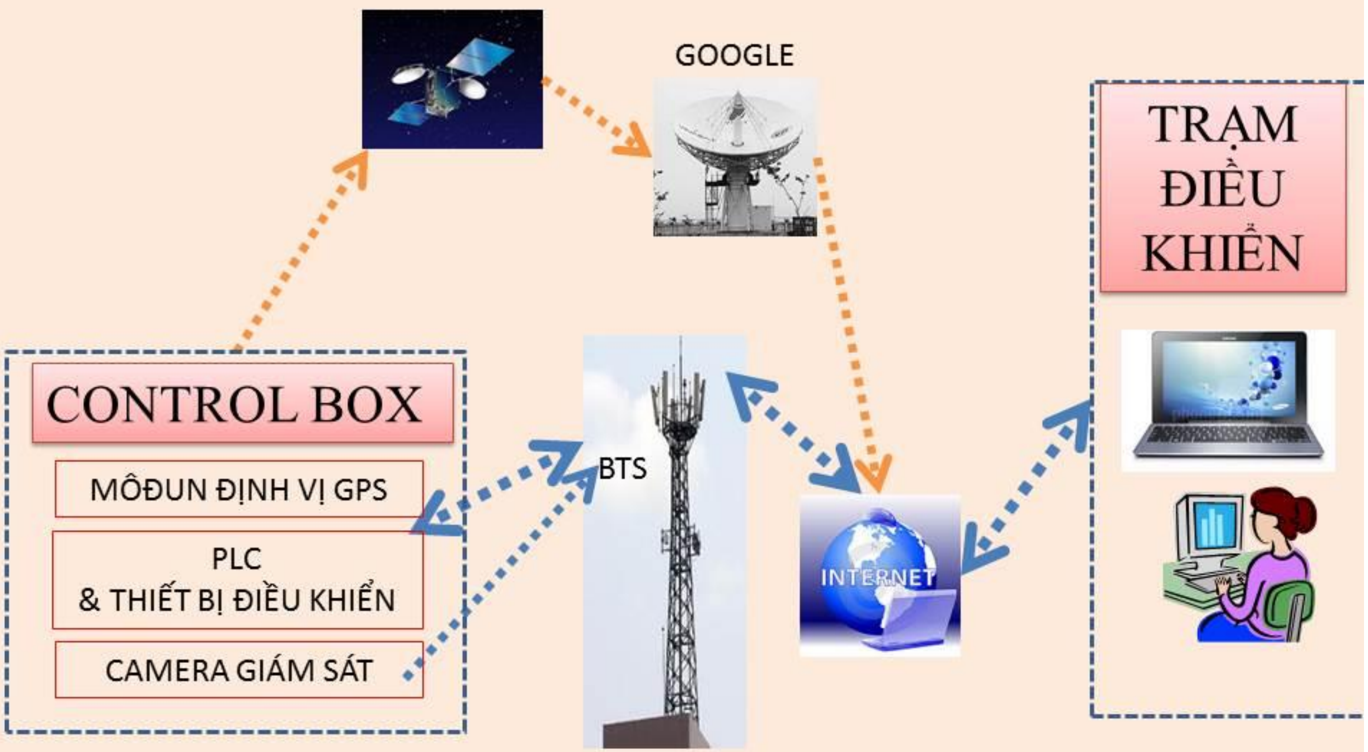
Chương 1. Giới thiệu



TS. Nguyễn Thu Hà
Bộ môn Điều khiển tự động
Viện Điện, Trường ĐHBK HN
hanguyenac@gmail.com

Mục tiêu

- Phân tích chất lượng hệ thống;
- Các nguyên tắc điều khiển cơ bản (truyền thẳng, phản hồi);
- Các phương pháp thiết kế bộ điều khiển liên tục tuyến tính trong miền tần số và trong miền thời gian.

Kết quả mong đợi

- Nắm bắt các phương pháp tiếp cận đối tượng điều khiển, các tín hiệu vào ra của đối tượng.
- Hiểu các phương pháp mô tả đối tượng tuyến tính, những mô hình toán học thông dụng.
- Tiếp cận các phương pháp phân tích hệ thống tuyến tính. Chỉ rõ vai trò của việc phân tích hệ thống và đánh giá chất lượng hệ thống.
- Nắm bắt các nguyên lý điều khiển khác nhau cũng như cách chọn nguyên lý thích hợp. Giới thiệu các phương pháp thiết kế bộ điều khiển.

Phương pháp đánh giá kết quả

- Thí nghiệm: 4 bài (tự làm ở nhà)
  - Các đặc tính của hệ thống điều khiển tự động
  - Ứng dụng MATLAB khảo sát tính ổn định và chất lượng của hệ thống
  - Ứng dụng SIMULINK để tổng hợp hệ thống điều khiển tự động
  - Hệ thống điều khiển trong không gian trạng thái.
- Điểm đánh giá
  - Kết quả kiểm tra giữa kỳ (bài tập nhóm+ bài tập về nhà+ bài giữa kỳ+ điểm chuyên cần) : 50%
  - Thi cuối kỳ (được sử dụng tài liệu chuẩn bị trước trên 2 tờ A4) 50%

Tài liệu tham khảo

1. Nguyễn Doãn Phước. Cơ sở lý thuyết điều khiển tuyến tính. Nhà xuất bản Bách khoa, 2016.
2. Nguyễn Văn Hòa. Cơ sở điều khiển tự động. Nhà xuất bản Khoa học và kỹ thuật, 2001.
3. Nguyễn Thương Ngô, Lý thuyết điều khiển tự động thông thường và hiện đại: Hệ tuyến tính. Quyển 1. Nhà xuất bản Khoa học và kỹ thuật, 2005.
4. R.C.Dorf . Mordern Control System
5. John J. D'Azzo, Constantine H. Houpis. Linear Control System Analysis And Design: Conventional and Modern.

Nội dung

1.1 Khái niệm về điều khiển

1.2 Các phần tử cơ bản trong hệ thống điều khiển

1.3 Ví dụ về hệ thống điều khiển trong công nghiệp

1.4 Phân loại bài toán điều khiển

1.5.Trình tự các bước thực hiện một bài toán điều khiển

1. Khái niệm về hệ thống điều khiển

1.1. Khái niệm

Lái xe, mục tiêu giữ tốc độ xe ổn định v=40km/h

1. Mắt quan sát đồng hồ đo tốc độ => thu thập thông tin
2. Bộ não điều khiển tăng tốc nếu v<40km/h

   Giảm tốc nếu v>40km/h => xử lý thông tin
3. Tay giảm ga hoặc tăng ga => tác động lên hệ thống

Kết quả của quá trình điều khiển trên là xe chạy với vận tốc bằng 40km/h

Định nghĩa 1.1: Điều khiển là quá trình thu thập thông tin, xử lý thông tin và tác động lên hệ thống để đáp ứng của hệ thống đạt được mục đích mong muốn. Điều khiển tự động là quá trình điều khiển không có sự tác động của con người.

Ví dụ về hệ thống điều khiển tự động

1.2.Tại sao cần phải điều khiển tự động?

- Giảm thiểu sự tham gia của con người trong các lĩnh vực kỹ thuật kể trên
  - Giảm nhân công
  - Tăng độ chính xác
  - Tăng năng suất và chất lượng sản phẩm
  - Tăng hiệu quả
- Giảm lao động nặng nhọc, tai nạn nghề nghiệp.

1.3. Ứng dụng hệ thống điều khiển

- Áp dụng trong hầu hết tất cả các lĩnh vực kỹ thuật:
- Hệ thống sản xuất: Nhà máy xi măng, nhà máy đường, nhà máy giấy, nhà máy chế biến thực phẩm, nước giải khát…
- Quá trình công nghiệp: Nhiệt độ, lưu lượng, áp suất, tốc độ
- Hệ cơ điện tử: robot di động, cánh tay máy, máy công cụ…
- Phương tiện giao thông: điều khiển rada, tên lửa…

1.4. Các bài toán cơ bản trong lĩnh vực ĐKTĐ

- Phân tích hệ thống: Cho hệ thống tự động đã biết cấu trúc và thông số. Bài toán đặt ra là trên cơ sở những thông tin đã biết tìm đáp ứng của hệ thống và đánh giá chất lượng của hệ.
- Thiết kế hệ thống: Biết cấu trúc và thông số của đối tượng điều khiển. Bài toán đặt ra là thiết kế bộ điều khiển để được hệ thống thỏa mãn các yêu cầu về chất lượng.

1.5. Cấu trúc cơ bản của hệ thống ĐK

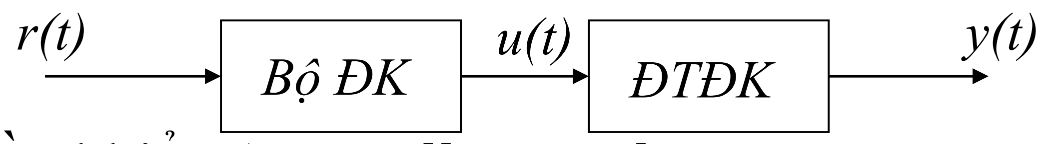
Định nghĩa 1.2: Hệ thống được hiểu là một tập hợp các phần tử (linh kiện, thiết bị, thuật toán…° , được kết nối với nhau để thực hiện một nhiệm vụ cụ thể. Hệ thống luôn được giao tiếp với môi trường bên ngoài bằng các tín hiệu vào và ra

1.5.1. Hệ thống điều khiển vòng hở

+ Định nghĩa

Định nghĩa 1.3: Hệ thống điều khiển vòng hở (*open-loop*) là hệ thống mà tín hiệu vào *u(t)* không phụ thuộc vào tín hiệu ra *y(t)*, có nghĩa là *u(t)* không phải là một hàm của *y(t).*

+ Sơ đồ:

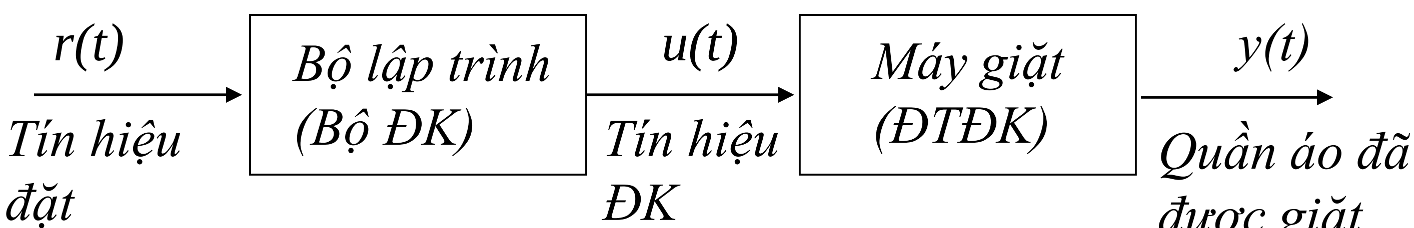


Bộ ĐK: Bộ điều khiển (*controller,regulator, compensator*)

ĐTĐK: Đối tượng điều khiển (Plant)

+ Ví dụ:

Máy giặt quần áo là một hệ thống ĐK vòng hở



1.5.1. Hệ thống điều khiển vòng hở

+ Ưu nhược điểm

Ưu điểm: Đơn giản, đáp ứng nhanh. Cấu trúc hệ thống gọn nhẹ, không cần cảm biến đo.

Nhược điểm: cần mô hình đối tượng rất chính xác. Độ chính xác của phương pháp không cao (nhiễu, tín hiệu đặt thay đổi,...).

+Khi nào chúng ta nên sử dụng hệ thống điều khiển vòng hở?

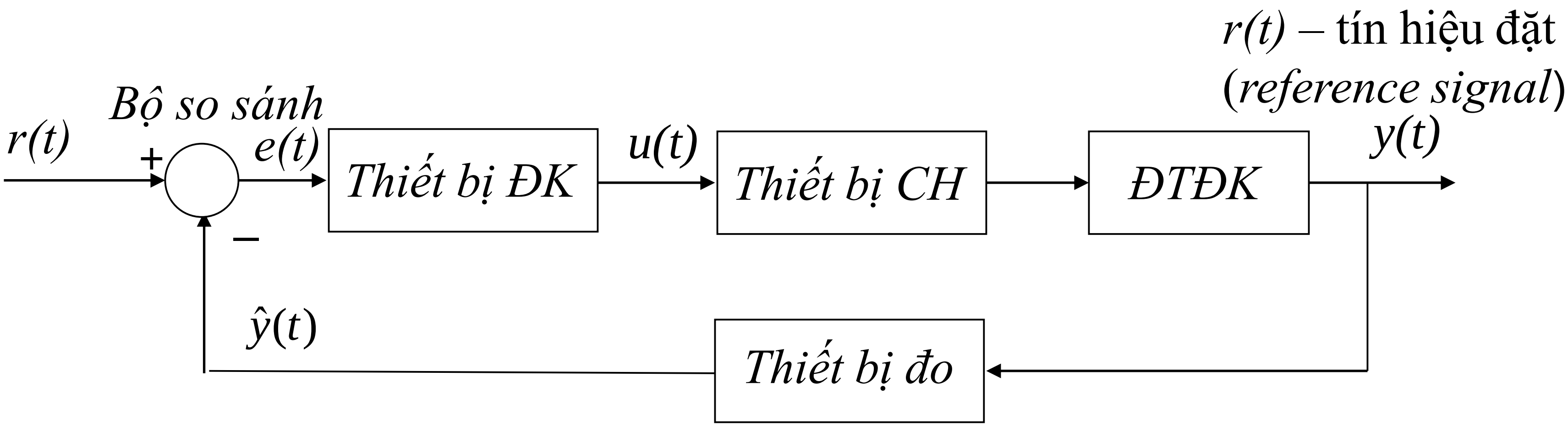
- Khi mối quan hệ giữa đầu vào và đầu ra được biết chính xác
- Không có nhiễu phụ tải cũng như ngoại sinh.
- Việc đo chính xác giá trị đầu ra khó hoặc giá thành đắt.

