text{ A}}$$





Lý thuyết mạch II

I. Quá trình quá độ

II. Mạch phi tuyến

III. Đường dây dài

1. Giới thiệu

2. Chế độ xác lập điều hòa

3. Chế độ quá độ

a) Điện áp và dòng điện

b) Phương pháp sơ đồ tương đương

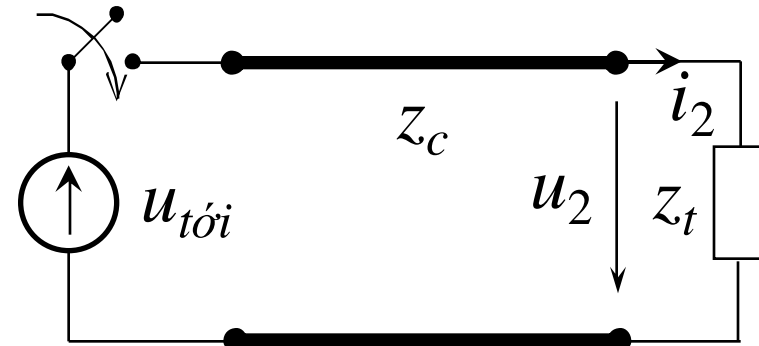
c) Phản xạ nhiều lần

d) Đóng cắt tải



Điện áp và dòng điện (1)

- Quá trình quá độ xuất hiện sau khi có thay đổi về cấu trúc hoặc thông số của mạch đường dây dài.
- Chỉ xét bài toán đóng nguồn áp vào đường dây dài đều không tiêu tán.



$$\begin{cases} -\frac{\partial u}{\partial x} = L \frac{\partial i}{\partial t} \\ -\frac{\partial i}{\partial x} = C \frac{\partial u}{\partial t} \end{cases}$$



Điện áp và dòng điện (2)

$$\left\{ \begin{array}{l} -\frac{\partial u}{\partial x} = L \frac{\partial i}{\partial t} \\ -\frac{\partial i}{\partial x} = C \frac{\partial u}{\partial t} \end{array} \right. \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} -\frac{dU(x, p)}{dx} = pLI(x, p) - Li(x, 0) \\ -\frac{dI(x, p)}{dx} = pCU(x, p) - Cu(x, 0) \end{array} \right. \\ Li(x, 0) = 0; \quad Cu(x, 0) = 0$$

$$\rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{d^2 U(x, p)}{dx^2} = p^2 LCU(x, p) \\ \frac{d^2 I(x, p)}{dx^2} = p^2 LCI(x, p) \end{array} \right. \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} U(x, p) = A_1(x, p)e^{-p\sqrt{LC}x} + A_2(x, p)e^{p\sqrt{LC}x} \\ I(x, p) = \frac{A_1}{\sqrt{L/C}} e^{-p\sqrt{LC}x} - \frac{A_2}{\sqrt{L/C}} e^{p\sqrt{LC}x} \end{array} \right.$$

$$\rightarrow \left\{ \begin{array}{l} u(x, t) = u^+ \left(t - \frac{x}{v} \right) + u^- \left(t + \frac{x}{v} \right) \\ i(x, t) = \frac{1}{z_c} u^+ \left(t - \frac{x}{v} \right) - \frac{1}{z_c} u^- \left(t + \frac{x}{v} \right) = i^+ \left(t - \frac{x}{v} \right) - i^- \left(t + \frac{x}{v} \right) \end{array} \right.$$





Lý thuyết mạch II

I. Quá trình quá độ

II. Mạch phi tuyến

III. Đường dây dài

1. Giới thiệu

2. Chế độ xác lập điều hòa

3. Chế độ quá độ

a) Điện áp và dòng điện

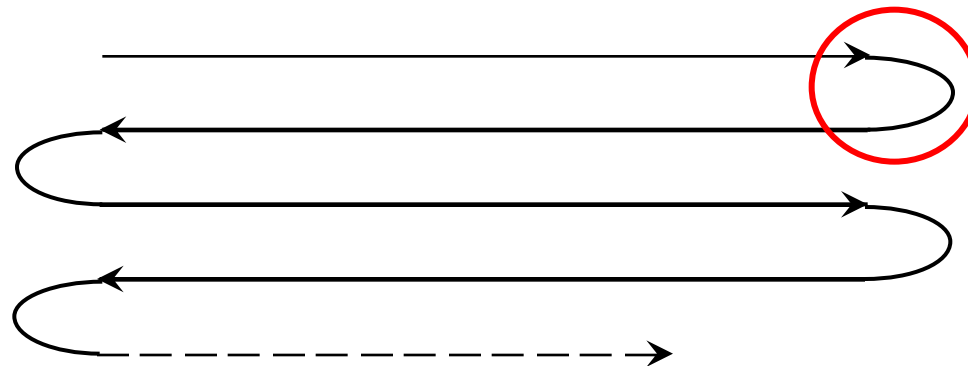
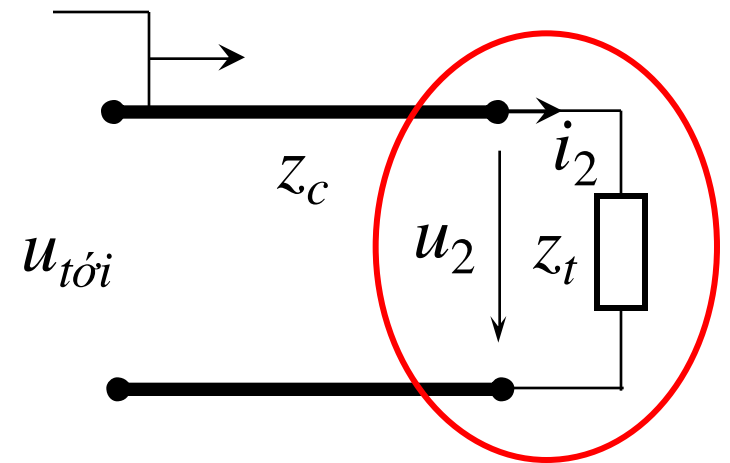
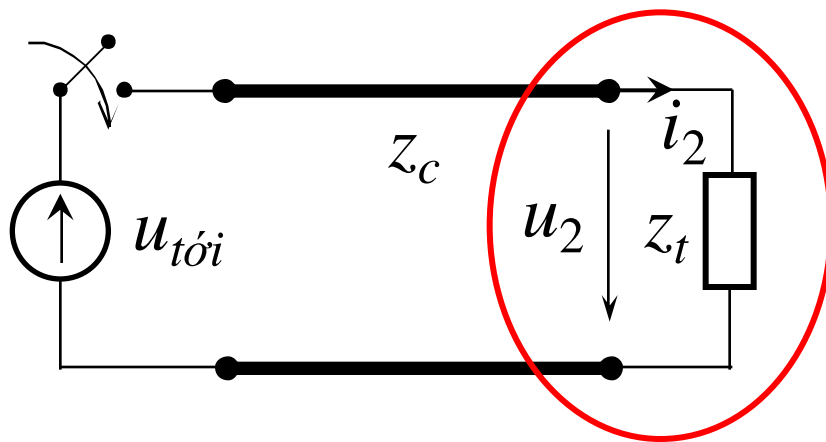
b) Phương pháp sơ đồ tương đương

c) Phản xạ nhiều lần

d) Đóng cắt tải



Phương pháp sơ đồ tương đương (1)