1.5.2. Hệ thống điều khiển vòng kín

+ Định nghĩa

Định nghĩa 1.4: Hệ thống điều khiển vòng kín (*closed-loop*) là hệ thống mà tín hiệu vào *u(t)* phụ thuộc vào tín hiệu ra *y(t)*, có nghĩa là *u(t)* là một hàm của *y(t).*

+ Sơ đồ:



Các thành phần của một HTĐK hồi tiếp

- Tín hiệu vào: $u(t)$.
- Tín hiệu ra: $y(t)$.
- Tín hiệu đặt (chủ đạo): $r(t)$.
- Tín hiệu ra đo được qua cảm biến: ŷ(t) (thông thường coi ŷ(t) = $y(t)$).
- Sai lệch giữa tín hiệu chủ đạo và tín hiệu ra đo được:
- $e(t) = r(t) - \hat{y}(t)$.

ĐTĐK: là cái cần điều khiển gồm lò, động cơ, thiết bị trong công nghiệp

Thiết bị chấp hành: cơ cấu tác động thường là những van đóng mở, thiết bị công suất

Thiết bị điều khiển : rơ le, PID, PLC, fuzzy, neural,… nhằm tạo ra tín hiệu điều khiển u(t)

Thiết bị đo: là các cảm biến đo theo dõi sự biến đổi của đại lượng cần điều khiển

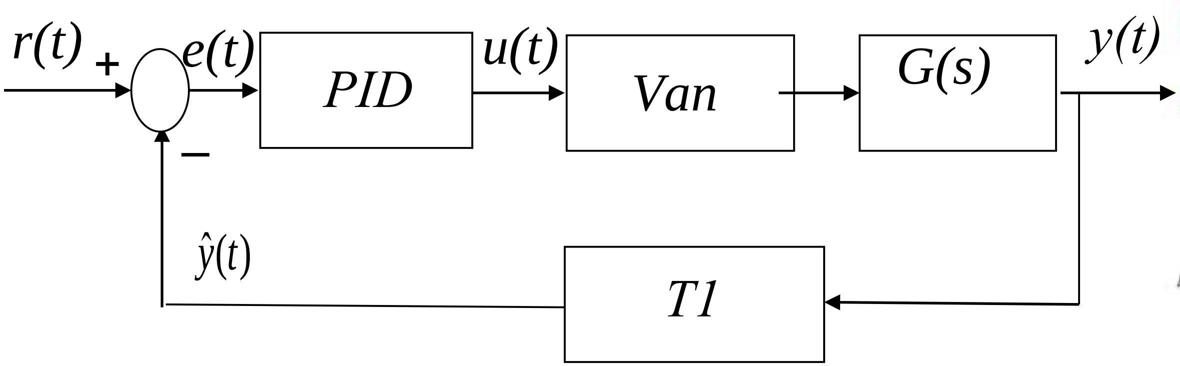
1.5.2. Hệ thống điều khiển vòng kín

+ Ưu nhược điểm:

Ưu điểm: Độ chính xác cao hơn nhiều so với cấu trúc vòng hở. Có khả năng kháng nhiễu, bám theo tín hiệu đặt thay đổi. Cấu trúc bộ điều khiển đa dạng.

Nhược điểm: cần cảm biến đo chính xác đầu ra của đối tượng.

+ Ví dụ: Bình nước nóng là một hệ thống ĐK vòng kín



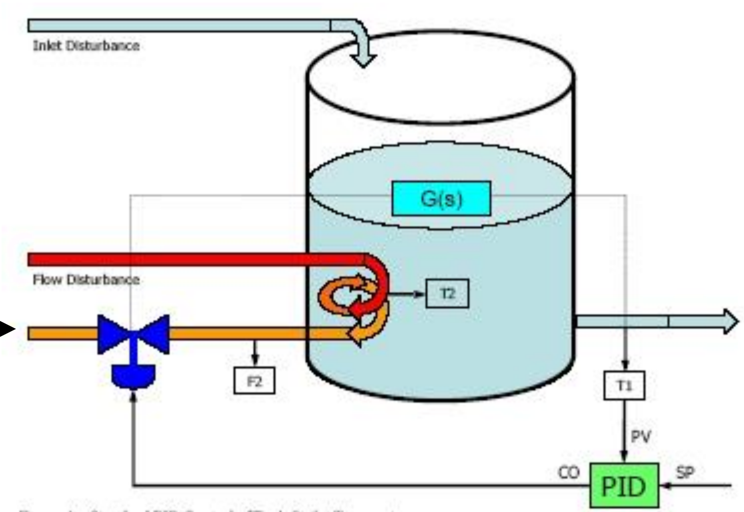
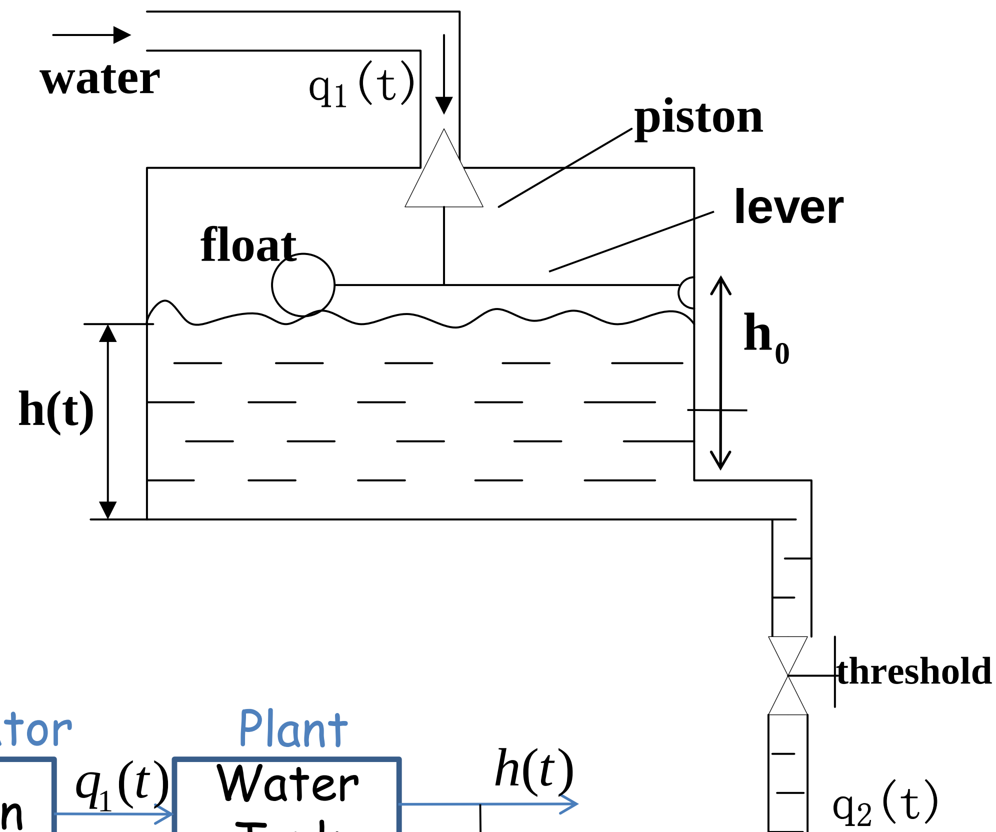
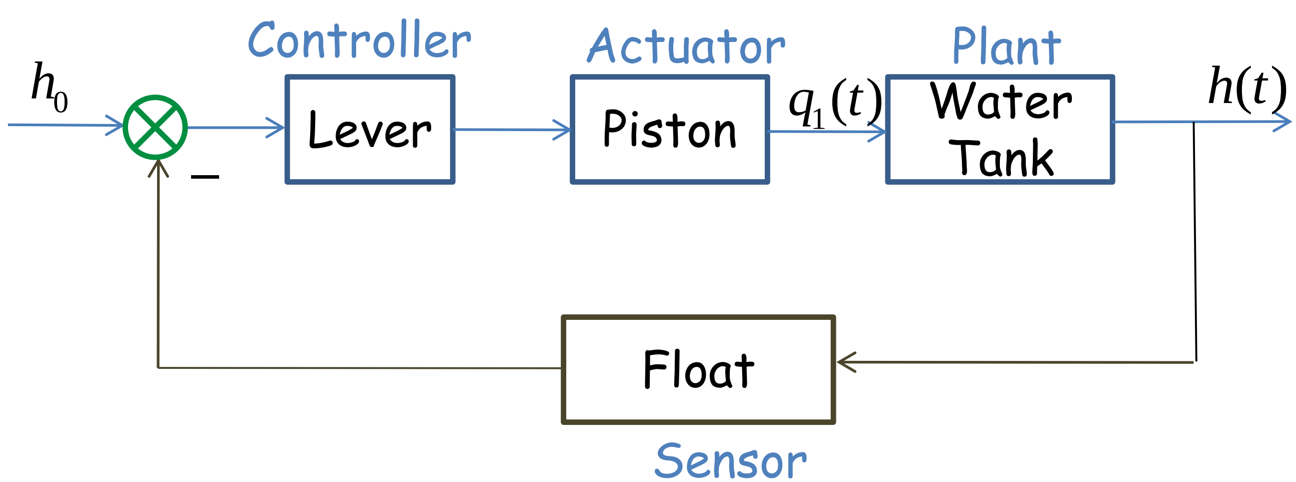


Figure 1 – Standard PID Control of Tank Outlet Temperature

Ví dụ

Plant: water tank
Input: water flow
Output: water level $h(t)$
Expected value: h_0
Sensor: float
Controller: lever
Actuator: piston

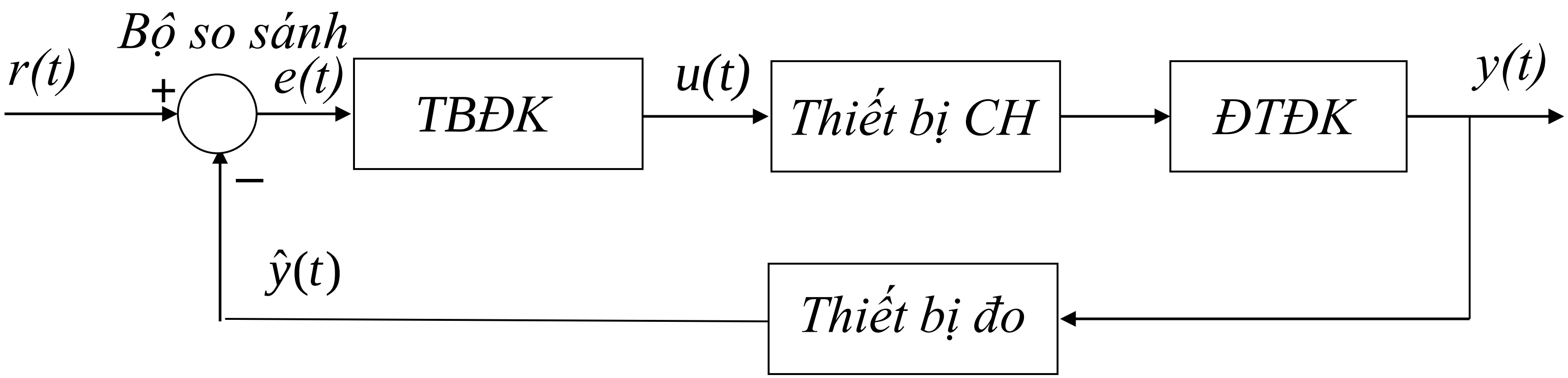




2. Các nguyên tắc điều khiển

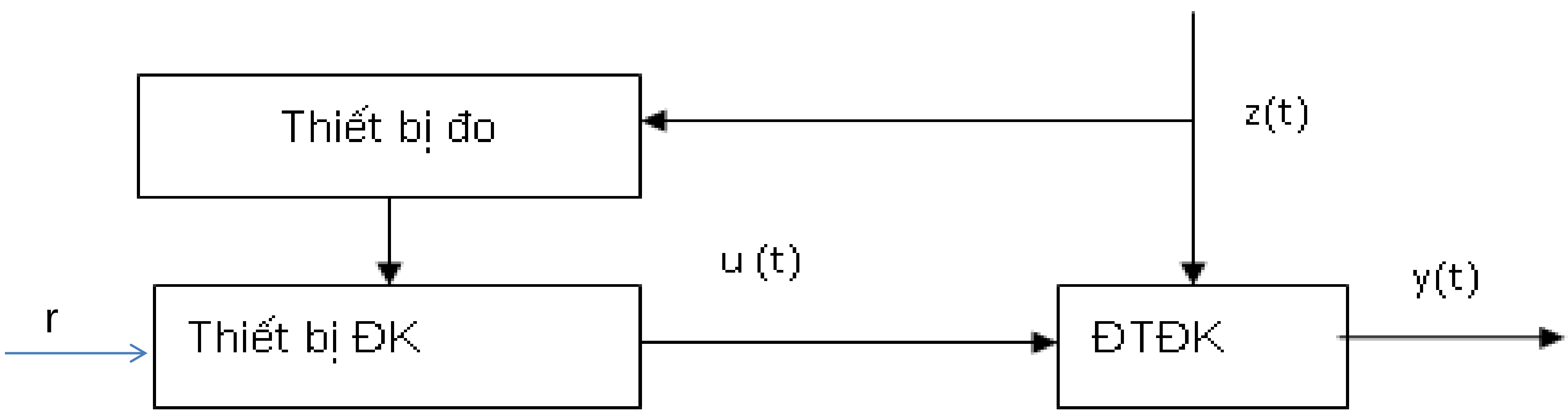
Nguyên tắc điều khiển theo sai lệch

- Tín hiệu điều khiển ở đây được hình thành do sự sai lệch giữa giá trị mong muốn và giá trị đo được của đại lượng cần điều khiển u=f(e). Trong đó e = r- ŷ.



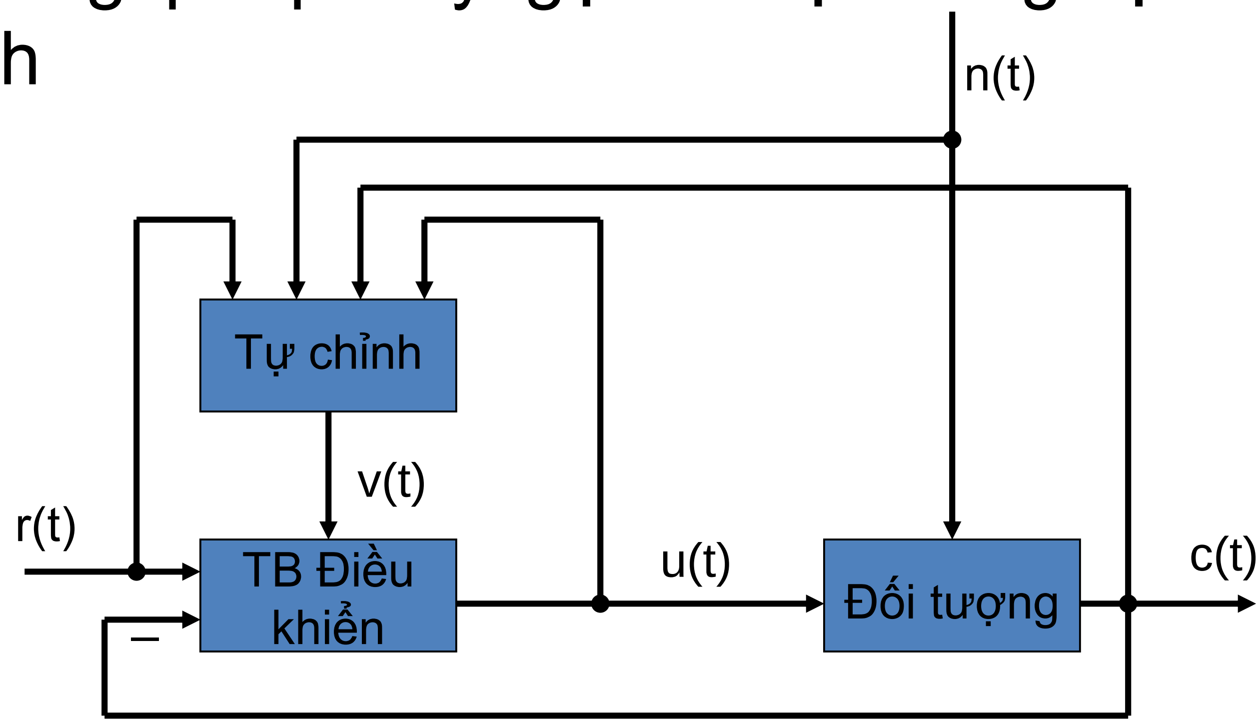
Nguyên tắc điều khiển theo bù nhiễu

- Tín hiệu điều khiển ở đây được hình thành khi xuất hiện nhiễu loạn tác động lên hệ thống. Tín hiệu điều khiển được phát ra nhằm bù lại sự tác động của nhiễu loạn để giữ cho giá trị của đại lượng điều khiển là không đổi. Vì vậy hệ thống này còn gọi là hệ thông điều khiển bất biến.



Nguyên tắc điều khiển thích nghi

- Tác động điều chỉnh dựa trên cơ sở phân tích tính toán sự biến đổi của ĐTĐK, tác động của nhiễu và tín hiệu chủ đạo. Hệ thống sử dụng phương pháp này gọi là hệ thống tự động tự chỉnh



Nguyên tắc điều khiển theo chương trình

- Tín hiệu điều khiển được phát ra do một chương trình định sẵn trong thiết bị điều khiển.

3. Phân loại hệ thống điều khiển

3. Phân loại hệ thống điều khiển

- 3.1. Theo cấu trúc
  - HT điều khiển vòng hở
  - HT điều khiển vòng kín

3. Phân loại hệ thống điều khiển

3.2. Theo giá trị đặt

Giá trị đặt là hằng số

- Giá trị mong muốn là hằng số
- Bộ điều khiển làm việc để giữ cho tín hiệu đầu ra thay đổi xung quanh giá trị đặt

  Ví dụ: Điều khiển nhiệt độ, mức, áp suât.

Điều khiển bám

- Giá trị đặt có thể không biết hoặc thay đổi
- Bộ điều khiển làm việc để tín hiệu đầu ra bám theo sự thay đổi giá trị đặt

  e.g. Hệ thống điều khiển hướng tự động trên thuyền và máy bay

Điều khiển theo chương trình

- Đầu vào thay đổi theo một chương trình
- Bộ điều khiển theo chương trình đã lập trình trước

  Ví dụ: máy giặt, đèn giao thông

3. Phân loại hệ thống điều khiển

3.3. Theo tính chất của hệ thống

$$f(x_1) = y_1 \qquad f(x_2) = y_2$$

Nguyên lý xếp chồng

$$f(x_1 + x_2) = f(x_1) + f(x_2) = y_1 + y_2$$

HT điều khiển tuyến tính

- áp dụng nguyên lý xếp chồng
- được mô tả bởi phương trình vi phân tuyến tính

HT điều khiển phi tuyến

- được mô tả bởi phương trình vi phân phi tuyến

3. Phân loại hệ thống điều khiển

3.4. Theo dạng tín hiệu

- HT điều khiển liên tục — Tất cả các tín hiệu là hàm liên tục theo thời gian t
- HT điều khiển rời rạc — Các tín hiệu hoặc dưới dạng xung hoặc mã hóa

Ví dụ HT điều khiển số

3. Phân loại hệ thống điều khiển

3.5. Theo các thông số

Hệ tham số hằng

Các thông số của hê thống là hằng số

Hệ biến đổi theo thời gian

Hệ thống chứa các thành phần bị trôi hoặc thay đổi theo thời gian

Ví dụ: hệ thống tên lửa dẫn đường

4. Lịch sử phát triển

4.1 Điều khiển kinh điển (classical control)

Điều khiển kinh điển có trước năm 1960

Mô tả hệ thống trong miền tần số (phép biến đổi Fourier) và mặt phẳng s (phép biến đổi Laplace)

Các phương pháp phân tích và thiết kế hệ thống trong lý thuyết điều khiển kinh điển gồm có phương pháp Nyquist, Bode, và phương pháp quỹ đạo nghiệm số

Điều khiển tỷ lệ – tích phân – vi phân (PID)

4. Lịch sử phát triển

4.2 Điều khiển hiện đại (modern control)

Điều khiển hiện đại từ khoảng năm 1960 đến nay

Kỹ thuật thiết kế hệ thống hiện đại dựa trên miền thời gian. Mô tả toán học dùng để phân tích và thiết kế hệ thống là phương trình trạng thái

Bộ điều khiển hồi tiếp trạng thái

Với sự phát triển của lý thuyết điều khiển số và hệ thống rời rạc, lý thuyết ĐK hiện đại rất thích hợp để thiết kế các bộ ĐK là các chương trình phần mềm chạy trên vi xử lý và máy tính số

4. Lịch sử phát triển

4.3 Điều khiển thông minh (intelligent control)

Điều khiển kinh điển và điều khiển hiện đại gọi là điều khiển thông thường, có khuyết điểm là để thiết kế được HTĐK cần phải biết mô hình toán học của đối tượng

Trong khi đó có những đối tượng ĐK rất phức tạp, rất khó hoặc không thể xác định được mô hình toán. Điều khiển thông minh có thể giải quyết được

Các phương pháp điều khiển thông minh như điều khiển mờ, mạng nơ ron, thuật toán di truyền mô phỏng/bắt chước các hệ thống thông minh sinh học, về nguyên tắc không cần dùng mô hình toán học để thiết kế hệ thống, do đó có khả năng ứng dụng thực tế rất cao

5. Các bước thiết kế hệ thống điều khiển

1.Nghiên cứu đối tượng cần ĐK và quyết định các loại cảm biến và thiết bị chấp hành sẽ sử dụng.

2.Mô hình hóa hệ thống cần ĐK; đơn giản hóa mô hình nếu cần thiết.

3.Phân tích mô hình; xác định các tính chất của nó.

4.Quyết định các chỉ tiêu chất lượng của hệ.

5.Quyết định cấu trúc điều khiển.

5. Các bước thiết kế hệ thống điều khiển

6.Thiết kế bộ ĐK thỏa mãn các chỉ tiêu CL đặt ra, nếu không, giảm bớt chỉ tiêu hoặc tổng quát hóa cấu trúc bộ ĐK.

7.Mô phỏng hệ thống ĐK vừa nhận được, hoặc trên máy tính hoặc trên đối tượng thử nghiệm.

8.Lặp lại bước 1 nếu cần thiết.

9.Chọn các phần cứng và phần mềm và thực hiện bộ ĐK.

10.Chỉnh định trực tuyến (on-line) bộ ĐK nếu cần thiết.

Chương 2: Hệ thống tuyến tính liên tục trong miền phức

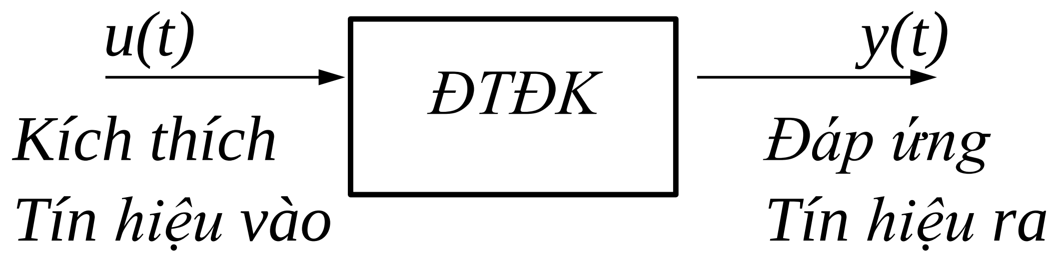
TS. Nguyễn Thu Hà
Bộ môn Điều khiển tự động
Viện Điện, Trường ĐHBK HN
ha.nguyenthu3@hust.edu.vn/
hanguyenac@gmail.com

2.1. Mô tả hệ thống

1. Đặt vấn đề

- Xây dựng mô hình toán học của đối tượng điều khiển:
  - Hiểu biết về đối tượng.
  - Sử dụng mô hình để phân tích động học và tổng hợp bộ điều khiển.
  - Sử dụng mô hình để mô phỏng hoạt động của hệ thống.
- Các loại mô hình toán học:
  - Phương trình vi phân.
  - Hàm truyền đạt.
  - Phương trình trạng thái.

2. Khái niệm hàm truyền đạt



Định nghĩa 2.2: Hàm truyền đạt là tỷ số giữa ảnh Laplace của tín hiệu ra *Y*(*s*) và ảnh Laplace của tín hiệu vào *U*(*s*) (các điều kiện đầu bằng 0).

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_0 + b_1 s + \cdots + b_m s^m}{a_0 + a_1 s + \cdots + a_n s^n}$$

Nếu hệ là causal thì hàm truyền đạt G(s) của nó phải có bậc đa thức tử số không lớn hơn bậc đa thức mẫu số (m≤n). Các hàm truyền đạt như vậy có tên là hợp thức. Còn nếu m<n thì G(s) được gọi là một hàm hợp thức chặt.