Phương pháp sơ đồ tương đương (2)

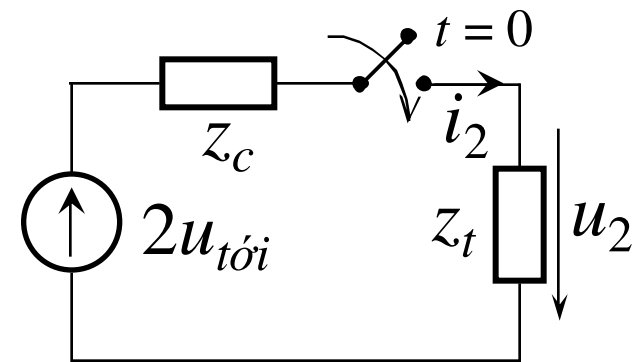
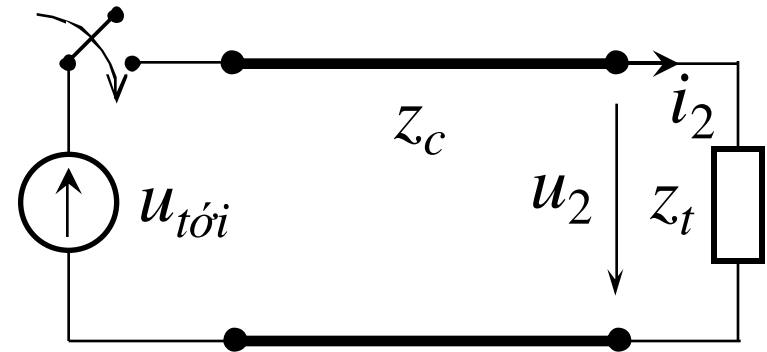
$$\begin{cases} u(x,t) = u^+ + u^- \\ i(x,t) = i^+ - i^- \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} u_2 = u_{2tới} + u_{2phản\ xạ} \\ i_2 = i_{2tới} - i_{2phản\ xạ} \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} u_2 = u_{2tới} + u_{2phản\ xạ} \\ z_c i_2 = z_c i_{2tới} - z_c i_{2phản\ xạ} \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} u_2 = u_{2tới} + u_{2phản\ xạ} \\ z_c i_2 = u_{2tới} - u_{2phản\ xạ} \end{cases}$$

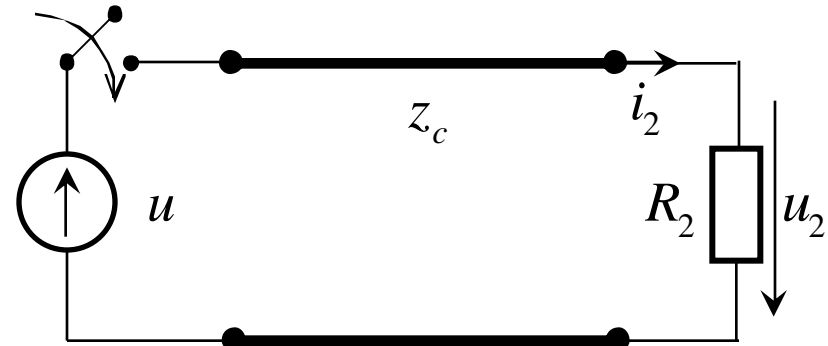
$$\boxed{2u_{2tới} = z_c i_2 + u_2}$$



Phương pháp sơ đồ tương đương (3)

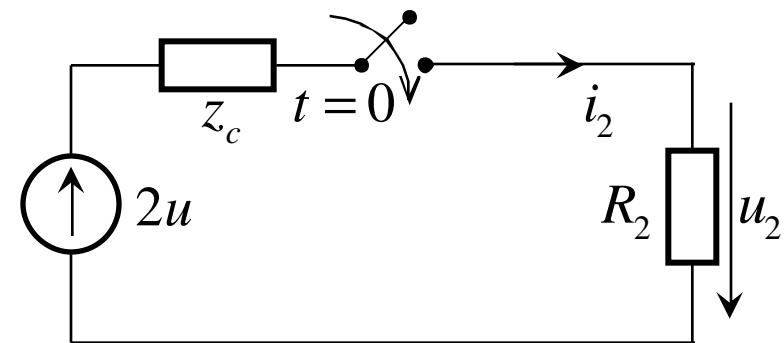
VD1

$u = 100 \text{ kV}$; $z_c = 400 \Omega$; $R_2 = 600 \Omega$;
Tính i_2 & u_2 ?



$$i_2 = \frac{2u}{z_c + R_2} = \frac{2 \cdot 100}{400 + 600} = \boxed{0,2 \text{ kA}}$$

$$u_2 = R_2 i_2 = 600 \cdot 0,2 = \boxed{120 \text{ kV}}$$



Phương pháp sơ đồ tương đương (4)

VD2

Tính dòng & áp trên tải?

$$I(p) = \frac{200/p}{0,005p + 400 + 600}$$

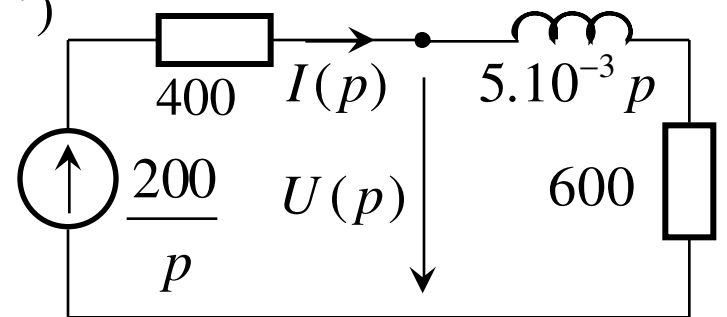
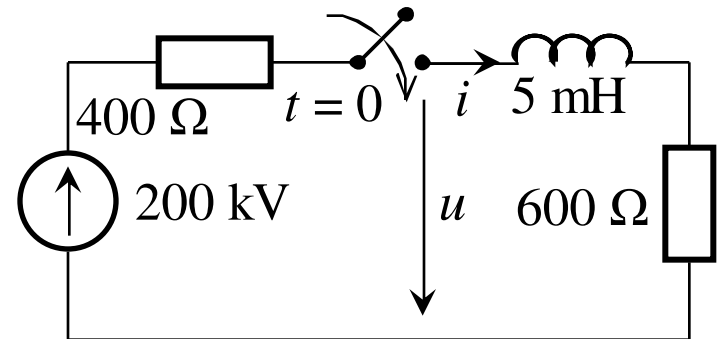
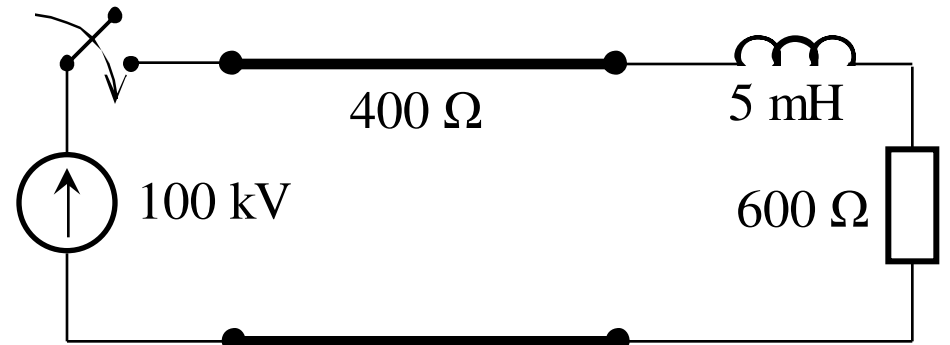
$$= \frac{4 \cdot 10^4}{p(p + 2 \cdot 10^5)} \text{ kA}$$