Khái niệm hàm truyền đạt

A(s) = $a_0 + a_1 s + \cdots + a_n s^n$ gọi là đa thức đặc tính (quyết định quá trình quá độ)

A(s) = 0 gọi là phương trình đặc tính

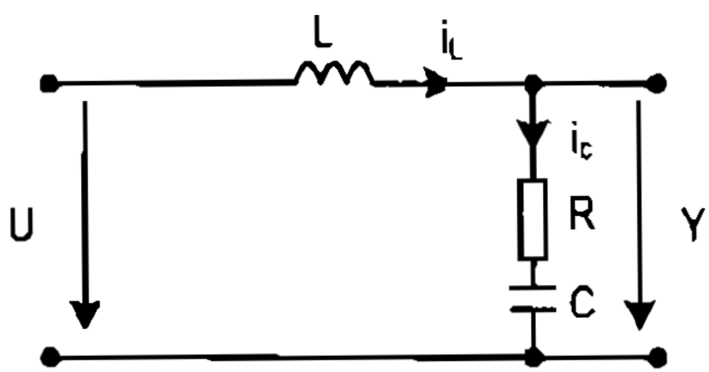
- Nghiệm của phương trình đặc tính là các điểm cực
- Nghiệm của phương trình B(s) = 0 gọi là các điểm không

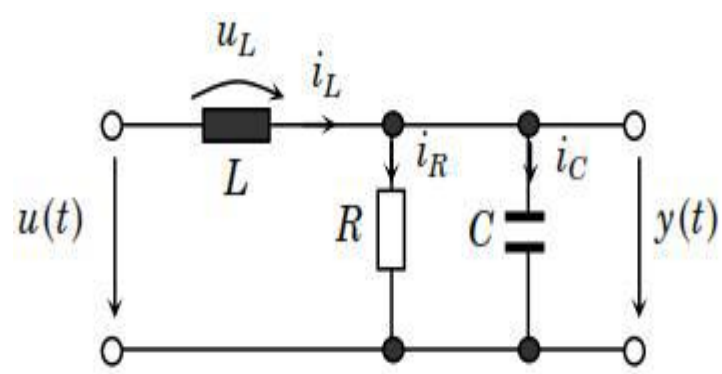
Ví dụ xác định hàm truyền đạt

- Định nghĩa hàm truyền đạt trong Matlab

  >>G=tf($[b_m \ldots . b_1\ b_0], [a_n \ldots . a_1\ a_0]$)

- Ví dụ : Xác định hàm truyền đạt của mạch điện





G(s)=$\frac{RCs+1}{LCs^2+RCs+1}$

G(s)=$\frac{R}{RLCs^2+Ls+R}$

3. Các đặc tính trong miền thời gian

3.1. Hàm trọng lượng

Định nghĩa 2.3: Hàm trọng lượng g(t) là đáp ứng của hệ thống khi hệ đang ở trạng thái 0 (có các giá trị ban đầu bằng 0) và được kích thích bởi tín hiệu dirac $\delta(t)$ ở đầu vào.

- Giả sử $G(s)$ là hàm truyền đạt của hệ. Hàm trọng lượng $g(t)$ là ảnh Laplace ngược của $G(s)$.

$$g(t) = \mathcal{L}^{-1}\{G(s)\}$$

Để vẽ hàm trọng lượng g(t) trong matlab sử dụng lệnh:

```
>>impulse(G)
```

3. Các đặc tính trong miền thời gian

3.2. Hàm quá độ

- Định nghĩa 2.4: Hàm quá độ h(t) là đáp ứng của hệ thống khi hệ đang ở trạng thái 0 (có các giá trị ban đầu bằng 0) và được kích thích bởi tín hiệu Heaviside 1(t) ở đầu vào.

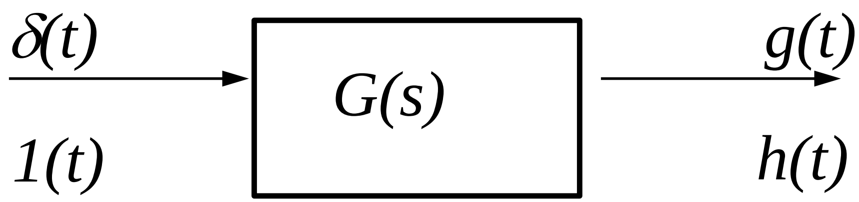
Hàm quá độ h(t) được tính theo công thức:

$$h(t) = \mathcal{L}^{-1}\{\frac{G(s)}{s}\}$$

Để vẽ hàm quá độ h(t) trong matlab sử dụng lệnh:

```
>>step(G)
```

Mối quan hệ giữa hàm quá độ và hàm trọng lượng



Định lý 2.1: Cho hệ SISO tuyến tính

Hệ luôn được mô tả bởi ba mô hình toán học tương đương là hàm truyền đạt G(s), hàm quá độ h(t) và hàm trọng lượng g(t) với các quan hệ:

$G(s) = \mathcal{L}\{g(t)\}$; $\quad h(t) = \mathcal{L}^{-1}\{\frac{G(s)}{s}\}$ $\quad g(t) = \frac{dh(t)}{dt}$

Ví dụ

Xác định hàm quá độ và hàm trọng lượng của hệ được mô tả bởi hàm truyền đạt:

$$G(s) = \frac{1+T_t s}{1+T_m s} \text{ với } T_t \neq T_m$$

Ảnh Laplace H(s) của hàm quá độ h(t) là

$$H(s) = \frac{G(s)}{s} = \frac{1}{s} - \frac{T_m - T_t}{T_m} \frac{1}{s + \frac{1}{T_m}}$$

Vậy $h(t) = \left(1 - \frac{T_m - T_t}{T_m} e^{-\frac{1}{T_m}t}\right) 1(t)$

$g(t) = \frac{dh(t)}{dt} = \frac{T_m - T_t}{T_m^2} e^{-\frac{1}{T_m}t} 1(t) + \left(1 - \frac{T_m - T_t}{T_m} e^{-\frac{1}{T_m}t}\right) \delta(t)$ thay tại thời điểm t=0 ta có $g(t) = \frac{T_m - T_t}{T_m^2} e^{-\frac{1}{T_m}t} 1(t) + \frac{T_t}{T_m} \delta(t)$

4. Các đặc tính trong miền tần số

4.1. Đường đặc tính tần biên pha

- Xét hệ thống tuyến tính mô tả bởi phương trình vi phân (*). Hệ đó sẽ có hàm truyền đạt

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_0+b_1 s+\cdots+b_m s^m}{a_0+a_1 s+\cdots+a_n s^n} \qquad \text{với } m \leq n$$

- Hàm đặc tính tần được hiểu là

$$\tilde{G}(j\omega) = G(s)|_{s=j\omega} = \mathrm{Re}\,\tilde{G}(j\omega) + j\,Im\tilde{G}(j\omega) = \left|\tilde{G}(j\omega)\right| e^{j\varphi)}$$

Lưu ý : Viết $\tilde{G}(j\omega)$ thay vì G(jω) là để tránh nhầm lẫn rằng $\tilde{G}(j\omega)$ chính là ảnh Fourier của hàm trọng lượng g(t)

Định lý 2.2: Nếu kích thích một hệ thống có hàm truyền đạt bền G(s) từ trạng thái 0, tức là tại thời điểm kích thích hệ có y(0) = $\frac{dy(0)}{dt}$ = …. = $\frac{d^{n-1}y(0)}{dt^{n-1}}$ =0 bằng tín hiệu điều hòa u(t) =$e^{j\omega t} thì\ khi$ t→∞ hệ sẽ có đáp ứng y(t) được xác định từ hàm đặc tính tần $\tilde{G}(j\omega)$:

$$y(t) = \left|\tilde{G}(j\omega)\right| e^{j(\omega t+\varphi)} \text{ với góc pha } \varphi = \text{arc } \tilde{G}(j\omega)$$

4. Các đặc tính trong miền tần số

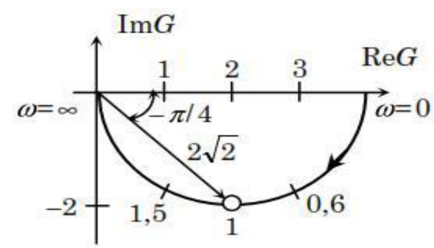
- Ký hiệu arc $\tilde{G}(j\omega)$ để chỉ góc pha của $\tilde{G}(j\omega)$ tức là

$$\text{arc } \tilde{G}(j\omega) = \arctan\frac{Im\tilde{G}(j\omega)}{Re\tilde{G}(j\omega)}$$

- Với Re$\tilde{G}(j\omega)$ là phần thực, $Im\tilde{G}(j\omega)$ là phần ảo của $\tilde{G}(j\omega)$.
- Đường biểu diễn hàm $\tilde{G}(j\omega)$ dưới dạng đồ thị theo tham số ω khi ω chạy từ 0 đến ∞ trong hệ trục tọa độ có trục tung $Im\tilde{G}(j\omega)$ và trục hoành Re$\tilde{G}(j\omega)$ được gọi là đường đặc tính tần biên pha.
- Ví dụ: Xây dựng hàm đặc tính tần cho hệ thống có hàm truyền đạt

G(s) = $\frac{4}{1+s}$ hàm đặc tính tần của hệ là:

$\tilde{G}(j\omega)$ = G(s)$|_{s = j\omega}$ = $\frac{4}{1+j\omega}$ = $\frac{4}{1+\omega^2}$ - j$\frac{4\omega}{1+\omega^2}$



- Do có [Re$\tilde{G}(j\omega)$ -2]^2+[$Im\tilde{G}(j\omega)$]^2 = 4

nên khi ω chạy từ 0 đến ∞ , đồ thị của nó là nửa hình tròn nằm dưới trục hoành. Khi u(t) = sin(t) thì y(t) = 2$\sqrt{2}$sin(t - $\frac{\pi}{4}$) khi t→∞

4. Các đặc tính trong miền tần số

4.2.Đường đặc tính tần logarit – Đồ thị Bode

Định nghĩa 2.5: Đồ thị Bode là dạng đồ thị biểu diễn hàm đặc tính tần, gồm 2 đồ thị riêng biệt theo ω cho:

Biên độ: $L(\omega) = 20lg\left|\tilde{G}(j\omega)\right|$ có đơn vị là dezibel [dB].

Pha: $\varphi(\omega) = \text{arc}\ \tilde{G}(j\omega)$ có đơn vị [grad].

Lưu ý: Cả hai đồ thị này có trục hoành là ω xong không được chia đều theo giá trị của ω mà theo $\lg(\omega)$

$$\tilde{G}(j\omega) = k\,\frac{(1+T_1' j\omega)(1+T_2' j\omega)\ldots(1+T_m' j\omega)}{(1+T_1\ \ j\omega)(1+T_2\ \ j\omega)\ldots(1+T_n' j\omega)}$$

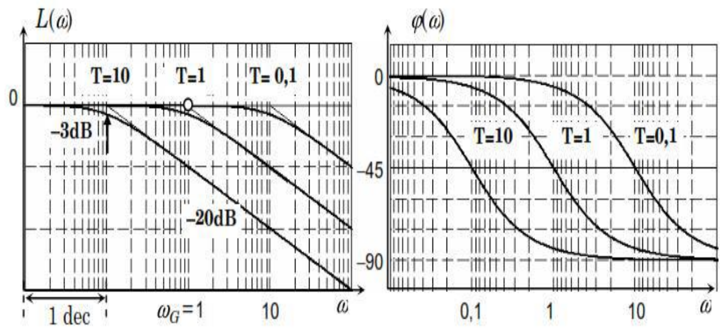
Được thực hiện đơn giản là cộng trừ các thành phần

$$L(\omega) = 20\lg k+20[\textstyle\sum_{k=1}^{m} lg|1 + T_k' j\omega| - \sum_{k=1}^{m} lg\left|1 + T_k\ \ j\omega\right|]$$

Ví dụ

- Xây dựng biểu đồ Bode của khâu quán tính bậc nhất

  G(s) = $\frac{1}{1+Ts}$



- Khâu này có hàm đặc tính tần:

  $\tilde{G}(j\omega) = \frac{1}{1+jT\omega} = \frac{1}{1+(T\omega)^2}$ - j $\frac{T\omega}{1+(T\omega)^2}$

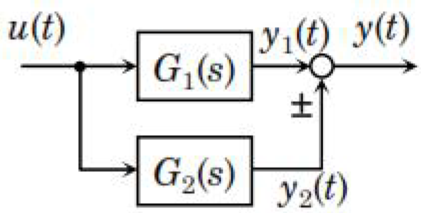
- Nên L(ω)= -10lg(1+$T^2\omega^2$) và $\varphi(\omega) = -arctanT\omega$
- Đường đồ thị của L(ω) có hai tiệm cận ứng với khi $\omega \to$ 0 và khi $\omega \to \infty$:

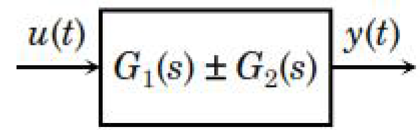
  L(ω)=$\begin{cases} 0\ khi\ \omega \to 0 \\ -20(\lg\omega + lgT)\ khi\ \omega \to \infty \end{cases}$

- Hai đường tiệm cận này cắt nhau tai $\omega_G = \frac{1}{T}$ được gọi là tần số gãy và ở đó có L(ω_G) = -10lg(2) $\approx -3dB$

5. Phép biến đổi đại số sơ đồ khối

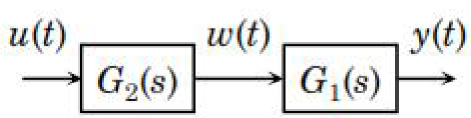
- Hai khối song song

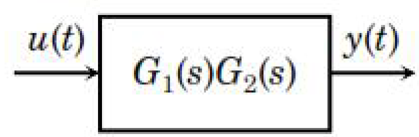




$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{Y_1(s) \pm Y_{2(S)}}{U(s)} = G_1(s) \pm G_2(s)$$

- Hai khối nối tiếp





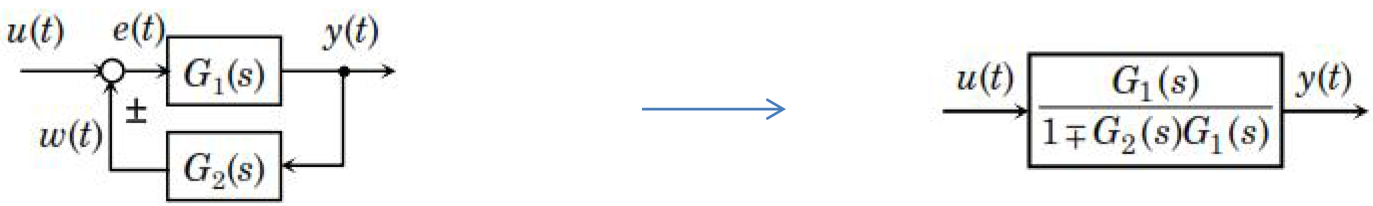
$$\begin{cases} Y(s)=G1(s)W(s) \\ W(s)=G2(s)U(s) \end{cases}$$

$$Y(s)=G_1(s)G_2(s)U(s)$$

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = G_1(s)G_2(s)$$

5. Phép biến đổi đại số sơ đồ khối

- Hệ có hai khối mắc hồi tiếp



Tín hiệu đầu vào e(t) của $G_1(s)$ là tín hiệu tạo bởi tín hiệu vào của hệ thống u(t) và tín hiệu ra w(t) của $G_2(s)$: e(t) = u(t) $\pm w(t)$.