$$\rightarrow i(t) = 0,2(1 - e^{-200000t}) \text{ kA}$$

$$u = Li' + ri$$

$$= 5 \cdot 10^{-3} \cdot 0,2(2 \cdot 10^5 e^{-2 \cdot 10^5 t}) + 600 \cdot 0,2(1 - e^{-2 \cdot 10^5 t})$$

$$= 120 + 80e^{-2 \cdot 10^5 t} \text{ kV}$$



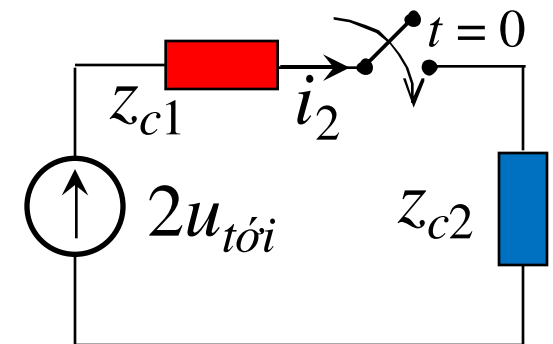
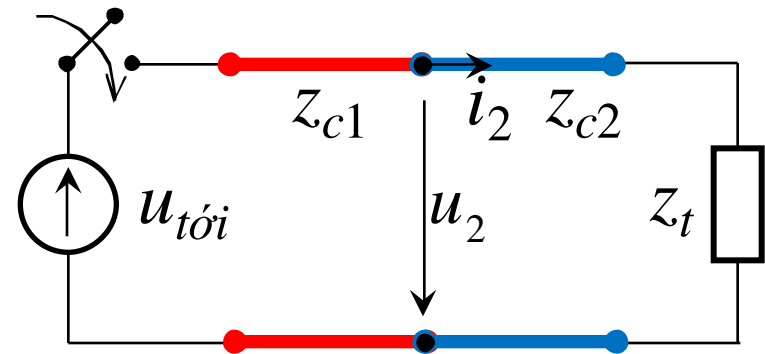
Phương pháp sơ đồ tương đương (5)

$$\begin{cases} u_2 = u_{2tới} + u_{2phản\ xạ} \\ i_2 = i_{2tới} - i_{2phản\ xạ} \end{cases}$$

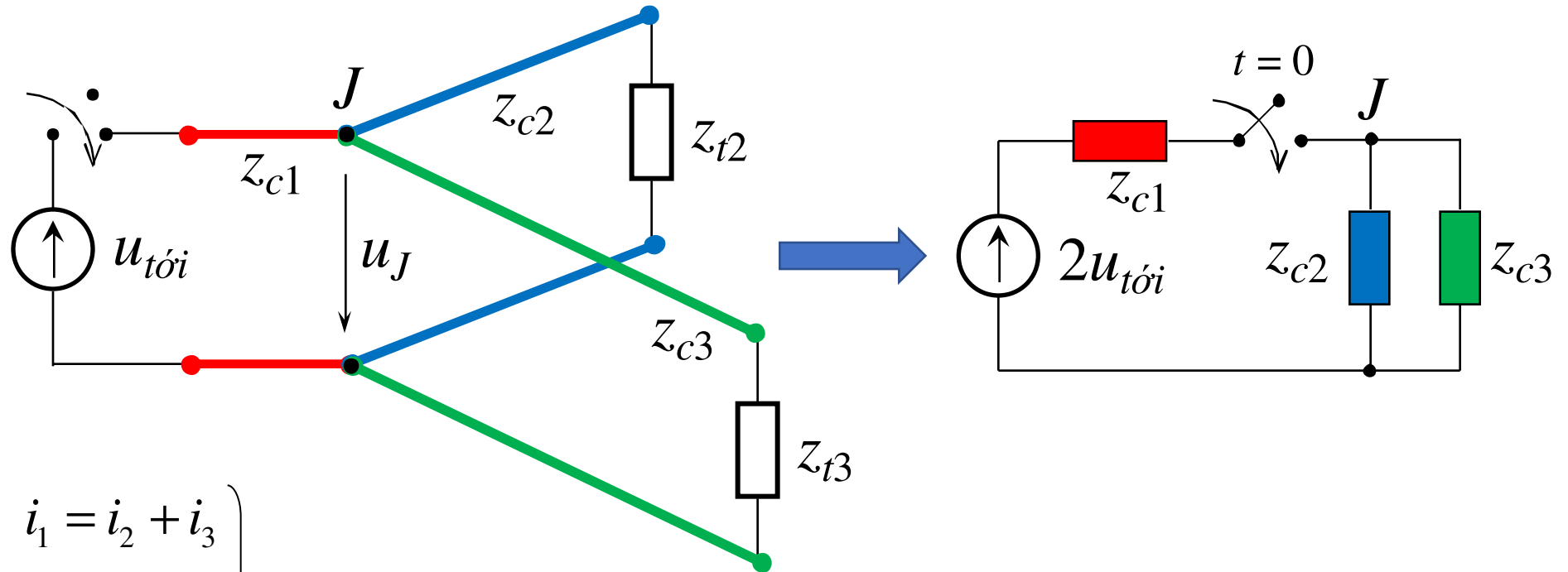
$$\rightarrow \begin{cases} z_{c2}i_2 = u_{2tới} + u_{2phản\ xạ} \\ z_{c1}i_2 = z_{c1}i_{2tới} - z_{c1}i_{2phản\ xạ} \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} z_{c2}i_2 = u_{2tới} + u_{2phản\ xạ} \\ z_{c1}i_2 = u_{2tới} - u_{2phản\ xạ} \end{cases} +$$

$$z_{c2}i_2 + z_{c1}i_2 = 2u_{2tới}$$



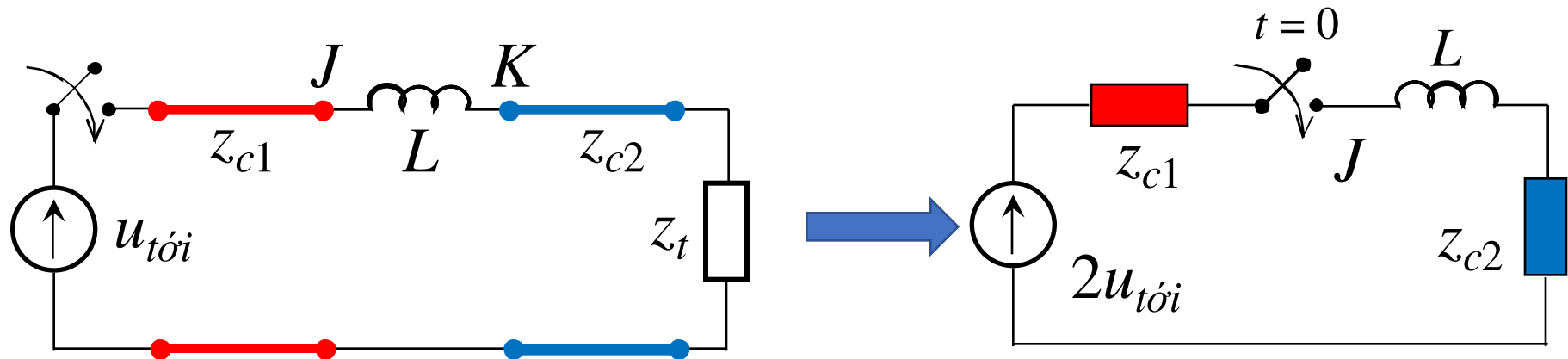
Phương pháp sơ đồ tương đương (6)



$$\left. \begin{aligned} i_1 &= i_2 + i_3 \\ i_2 &= \frac{u_J}{Z_{c2}} \\ i_3 &= \frac{u_J}{Z_{c3}} \end{aligned} \right\} \rightarrow i_1 = \frac{u_J}{Z_{c2}} + \frac{u_J}{Z_{c3}} = u_J \left(\frac{1}{Z_{c2}} + \frac{1}{Z_{c3}} \right) = \frac{u_J}{Z_J} \rightarrow \frac{1}{Z_{c2}} + \frac{1}{Z_{c3}} = \frac{1}{Z_J}$$



Phương pháp sơ đồ tương đương (7)

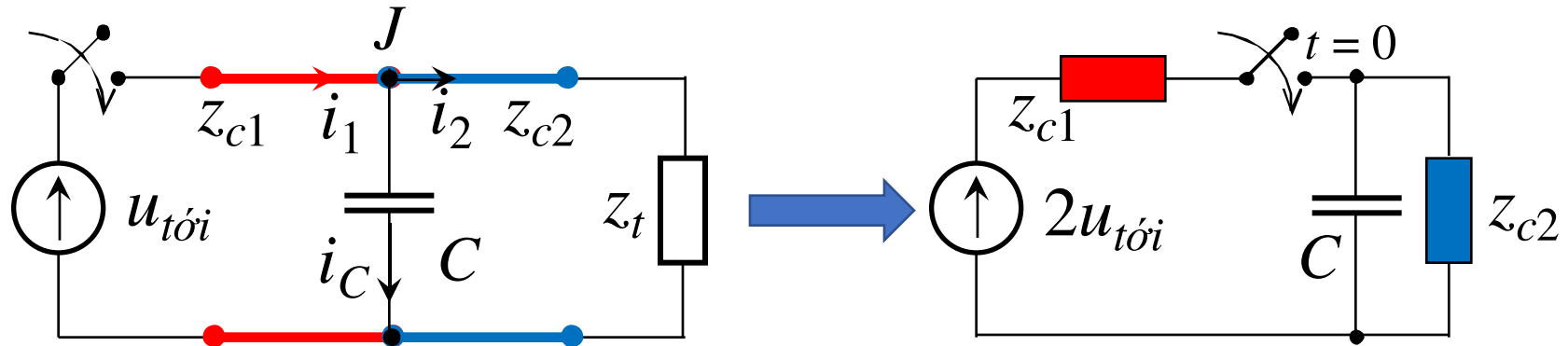


$$\left. \begin{aligned} u_J &= u_L + u_K \\ u_L &= Z_L i \\ u_K &= Z_{c2} i \end{aligned} \right\} \rightarrow u_J = Z_L i + Z_{c2} i = (Z_L + Z_{c2}) i = Z_J i$$

$$\rightarrow Z_J = Z_L + Z_{c2}$$



Phương pháp sơ đồ tương đương (8)



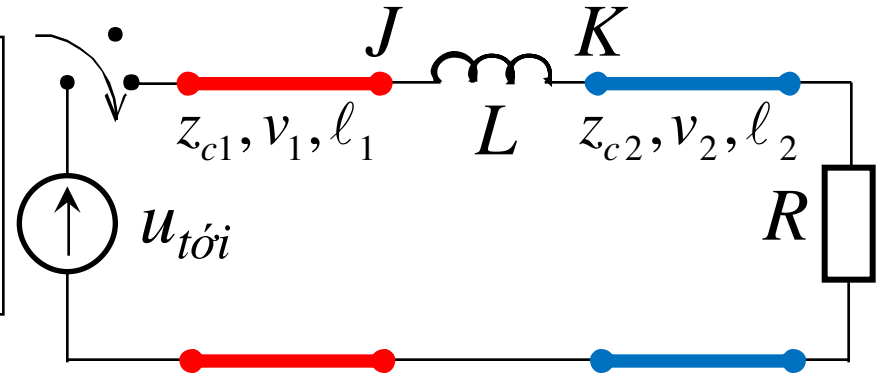
$$\left. \begin{aligned} i_1 &= i_2 + i_C \\ i_2 &= \frac{u_J}{Z_{c2}} \\ i_C &= \frac{u_J}{Z_C} \end{aligned} \right\} \rightarrow i_1 = \frac{u_J}{Z_{c2}} + \frac{u_J}{Z_C} = u_J \left(\frac{1}{Z_{c2}} + \frac{1}{Z_C} \right) = \frac{u_J}{Z_J} \rightarrow \frac{1}{Z_{c2}} + \frac{1}{Z_C} = \frac{1}{Z_J}$$



Phương pháp sơ đồ tương đương (9)