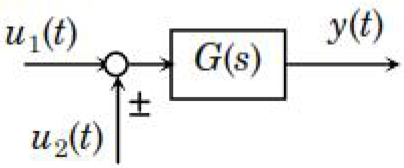
Suy ra: $Y(s)=G_1(s)E(s)=G_1(s)[U(s)\pm G_2(s)Y(s)]$

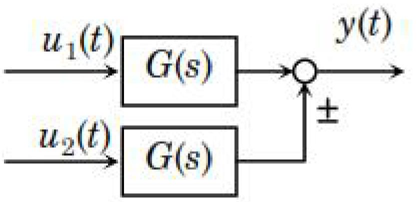
$$=G_1(s)U(s)\pm G_1(s)G_2(s)Y(s)$$

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{G_1(s)}{1\mp G_1(s)G_2(s)}$$

5. Phép biến đổi đại số sơ đồ khối

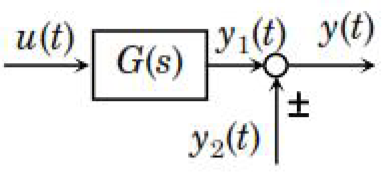
- Chuyển nút nối tín hiệu từ trước ra sau một khối

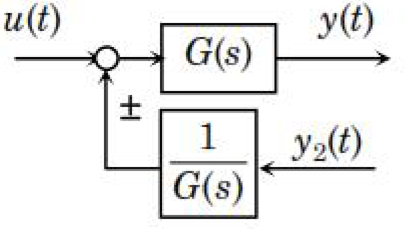




Y(s) = G(s) $[U_1(s) \pm U_2(s)] = G(s)U_1(s) \pm$G(s)U$_2$(s)

- Chuyển nút nối tín hiệu từ sau ra trước một khối





$$Y(s) = Y_1(s) \pm Y_2(s) = G(s)\left[U(s) \pm \frac{1}{G(s)}Y_2(s)\right]$$

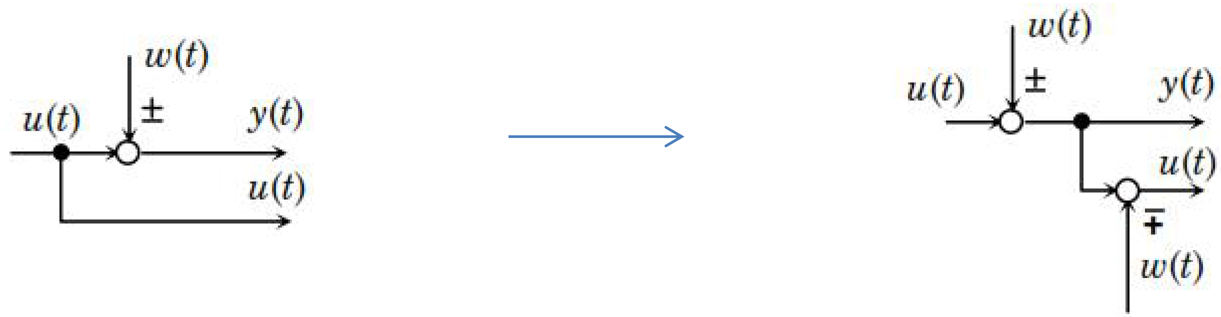
5. Phép biến đổi đại số sơ đồ khối

- Chuyển nút rẽ nhánh từ trước ra sau một khối

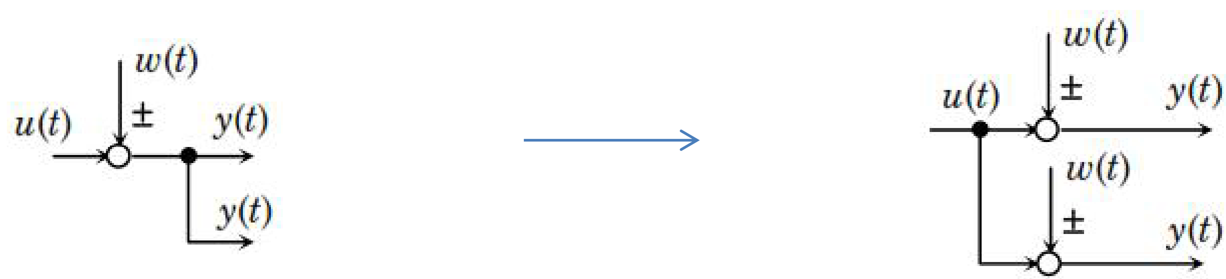
- Chuyển nút rẽ nhánh từ sau ra trước một khối

5. Phép biến đổi đại số sơ đồ khối

- Chuyển nút rẽ nhánh từ trước ra sau một nút nối



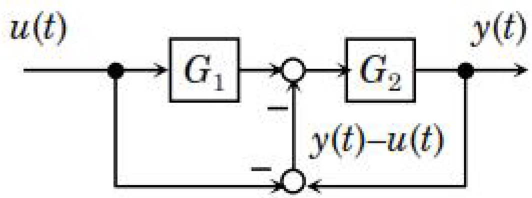
- Chuyển nút rẽ nhánh từ sau ra trước một nút nối



Ví dụ

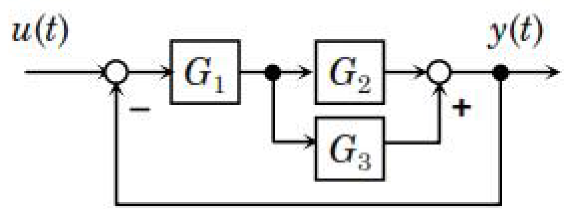
- Xác định hàm truyền đạt

Ví dụ 1:



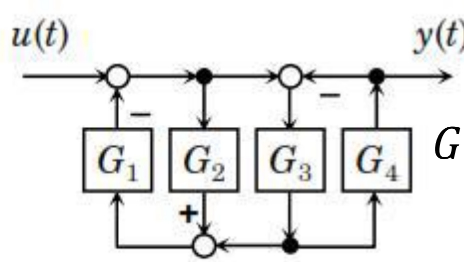
$$G(s) = \frac{G_2(1 + G_1)}{1 + G_2}$$

Ví dụ 2:



$$G(s) = \frac{G_1(G_2 + G_3)}{1 + G_1(G_2 + G_3)}$$

Ví dụ 3:



$$G(s) = \frac{G_3 G_4}{(1 + G_1 G_2)(1 + G_3 G_4) + G_1 G_3}$$

6. Sơ đồ tín hiệu

- Nhược điểm của sơ đồ khối:
- Việc biểu diễn một hệ thống lớn thông qua các hệ con nhờ sơ đồ khối cho ta cách nhìn trực quan tổng quát về cấu trúc bên trong, tuy nhiên phải biển đổi về các dạng quen thuộc

=>Thay thế sơ đồ khối bằng sơ đồ tín hiệu:

- Các điểm nút (node) nếu so sánh với sơ đồ khối thì các điểm nút chính là điểm rẽ nhánh và điểm nối tín hiệu.
- Những đường nối các điểm nút (branch). Trong sơ đồ khối thì những đường nối này có vai trò giống như các khối. Mỗi đường nối có giá trị đúng bằng hàm truyền đạt của khối tương ứng. Đường nối không có khối được thể hiện trong sơ đồ tín hiệu bằng giá trị 1. Các đường nối phải có hướng chỉ chiều tín hiệu. Theo quy ước, chiều các đường nối luôn đương chỉ từ trái sang phải trong sơ đồ, trừ đường phản hồi.

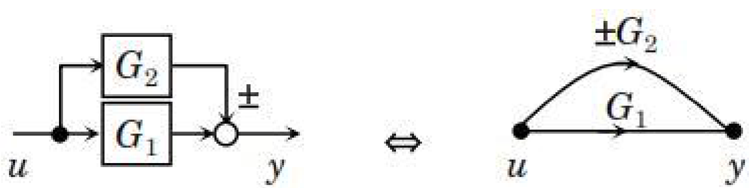
6. Sơ đồ tín hiệu

- Tín hiệu đầu vào u(t) là điểm nút chỉ có đường nối từ đó đi và không có đường nối dẫn đến nó nếu đó không phải là đường phản hồi. Điểm nút chỉ tín hiệu vào có tên gọi là điểm nút nguồn (source).
- Tín hiệu đầu ra y(t) là điểm nút chỉ có đường nối dẫn đến nó, không có đường nối từ đó đi nếu đó không phải là đường phản hồi. Điểm nút chỉ tín hiệu ra có tên gọi là điểm nút đích (sink).
- Tuyến thẳng (forward path) là những đường nối liền nhau đi từ điểm nút nguồn, tức là điểm đầu vào u(t), tới điểm đích, tức là điểm tín hiệu ra y(t) và chỉ đi qua mỗi điểm nút một lần.

6. Sơ đồ tín hiệu

- Các vòng lặp (loops) sẽ được thể hiện bằng tập những điểm nút có các đường nối với nhau tạo thành một vòng kín.
- Những vòng lặp không dính nhau (nontouching loops) là những vòng lặp không có chung một đoạn nối nào.
- Một vòng lặp và một tuyến thẳng sẽ không dính nhau nếu chúng không có chung một đoạn nối nào.
- Tất cả các điểm nút của sơ đồ tín hiệu đều là điểm cộng tín hiệu.

Ví dụ:



Công thức Mason

- Bước 1: Xác định tất cả những tuyến thẳng P_k ; k = 1; ... ;m.

- Bước 2: Xác định các vòng lặp L_k; k = 1; ...; n.

- Bước 3: Tính

$$\Delta = 1 - \sum_k L_k + \sum_{i,j} L_i L_j - \sum_{l,m,n} L_l L_m L_n + \cdots$$

Trong đó L_i, L_j là những cặp hai vòng lặp không dính nhau(không có chung một đoạn nối nào)

L_l, L_m, L_n là những bộ ba vòng lặp không dính nhau

Công thức Mason

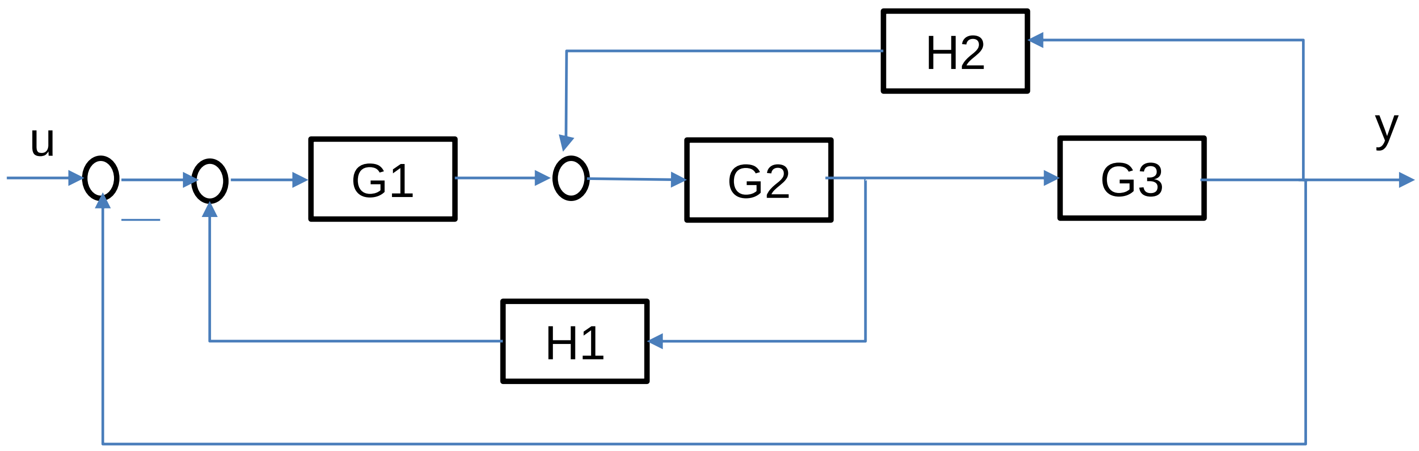
- Bước 4: Xác định Δ_k từ Δ bằng cách bỏ đi các vòng lặp có dính với P_k .

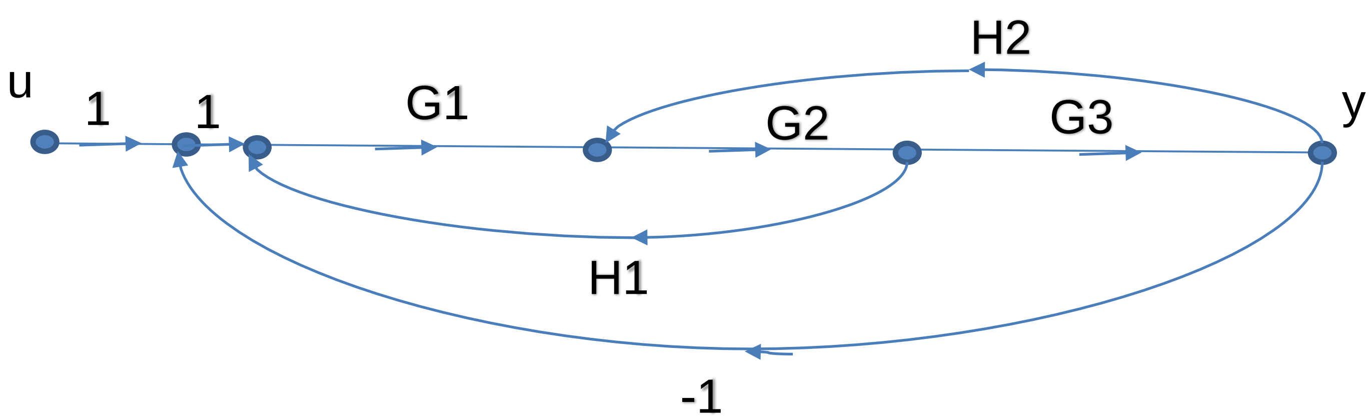
- Bước 5: Xác định hàm truyền đạt của hệ thống theo công thức Mason:

$$G(s) = \frac{1}{\Delta} \sum_k P_k \Delta_k$$

Ví dụ

- Ví dụ 1: Sử dụng công thức Mason để xác định hàm truyền đạt cho hệ:





Ví dụ

- B1: Hệ chỉ có một tuyến thẳng

  $P_k = G_1G_2G_3$
- B2: Hệ có 3 vòng lặp dính nhau từng đôi một

  $L_1 = G_1G_2H_1$

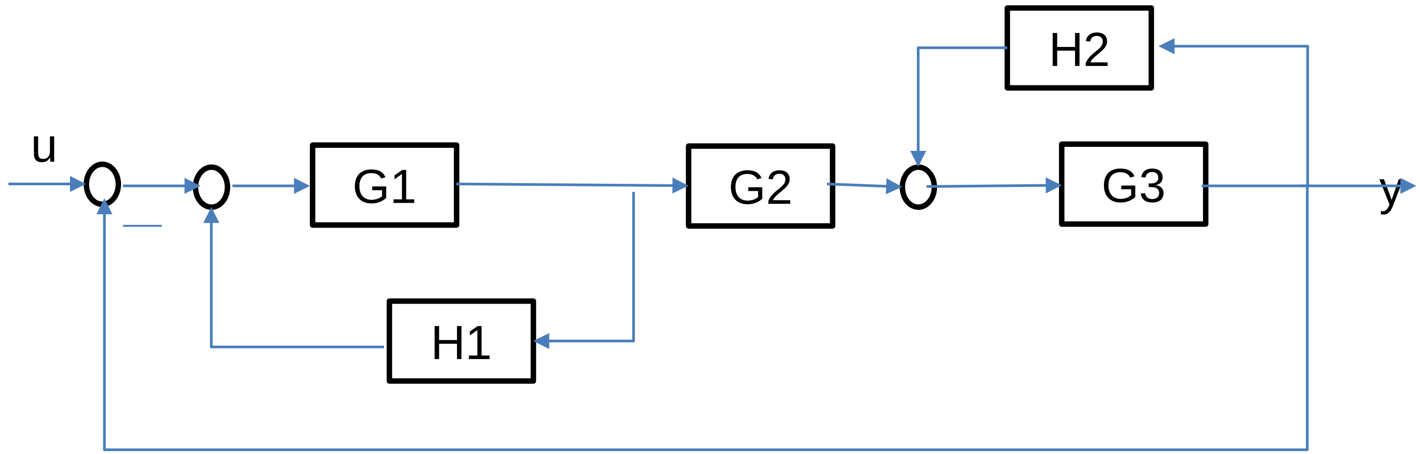
  $L_2 = G_2G_3H_2$

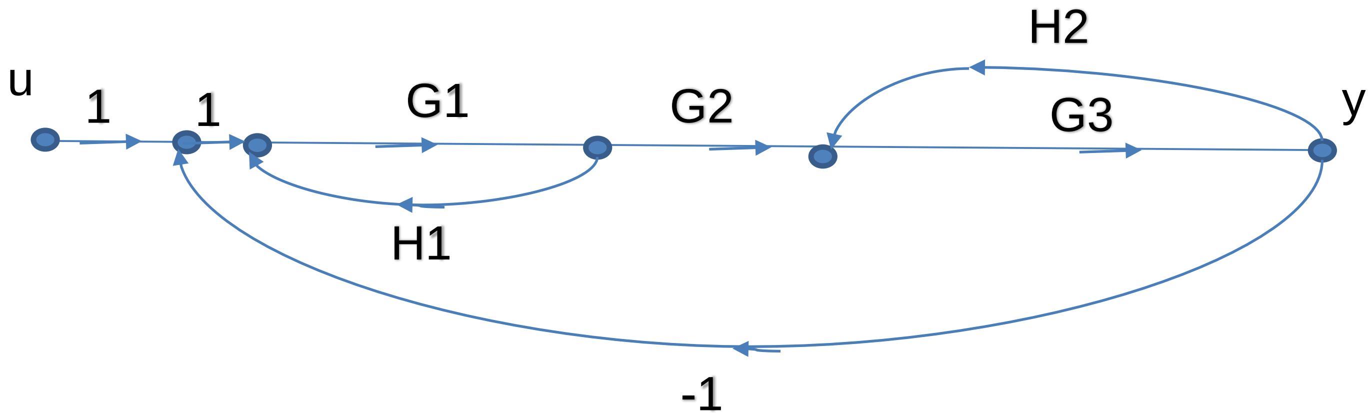
  $L_3 = -G_1G_2G_3$
- B3: $\Delta = 1 - (L_1 + L_2 + L_3) = 1 - G_1G_2H_1 - G_2G_3H_2 + G_1G_2G_3$
- B4: Do tất cả các vòng lặp đều dính vào tuyến thẳng P1 có đoạn chung nên : $\Delta_1 = 1$
- B5: Hàm truyền đạt:

$$G(s) = \frac{P_1\Delta_1}{\Delta} = \frac{G_1G_2G_3}{1 - G_1G_2H_1 - G_2G_3H_2 + G_1G_2G_3}$$

Ví dụ

- Ví dụ 2: Sử dụng công thức Mason để xác định hàm truyền đạt cho hệ:





Ví dụ

- B1: Hệ chỉ có một tuyến thẳng

  $P_1 = G_1G_2G_3$
- B2: Hệ có 3 vòng lặp

  $L_1 = G_1H_1$

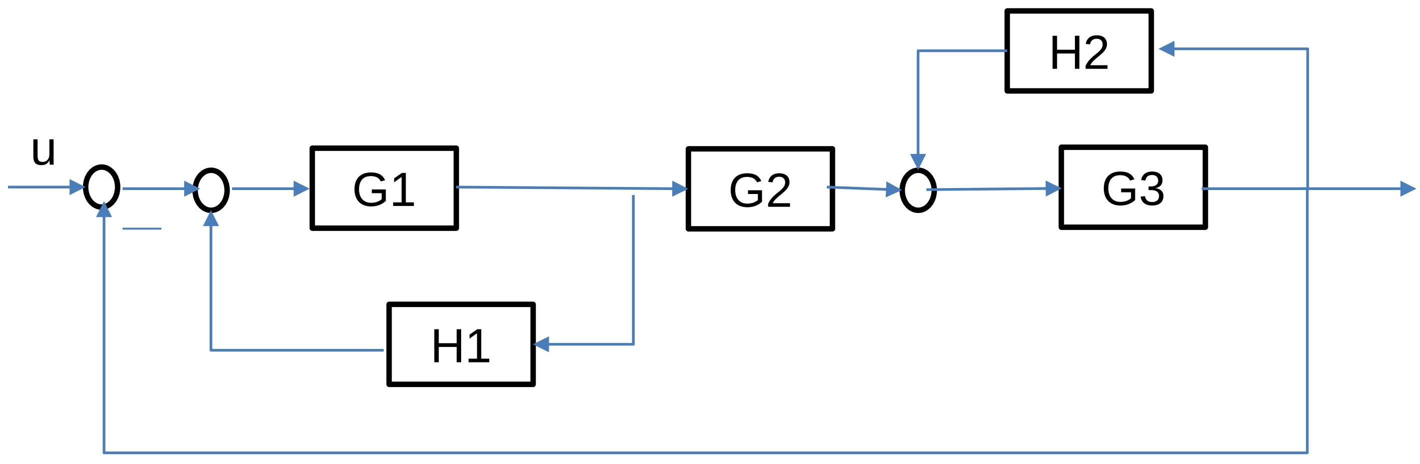
  $L_2 = G_3H_2$

  $L_3 = -G_1G_2G_3$
- B3: $\Delta = 1 - (L_1 + L_2 + L_3) + L_1L_2 = 1 - G_1H_1 - G_3H_2 + G_1G_2G_3 + G_1H_1G_3H_2$
- B4: Do tất cả các vòng lặp đều dính vào tuyến thẳng P_1 có đoạn chung nên : $\Delta_1 = 1$
- B5: Hàm truyền đạt:

$$G(s) = \frac{P_1\Delta_1}{\Delta} = \frac{G_1G_2G_3}{1 - G_1H_1 - G_3H_2 + G_1G_2G_3 + G_1H_1G_3H_2}$$

Ví dụ sử dụng Matlab

Ví dụ: Cho sơ đồ cấu trúc như hình vẽ



Dùng Matlab để tính hàm truyền đạt, khảo sát hàm quá độ , hàm trọng lượng, đặc tính tần biên pha và đồ thị Bode. Biết G1= $\frac{5}{20s+1}$; G2 = $\frac{1}{s}$; G3 = $\frac{5}{s^2+3s+1}$; H1 = 2; H2 = 5;

Ví dụ sử dụng Matlab

- Vào File / New / Script

```
G1=tf(5,[20 1]);
G2=tf(1, [1 0]);
G3=tf(5,[1 3 1]);
H1= 2;
H2 = 5;
W1= feedback(G1,-H1)  % hàm truyền đạt có hồi tiếp dương
W2=feedback(G3,-H2)
G = feedback(W1*G2*W2,1)
subplot(221);step(G)  % vẽ hàm quá độ
subplot(222);impulse(G) % hàm trọng lượng
subplot(223);nyquist(G) % đặc tính tần biên pha
subplot(224); bode(G)    % đồ thị Bode
```

- Sau đó save ten file vidu1, rồi sang cửa sổ command của Matlab danh vidu1

2.2 Tuyến tính hóa tại điểm làm việc

- Tại sao cần tuyến tính hóa?
  - Tất cả quá trình thực tế đều là phi tuyến (ít hay nhiều)
  - Các mô hình tuyến tính dễ sử dụng (thỏa mãn nguyên lý xếp chồng)
  - Phần lớn lý thuyết điều khiển tự động sử dụng mô hình tuyến tính (ví dụ hàm truyền đạt)
- Tại sao tuyến tính hóa xung quanh điểm làm việc?
  - Quá trình thường được vận hành trong một phạm vi xung quanh điểm làm việc (bài toán điều chỉnh!)
  - Tuyến tính hóa trong một phạm vi nhỏ giúp giảm sai lệch mô hình
  - Cho phép sử dụng **biến chênh lệch**, đảm bảo điều kiện áp dụng phép biến đổi Laplace (sơ kiện bằng 0).