VD3

$z_{c1} = 500 \Omega, v_1 = 2,5 \cdot 10^5 \text{ km/s}, \ell_1 = 600 \text{ km};$
 $z_{c2} = 300 \Omega, v_2 = 2 \cdot 10^5 \text{ km/s}, \ell_2 = 400 \text{ km}; L = 5 \text{ H}.$
 Ở thời điểm $t = 0$ một sóng $u_{tới} = 500 \text{ kV}$ chạm vào J . Tính dòng & áp quá độ trên $R = 50 \Omega$?



$$I_L(p) = \frac{2u_{tới} / p}{Lp + z_{c1} + z_{c2}} = \frac{200}{p(p + 160)} \text{ kA}$$

$$i_L(t) = 1,25(1 - e^{-160t}) \text{ kA}$$

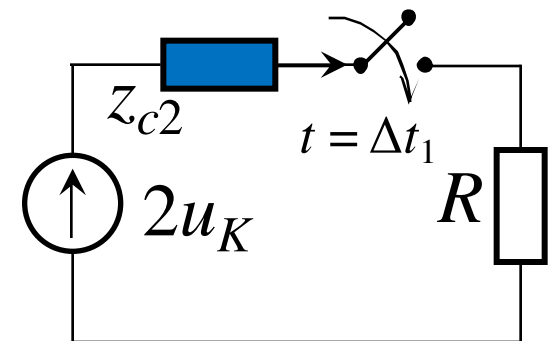
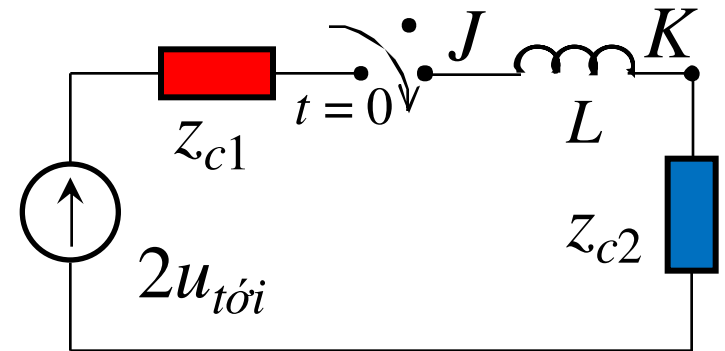
$$u_K(t) = z_{c2}i_L(t) = 375(1 - e^{-160t}) \text{ kV}$$

$$\Delta t_2 = \ell_2 / v_2 = 400 / 2 \cdot 10^5 = 0,0020 \text{ s}$$

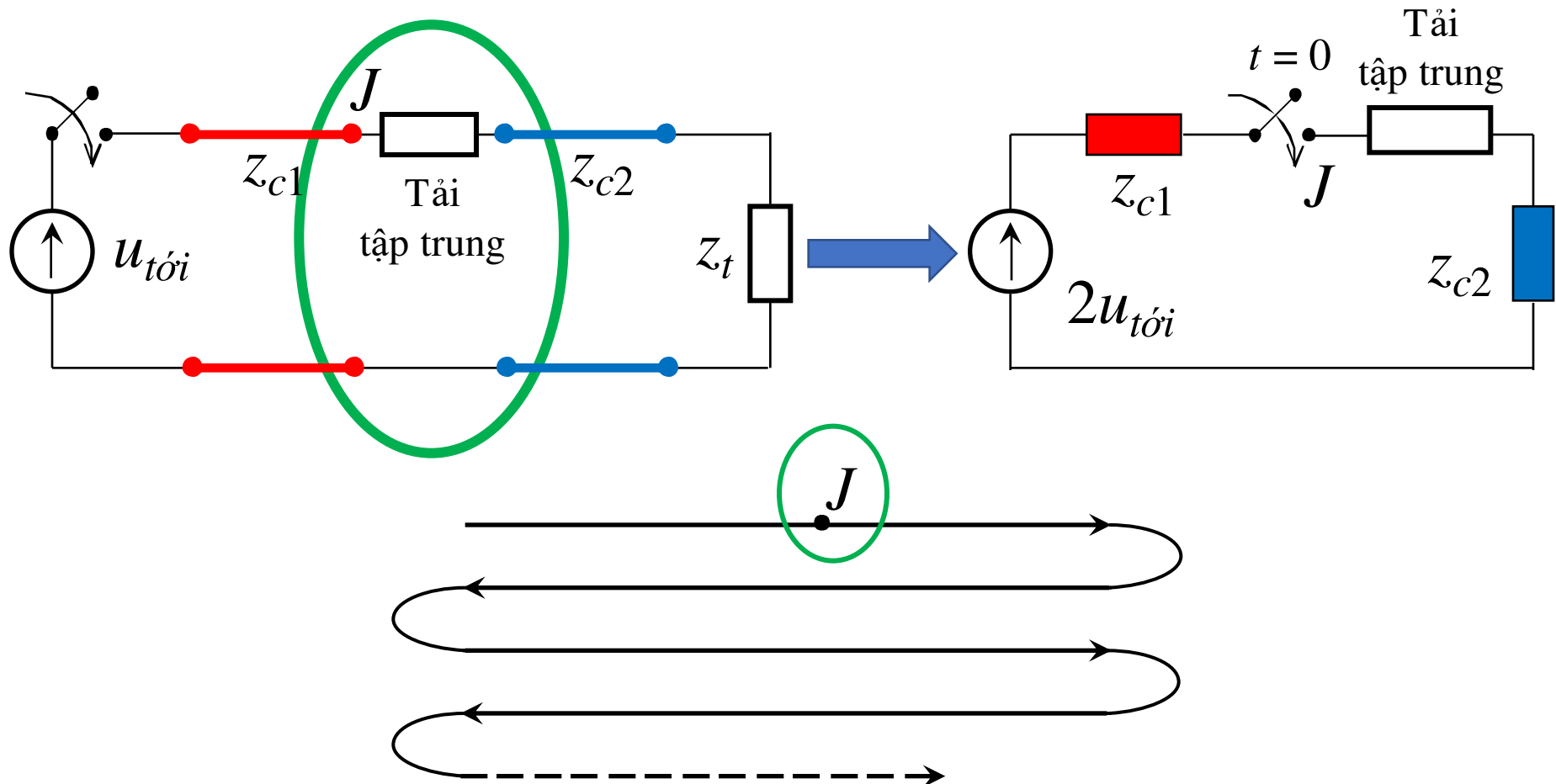
$$i_R(t) = \frac{2u_K(t - \Delta t_2)}{z_{c2} + R} = \frac{2 \cdot 375[1 - e^{-160(t - 0,002)}]}{300 + 50}$$

$$= \boxed{2,1429[1 - e^{-160(t - 0,002)}] \text{ kA}}$$

$$u_R(t) = Ri_R(t) = \boxed{107,1429[1 - e^{-160(t - 0,002)}] \text{ kV}}$$



Phương pháp sơ đồ tương đương (10)





Lý thuyết mạch II

I. Quá trình quá độ

II. Mạch phi tuyến

III. Đường dây dài

1. Giới thiệu

2. Chế độ xác lập điều hòa

3. Chế độ quá độ

a) Điện áp và dòng điện

b) Phương pháp sơ đồ tương đương

c) Phản xạ nhiều lần

d) Đóng cắt tải



Phản xạ nhiều lần (1)