Hai phương pháp tiếp cận

- Tuyến tính hóa trực tiếp trên phương trinh vi phân dựa theo các giả thiết về điểm làm việc:

$$\begin{cases} \dfrac{dh}{dt} = \dfrac{1}{\rho A}(w_1 + w_2 - w) \\ \dfrac{dx}{dt} = \dfrac{1}{\rho A h}(w_1 x_1 + w_2 x_2) - \dfrac{1}{\rho A h}(w_1 + w_2)x \end{cases}$$

Giả thiết cố định

- Sử dụng biến chênh lệch và phép khai triển chuỗi Taylor: Đa năng, thông dụng

Phép khai triển Taylor

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x},\mathbf{u}),\ \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0 \qquad \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n, \mathbf{u} \in \mathbb{R}^m, \mathbf{f}: \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \to \mathbb{R}^n$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{g}(\mathbf{x},\mathbf{u}) \qquad \mathbf{y} \in \mathbb{R}^p, \mathbf{g}: \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \to \mathbb{R}^p$$

Giả sử có điểm cân bằng $(\bar{\mathbf{x}},\bar{\mathbf{u}})$ hay $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\bar{\mathbf{x}},\bar{\mathbf{u}}) = \mathbf{0}$

Đặt:

$$\mathbf{x} = \bar{\mathbf{x}} + \Delta\mathbf{x}$$

$$\mathbf{u} = \bar{\mathbf{u}} + \Delta\mathbf{u}$$

Ta có:

$$\dot{\mathbf{x}} = \Delta\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\bar{\mathbf{x}} + \Delta\mathbf{x},\bar{\mathbf{u}} + \Delta\mathbf{u}) \approx \underbrace{\mathbf{f}(\bar{\mathbf{x}},\bar{\mathbf{u}})}_{0} + \left.\frac{\partial\mathbf{f}}{\partial\mathbf{x}}\right|_{\bar{\mathbf{x}},\bar{\mathbf{u}}}\Delta x + \left.\frac{\partial\mathbf{f}}{\partial\mathbf{u}}\right|_{\bar{\mathbf{x}},\bar{\mathbf{u}}}\Delta\mathbf{u}$$

$$\mathbf{y} = \bar{\mathbf{y}} + \Delta\mathbf{y} = \mathbf{g}(\bar{\mathbf{x}} + \Delta\mathbf{x},\bar{\mathbf{u}} + \Delta\mathbf{u}) \approx \underbrace{\mathbf{g}(\bar{\mathbf{x}},\bar{\mathbf{u}})}_{\bar{\mathbf{y}}} + \left.\frac{\partial\mathbf{g}}{\partial\mathbf{x}}\right|_{\bar{\mathbf{x}},\bar{\mathbf{u}}}\Delta\mathbf{x} + \left.\frac{\partial\mathbf{g}}{\partial\mathbf{u}}\right|_{\bar{\mathbf{x}},\bar{\mathbf{u}}}\Delta\mathbf{u}$$

Đặt các ma trận Jacobi

$$\mathbf{A} = \left.\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}}\right|_{\bar{\mathbf{x}},\bar{\mathbf{u}}}, \qquad \mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n\times n}$$

$$\mathbf{B} = \left.\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{u}}\right|_{\bar{\mathbf{x}},\bar{\mathbf{u}}}, \qquad \mathbf{B} \in \mathbb{R}^{n\times m}$$

$$\mathbf{C} = \left.\frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{x}}\right|_{\bar{\mathbf{x}},\bar{\mathbf{u}}}, \qquad \mathbf{C} \in \mathbb{R}^{p\times n}$$

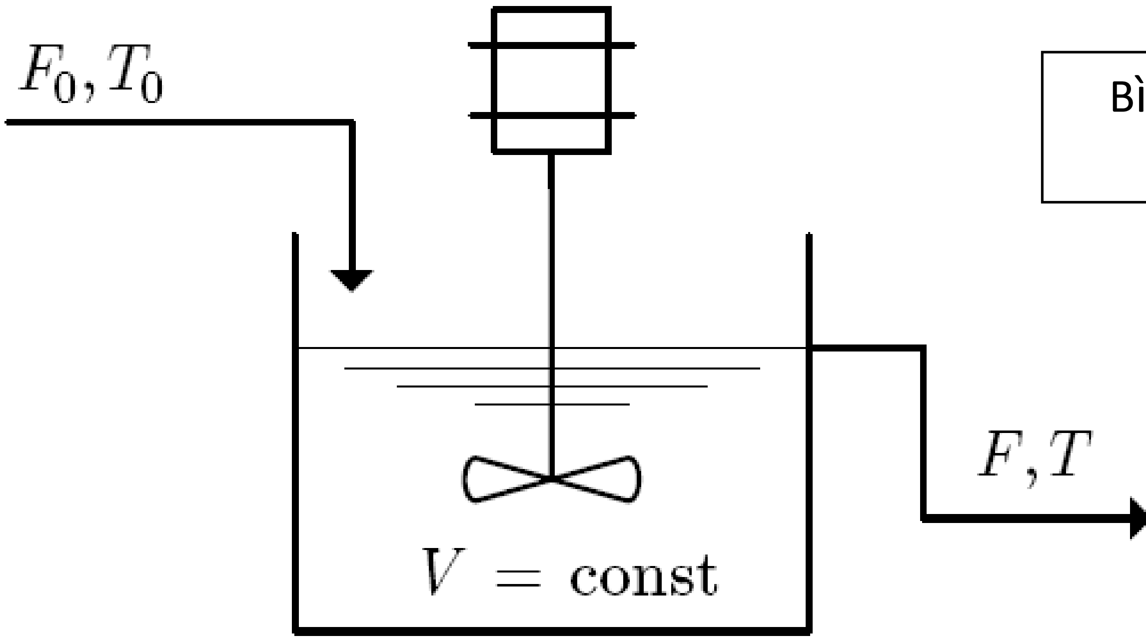
$$\mathbf{D} = \left.\frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{u}}\right|_{\bar{\mathbf{x}},\bar{\mathbf{u}}}, \qquad \mathbf{D} \in \mathbb{R}^{p\times m}$$

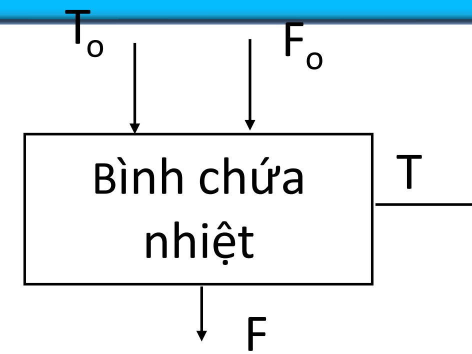
Thay lại ký hiệu $\Delta\mathbf{x} \to \mathbf{x},\ \Delta\mathbf{u} \to \mathbf{u},\ \Delta\mathbf{y} \to \mathbf{y}$

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}, \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0 - \bar{\mathbf{x}}$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{D}\mathbf{u}$$

Ví dụ bình chứa nhiệt



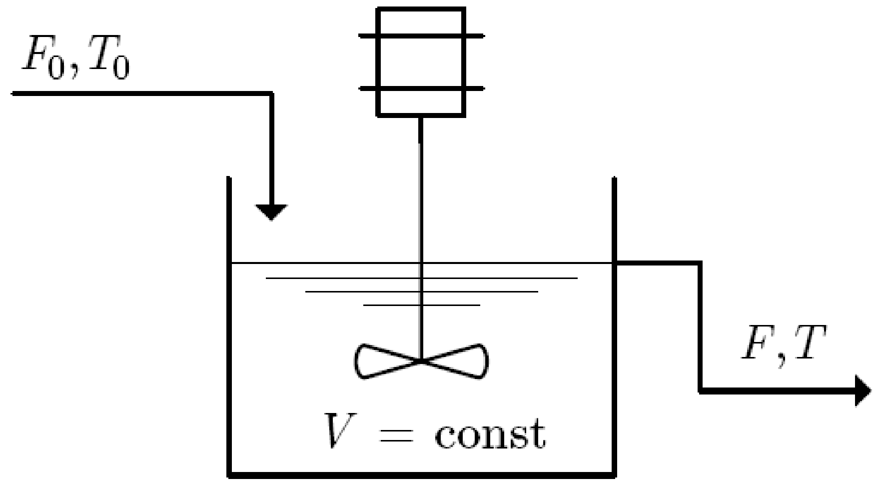


Phương trình cân bằng nhiệt

$$\frac{d(\rho V\widehat{H})}{dt} = F_0 \;\; \rho\widehat{H}_0 \text{ - } F\rho\widehat{H}$$

$$V = \text{const và } F_0 = F \quad \Rightarrow \quad \frac{dT}{dt} = \frac{F}{V}(T_0 - T)$$

Ví dụ bình chứa nhiệt



$$\frac{dT}{dt} = f(F, T, T_0) = \frac{F}{V}(T_0 - T)$$

Tại điểm làm việc:

$$0 = f(\bar{F}, \bar{T}, \bar{T}_0) = \frac{\bar{F}}{V}(\bar{T}_0 - \bar{T})$$

$$\frac{dT}{dt} = f(F, T, T_0) \approx \underbrace{f(\bar{F}, \bar{T}, \bar{T}_0)}_{0} + \left(\frac{\partial f}{\partial F}\Delta F + \frac{\partial f}{\partial T}\Delta T + \frac{\partial f}{\partial T_0}\Delta T_0 \right)_{\bar{F}, \bar{T}, \bar{T}_0}$$

$$= \frac{\bar{T}_0 - \bar{T}}{V}\Delta F - \frac{\bar{F}}{V}\Delta T + \frac{\bar{F}}{V}\Delta T_0$$

$$\frac{dT}{dt} = \frac{d\Delta T}{dt} \Rightarrow \frac{d\Delta T}{dt} + \frac{\bar{F}}{V}\Delta T = \frac{\bar{T}_0 - \bar{T}}{V}\Delta F + \frac{\bar{F}}{V}\Delta T_0$$

Sử dụng các ký hiệu: $y = \Delta T,\ u = \Delta F,\ d = \Delta T_0$

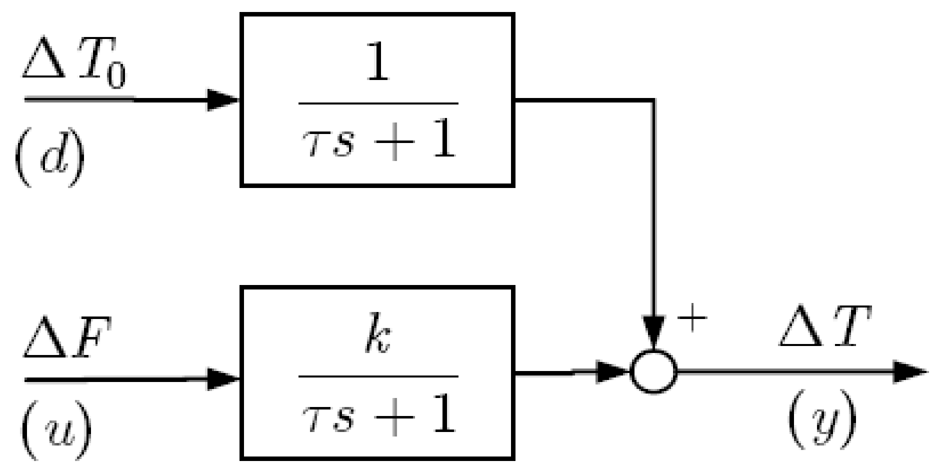
$$\frac{V}{\bar{F}}\frac{dy}{dt} + y = \frac{\bar{T}_0 - \bar{T}}{\bar{F}}u + d$$

Biến đổi Laplace cho cả hai vế:

$$s\frac{V}{\bar{F}}y(s) + y(s) = \frac{\bar{T}_0 - \bar{T}}{\bar{F}}u(s) + d(s)$$

$$y(s) = \underbrace{\frac{k}{\tau s + 1}}_{G_p(s)}u(s) + \underbrace{\frac{1}{\tau s + 1}}_{G_d(s)}d(s)$$

$$\tau = \frac{V}{\bar{F}},\ k = \frac{\bar{T}_0 - \bar{T}}{\bar{F}}$$



Ví dụ thiết bị khuấy trộn

$$\begin{cases} \dot{h} = f_1 = \dfrac{1}{\rho A}(w_1 + w_2 - w) \\ \dot{x} = f_2 = \dfrac{1}{\rho A h}(w_1 x_1 + w_2 x_2 - (w_1 + w_2)x) \end{cases}$$

$$0 = \overline{w}_1 + \overline{w}_2 - \overline{w}$$

$$0 = \overline{w}_1\overline{x}_1 + \overline{w}_2\overline{x}_2 - (\overline{w}_1 + \overline{w}_2)\overline{x}$$

Phương trình thứ nhất đã tuyến tính, chỉ cần viết lại với biến chênh lệch:

$$\Delta\dot{h} = \frac{1}{\rho A}(\Delta w_1 + \Delta w_2 - \Delta w)$$

Biến đổi Laplace cho cả hai vế:

$$s\Delta H(s) = \frac{1}{\rho A}(\Delta W_1(s) + \Delta W_2(s) - \Delta W(s))$$

Đặt $k_{wh} = \dfrac{1}{\rho A}$

$$\boxed{\Delta H(s) = \frac{k_{wh}}{s}\left(-\Delta W(s) + \Delta W_1(s) + \Delta W_2(s)\right)}$$

Khai triển chuỗi Taylor cho phương trình thứ hai:

$$\Delta \dot{x} = (\dot{x} - \dot{\bar{x}}) = \dot{x}$$

$$\approx \left(\frac{\partial f_2}{\partial h}\Delta h + \frac{\partial f_2}{\partial x}\Delta x + \frac{\partial f_2}{\partial w_1}\Delta w_1 + \frac{\partial f_2}{\partial w_1}\Delta w_2 + \frac{\partial f_2}{\partial x_1}\Delta x_1 + \frac{\partial f_2}{\partial x_2}\Delta x_2 \right)_{\bar{*}}$$

$$= -\frac{1}{\rho A \bar{h}^2} \underbrace{(\bar{w}_1\bar{x}_1 + \bar{w}_2\bar{x}_2 - (\bar{w}_1 + \bar{w}_2)\bar{x})}_{0}\Delta h - \frac{1}{\rho A \bar{h}} \underbrace{(\bar{w}_1 + \bar{w}_2)}_{\bar{w}}\Delta x$$

$$+ \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}}{\rho A \bar{h}}\Delta w_1 + \frac{\bar{x}_2 - \bar{x}}{\rho A \bar{h}}\Delta w_2 + \frac{\bar{w}_1}{\rho A \bar{h}}\Delta x_1 + \frac{\bar{w}_2}{\rho A \bar{h}}\Delta x_2$$

$$= \frac{1}{\rho A \bar{h}}\left(-\bar{w}\Delta x + (\bar{x}_1 - \bar{x})\Delta w_1 + (\bar{x}_2 - \bar{x})\Delta w_2 + \bar{w}_1\Delta x_1 + \bar{w}_2\Delta x_2\right)$$