VD1

$l = 1,6 \text{ km}; Z_c = 50 \Omega; v = 1,6 \cdot 10^8 \text{ m/s};$
 $Z_1 = 0; Z_2 = 200 \Omega; U^+ = 1 \text{ kV}.$

Tính áp & dòng tại $t = 55 \mu\text{s}$ & $x = l/4$

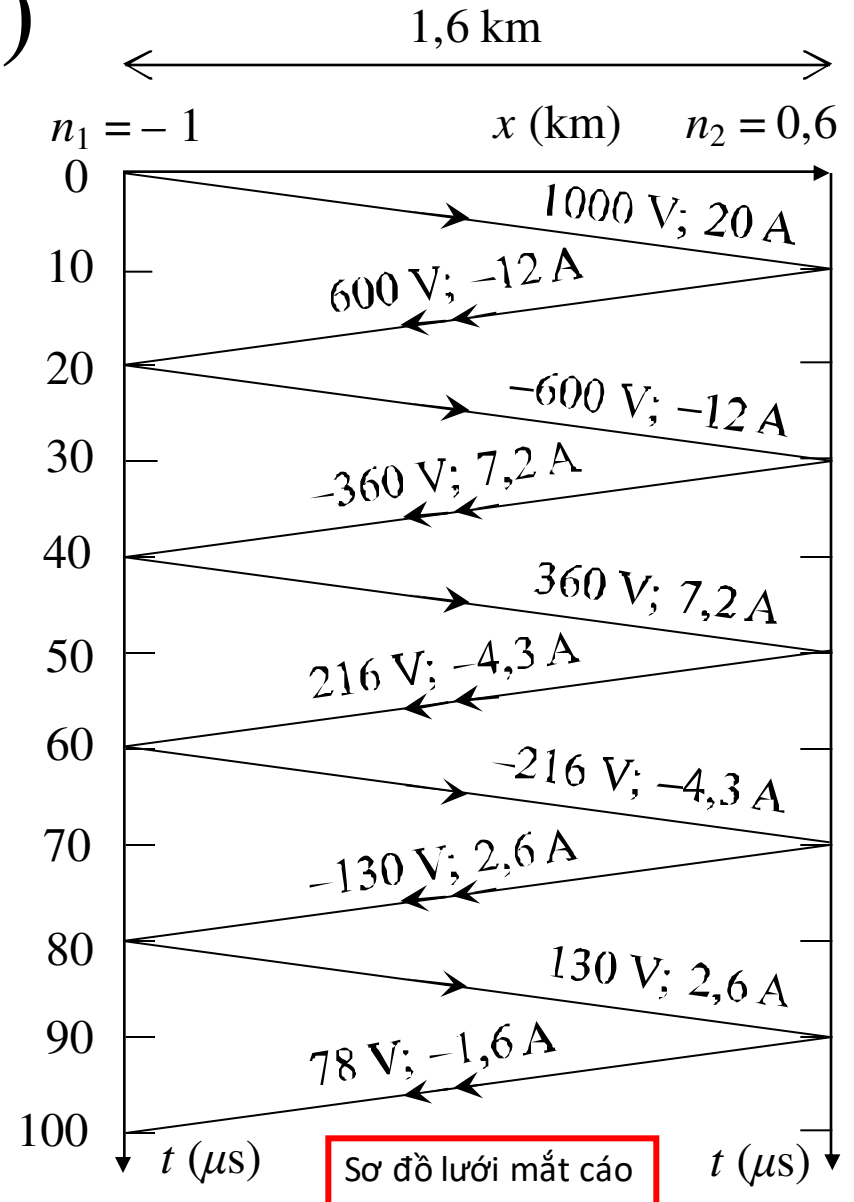
$$n_1 = \frac{Z_1 - Z_c}{Z_1 + Z_c} = \frac{0 - 50}{0 + 50} = -1$$

$$n_2 = \frac{Z_2 - Z_c}{Z_2 + Z_c} = \frac{200 - 50}{200 + 50} = 0,6$$

$$t_{\text{lan truyền}} = \frac{l}{v} = \frac{1,6 \cdot 10^3}{1,6 \cdot 10^8} = 10 \mu\text{s}$$

$$i^+ = \frac{U^+}{Z_c} = \frac{1000}{50} = 20 \text{ A}$$

$$u^- = n_2 u^+ = 0,6 \cdot 1 = 0,6 \text{ kV}$$





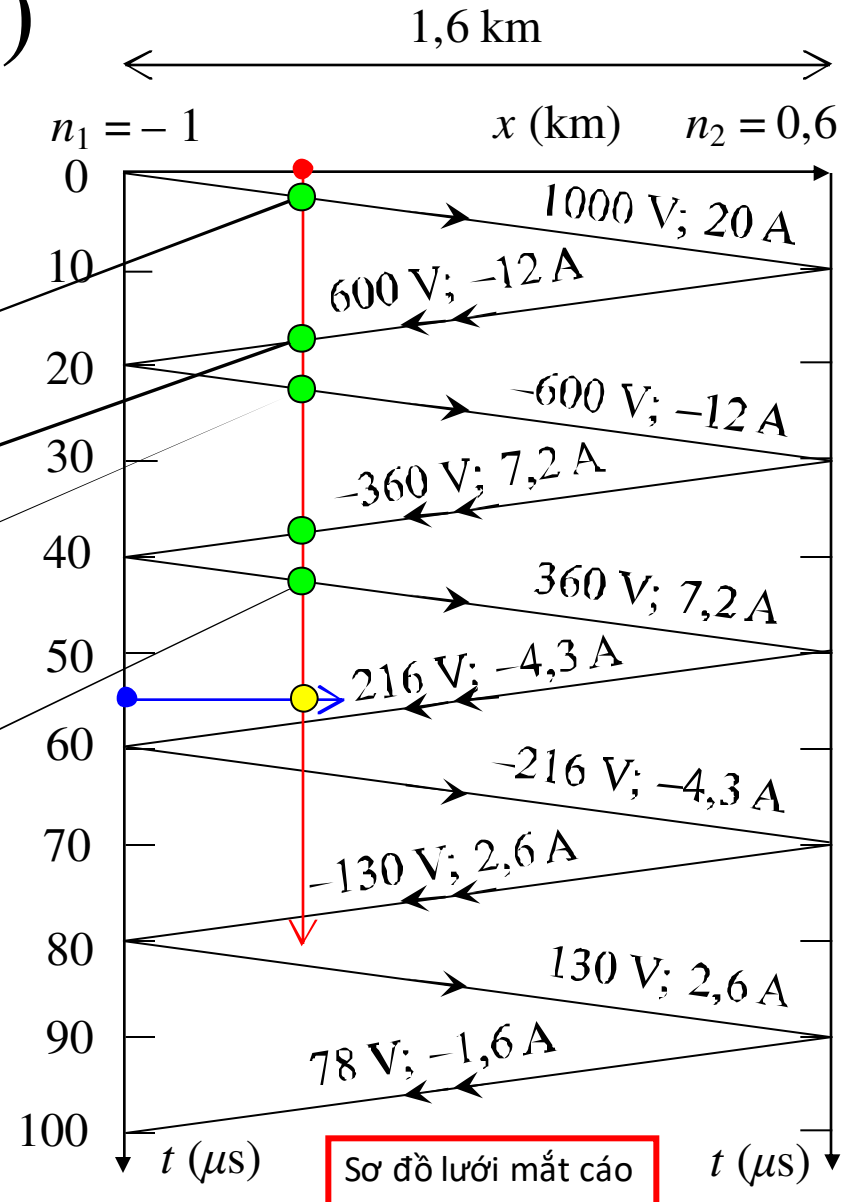
Phản xạ nhiều lần (2)

VD1

$l = 1,6 \text{ km}; Z_c = 50 \Omega; v = 1,6 \cdot 10^8 \text{ m/s};$
 $Z_1 = 0; Z_2 = 200 \Omega; U^+ = 1 \text{ kV}.$

Tính áp & dòng tại $t = 55 \mu\text{s}$ & $x = l/4$

$$u(55 \mu\text{s}, \frac{l}{4}) = 1000 + 600 - 600 - 360 + 360 = 1000 \text{ V}$$





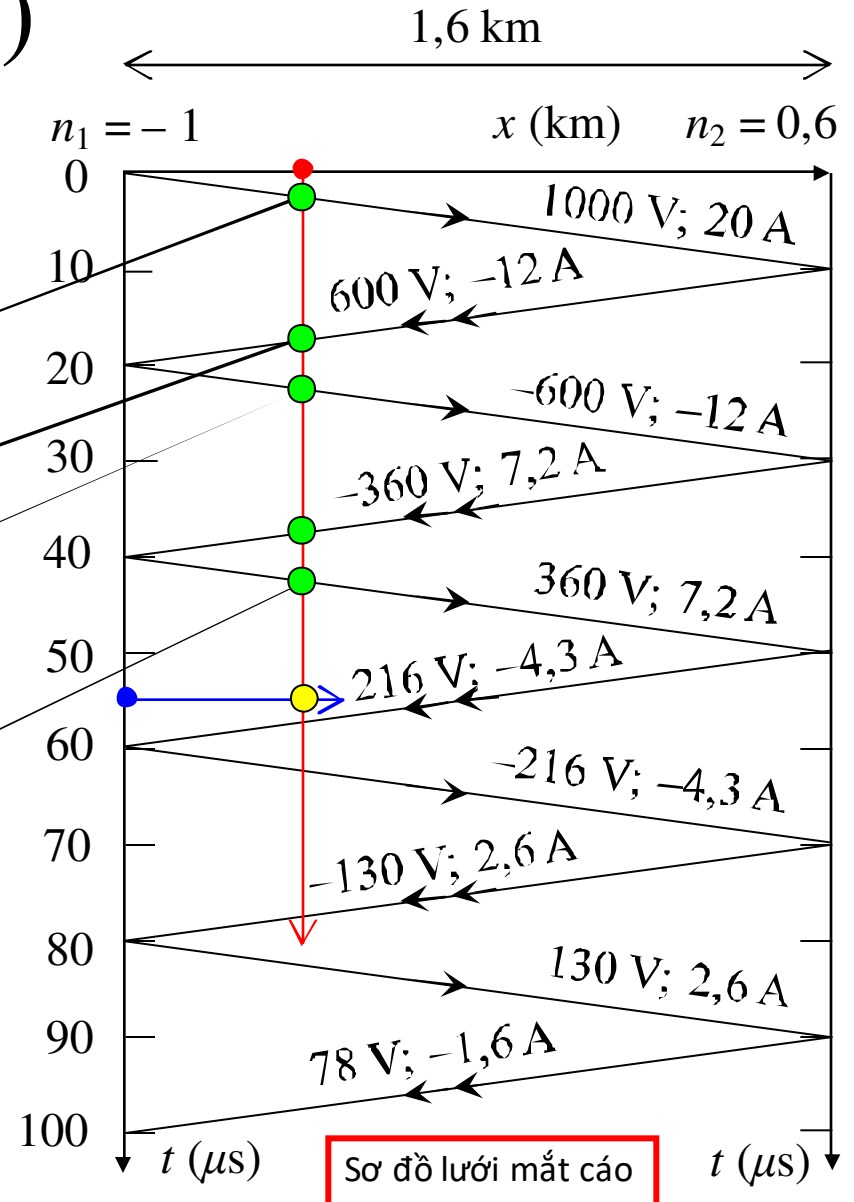
Phản xạ nhiều lần (3)

VD1

$l = 1,6 \text{ km}; Z_c = 50 \Omega; v = 1,6 \cdot 10^8 \text{ m/s};$
 $Z_1 = 0; Z_2 = 200 \Omega; U^+ = 1 \text{ kV}.$

Tính áp & dòng tại $t = 55 \mu\text{s}$ & $x = l/4$

$$i(55 \mu\text{s}, \frac{l}{4}) = \begin{matrix} 20 \\ -12 \\ -12 \\ +7,2 \\ +7,2 \end{matrix} = \boxed{10,4 \text{ A}}$$



Sơ đồ lưới mắt cáo

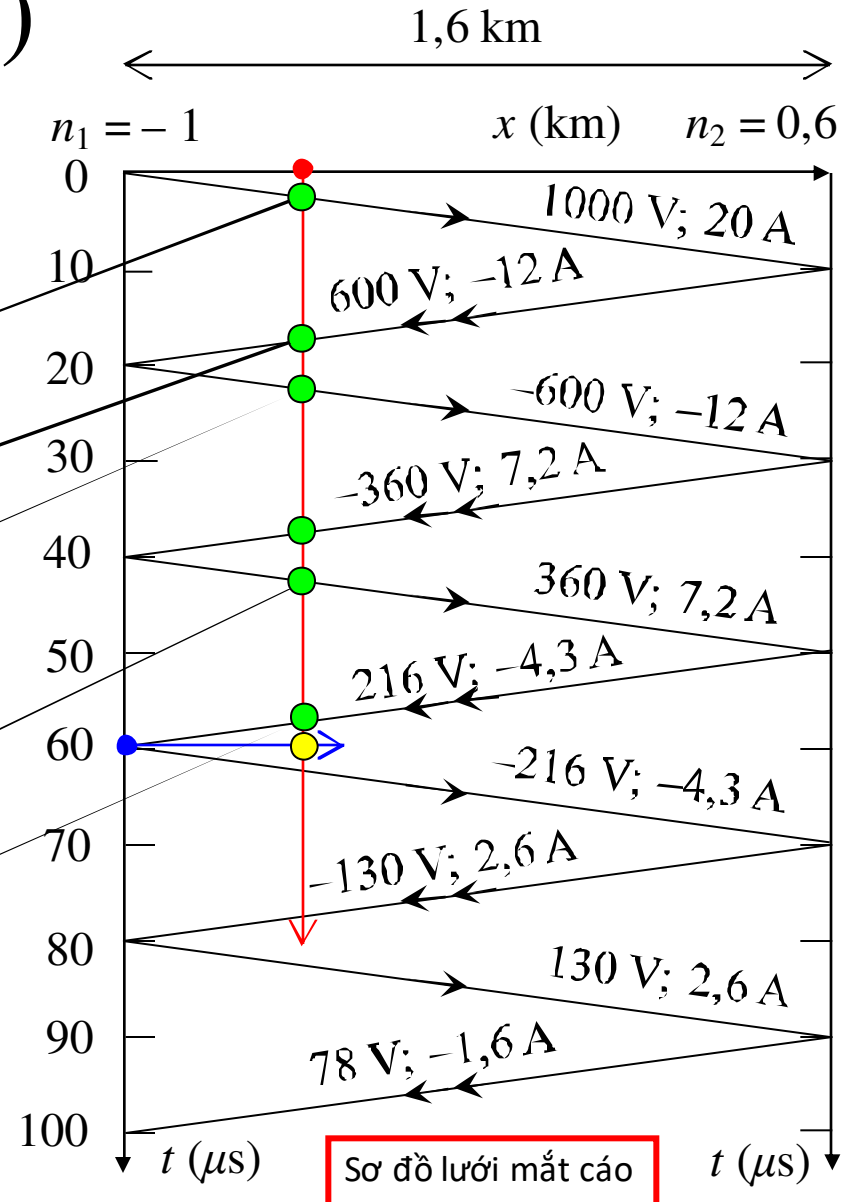
Phản xạ nhiều lần (4)

VD2

$l = 1,6 \text{ km}; Z_c = 50 \Omega; v = 1,6 \cdot 10^8 \text{ m/s};$
 $Z_1 = 0; Z_2 = 200 \Omega; U^+ = 1 \text{ kV}.$

Tính áp & dòng tại $t = 60 \mu\text{s}$ & $x = l/4$

$$u(60 \mu\text{s}, \frac{l}{4}) = 1000 + 600 - 600 - 360 + 360 + 216 = 1216 \text{ V}$$





Lý thuyết mạch II

I. Quá trình quá độ

II. Mạch phi tuyến

III. Đường dây dài

1. Giới thiệu

2. Chế độ xác lập điều hòa

3. Chế độ quá độ

a) Điện áp và dòng điện

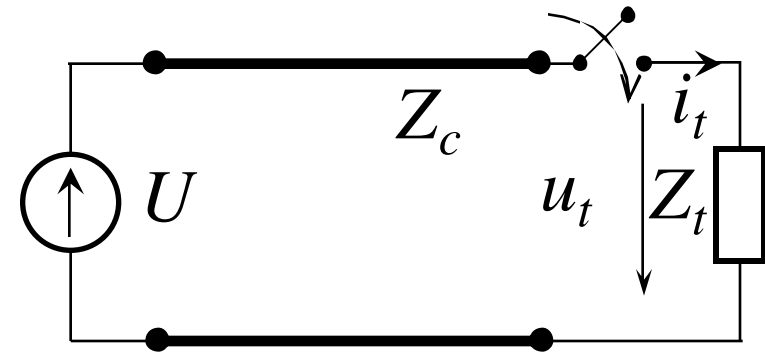
b) Phương pháp sơ đồ tương đương

c) Phản xạ nhiều lần

d) Đóng cắt tải



Đóng cắt tải (1)



$$\left. \begin{aligned} u_t &= U + u^- \\ u_t &= Z_t i_t \\ u^- &= Z_c i^- \end{aligned} \right\} \rightarrow Z_t i_t = U + Z_c i^-$$

$$\left. \begin{aligned} i_t &= i^+ - i^- \\ i^+ &= 0 \end{aligned} \right\} \rightarrow i_t = 0 - i^- = i^-$$

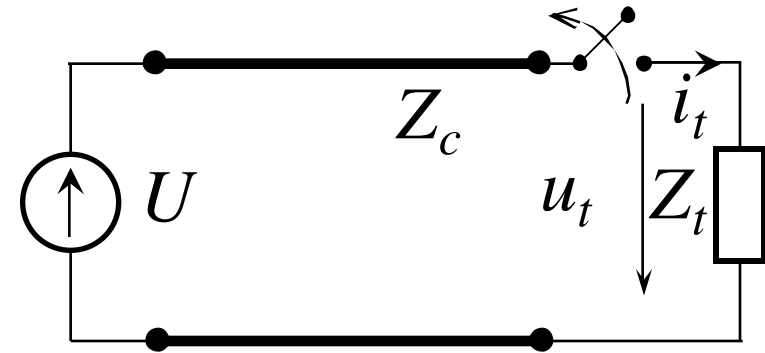
$$\rightarrow Z_t i_t = U - Z_c i_t \rightarrow i_t = \frac{U}{Z_c + Z_t}$$

$$\rightarrow i^- = -\frac{U}{Z_c + Z_t}$$

$$u^- = Z_c i^- = -\frac{Z_c}{Z_c + Z_t} U$$



Đóng cắt tải (2)



$$\left. \begin{aligned} n_2 &= \frac{Z_2 - Z_c}{Z_2 + Z_c} \\ Z_2 &\rightarrow \infty \end{aligned} \right\} \rightarrow n_2 = 1$$

$$\left. \begin{aligned} n_2 &= \frac{i_2^-}{i_2^+} \end{aligned} \right\} \rightarrow \left. \begin{aligned} i_2^- &= i_2^+ \\ i_2^+ &= I \end{aligned} \right\} \rightarrow i_2^- = I$$

$$\rightarrow u_2^- = Z_c i_2^- = Z_c I$$

Đóng cắt tải (3)

Do tính đối xứng quanh A nên:
$$\begin{cases} i^+ = i^- \\ u^+ = u^- \end{cases}$$

Tại A:
$$\left. \begin{aligned} i_t &= -(i^+ + i^-) = -2i^+ = -2i^- \\ u_t &= R_t i_t = U_0 + u^+ = U_0 + u^- \end{aligned} \right\} \rightarrow$$

$$\left. \begin{aligned} \rightarrow -2R_t i^+ &= U_0 + u^+ \\ u^+ &= Z_c i^+ \end{aligned} \right\} \rightarrow -2R_t i^+ = U_0 + Z_c i^+$$

$$\rightarrow i^+ = i^- = -\frac{U_0}{2R_t + Z_c}$$

$$\rightarrow u^+ = u^- = Z_c i^+ = -\frac{U_0 Z_c}{2R_t + Z_c}$$