Biến đổi Laplace cho cả hai vế:

$$\rho A \bar{h} s \Delta X(s) =$$

$$-\bar{w}\Delta X(s) + (\bar{x}_1 - \bar{x})\Delta W_1(s) + (\bar{x}_2 - \bar{x})\Delta W_2(s) + \bar{w}_1\Delta X_1(s) + \bar{w}_2\Delta X_2(s)$$

Chia cả hai vế cho $\bar{w}$ và chuyển vế

$$\left(\frac{\rho A \bar{h}}{\bar{w}} s + 1\right)\Delta X(s) = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}}{\bar{w}}\Delta W_1(s) + \frac{\bar{x}_2 - \bar{x}}{\bar{w}}\Delta W_2(s) + \frac{\bar{w}_1}{\bar{w}}\Delta X_1(s) + \frac{\bar{w}_2}{\bar{w}}\Delta X_2(s)$$

Ký hiệu các tham số (đặc biệt quan tâm tới thứ nguyên):

$$\tau = \frac{\rho A \bar{h}}{\bar{w}},\; k_{w1x} = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}}{\bar{w}},\quad k_{w2x} = \frac{\bar{x}_2 - \bar{x}}{\bar{w}},\; k_{x1x} = \frac{\bar{w}_1}{\bar{w}},\; k_{x2x} = \frac{\bar{w}_2}{\bar{w}}$$

Ta đi tới dạng mô hình hàm truyền đạt quen thuộc:

$$\boxed{\Delta X(s) = \frac{k_{w1x}}{\tau s + 1}\Delta W_1(s) + \frac{k_{w2x}}{\tau s + 1}\Delta W_2(s) + \frac{k_{x1x}}{\tau s + 1}\Delta X_1(s) + \frac{k_{x2x}}{\tau s + 1}\Delta X_2(s)}$$

Đặt lại ký hiệu (vector):

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix}\Delta h \\ \Delta x\end{bmatrix},\; \mathbf{u} = \begin{bmatrix}\Delta w \\ \Delta w_1\end{bmatrix},\; \mathbf{d} = \begin{bmatrix}\Delta w_2 \\ \Delta x_1 \\ \Delta x_2\end{bmatrix},\; \mathbf{y} = \mathbf{x}$$

Mô hình hàm truyền đạt của quá trình được viết gọn lại:

$$\mathbf{y}(s) = \mathbf{G_p}(s)\mathbf{u}(s) + \mathbf{G_d}(s)\mathbf{d}(s)$$

$$\mathbf{G_p}(s) = \begin{bmatrix} -\frac{k_{wh}}{s} & \frac{k_{wh}}{s} \\ 0 & \frac{k_{w1x}}{\tau s+1} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G_d}(s) = \begin{bmatrix} \frac{k_{wh}}{s} & 0 & 0 \\ \frac{k_{w2x}}{\tau s+1} & \frac{k_{x1x}}{\tau s+1} & \frac{k_{x2x}}{\tau s+1} \end{bmatrix}$$

Từ hai phương trình vi phân tuyến tính hóa ta cũng có thể đi tới **mô hình trạng thái**:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{E}\mathbf{d}$$
$$\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x}$$

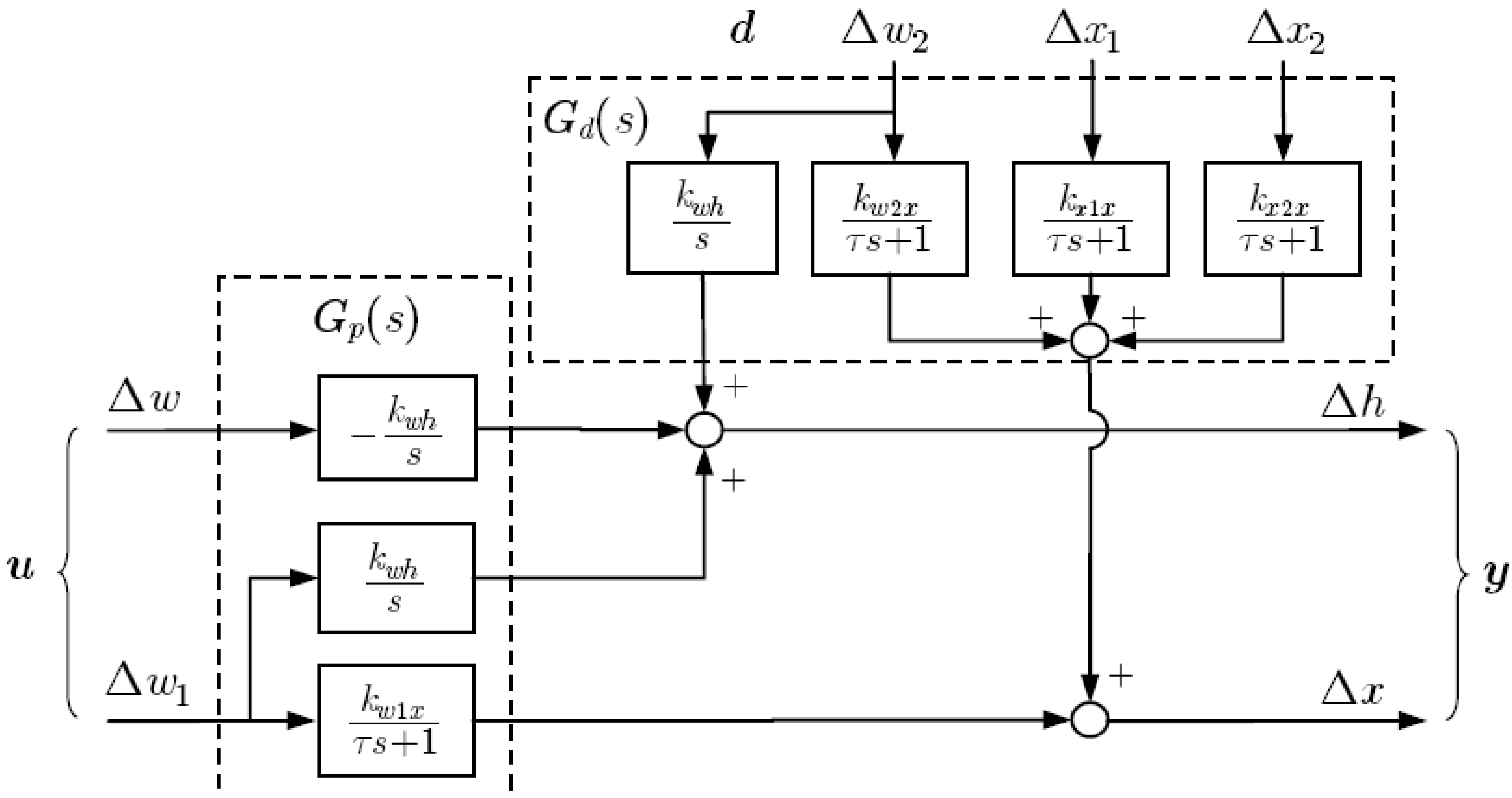
$$\mathbf{A} = \frac{1}{\rho A\bar{h}}\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\bar{w} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \frac{1}{\rho A\bar{h}}\begin{bmatrix} -\bar{h} & \bar{h} \\ 0 & \bar{x}_1 - \bar{x} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{E} = \frac{1}{\rho A\bar{h}}\begin{bmatrix} \bar{h} & 0 & 0 \\ \bar{x}_2 - \bar{x} & \bar{w}_1 & \bar{w}_2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Quan hệ giữa hai mô hình:

$$\mathbf{G_p}(s) = \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B}, \quad \mathbf{G_d}(s) = \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{E}$$

Sơ đồ khối của mô hình hàm truyền đạt



• Ví dụ tính toán với các thông số cho trước:

$$A = 0.8\,\mathrm{m}^2,\ \rho = 1.25\,\mathrm{kg/lít}$$
$$\bar{w}_2 = 200\,\mathrm{kg/phút}$$
$$\bar{x} = 0.4,\ \bar{x}_1 = 0.8,\ \bar{x}_2 = 0.2$$
$$\bar{h} = 1\,\mathrm{mét}$$

Từ các phương trình mô hình ở trạng thái xác lập:

$$\begin{cases} 0 = \bar{w}_1 + \bar{w}_2 - \bar{w} \\ 0 = \bar{w}_1\bar{x}_1 + \bar{w}_2\bar{x}_2 - (\bar{w}_1 + \bar{w}_2)\bar{x} \end{cases}$$

Ta xác định được các giá trị còn lại tại điểm làm việc:

$$\bar{w}_1 = 100\ [\mathrm{kg/phút}]$$
$$\bar{w} = 300\ [\mathrm{kg/phút}]$$

Thay vào các ma trận truyền đạt:

$$\mathbf{G_p}(s) = \begin{bmatrix} -\dfrac{0.001}{s} & \dfrac{0.001}{s} \\ 0 & -\dfrac{0.000667}{3.333s+1} \end{bmatrix},\ \mathbf{G_d}(s) = \begin{bmatrix} \dfrac{0.001}{s} & 0 & 0 \\ -\dfrac{0.000667}{3.333s+1} & \dfrac{0.333}{3.333s+1} & \dfrac{0.667}{3.333s+1} \end{bmatrix}$$

Tóm tắt các bước tuyến tính hóa

1. Đơn giản hóa mô hình như có thể, nếu được thì nên tách thành nhiều mô hình con độc lập.
2. Xác định rõ điểm làm việc và giá trị các biến quá trình tại điểm làm việc để có mô hình trạng thái xác lập.
3. Đối với các phương trình tuyến tính, thay thế các biến thực bằng các biến chênh lệch.
4. Tuyến tính hóa từng phương trình phi tuyến của mô hình tại điểm làm việc bằng phép khai triển Taylor, bắt đầu với các phương trình đại số và sau đó là với các phương trình vi phân.
5. Đặt lại ký hiệu cho các biến chênh lệch (sử dụng ký hiệu vector nếu cần) và viết gọn lại các phương trình mô hình.
6. Tính toán lại các tham số của mô hình dựa vào giá trị các biến quá trình tại điểm làm việc.
7. Chuyển mô hình tuyến tính về dạng mong muốn, ví dụ biểu diễn trong không gian trạng thái hoặc bằng hàm truyền đạt.

2.3.Các khâu động học cơ bản

1. Khâu quán tính bậc nhất

+ Phương trình vi phân:

$$T\frac{dy}{dt} + y = kx$$

+ Hàm truyền đạt:

$G(s) = \frac{k}{1+Ts}$; Trong đó k : hệ số khuếch đại

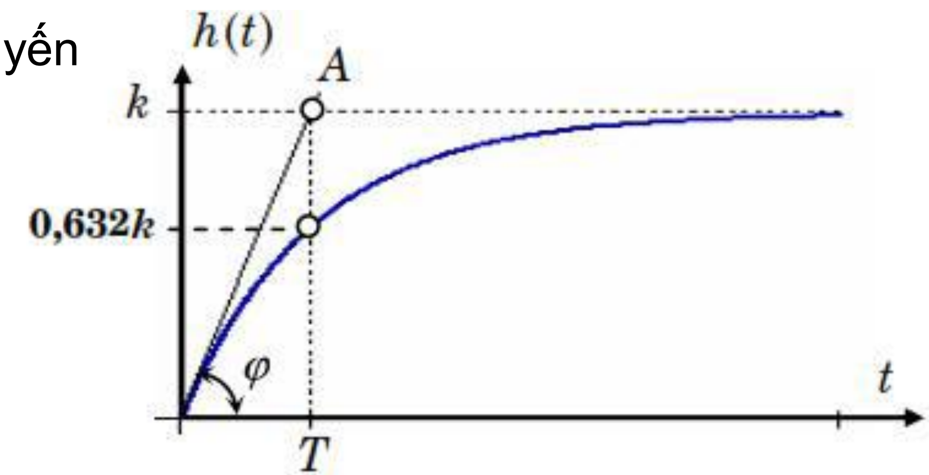
T: hằng số thời gian

+ Hàm quá độ : $h(t) = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{G(s)}{s}\right\} = k(1-e^{-\frac{1}{T}t})$

Bài toán ngược: Biết hàm quá độ h(t), xác định k,T

- Hoành độ của đường tiệm cận với h(t) khi t→∞ là giá trị k
- Kẻ đường tiếp tuyến với h(t) tại t=0
- Hoành độ của điểm A trên đường tiếp tuyến mà tại đó tung độ bằng k sẽ chính là tham số T cần tìm.

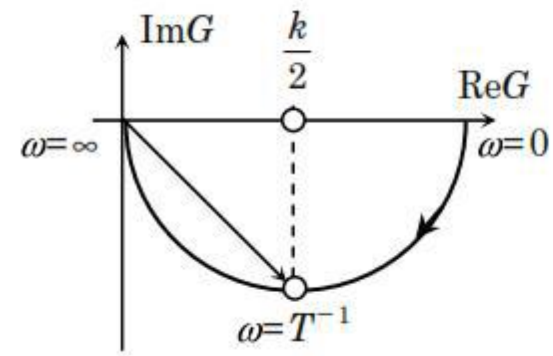
Ngoài ra cũng tại thời điểm T ta còn có $h(t=T) = k(1-e^{-1}) = 0{,}632k$ nên có thể tìm T bằng cách xác định điểm trên h(t) =0,632k



1.Khâu quán tính bậc nhất

- **Đặc tính tần biên pha:**

$$\tilde{G}(j\omega) = \frac{k}{1+j\omega T} = \frac{k(1-j\omega T)}{(1+j\omega T)(1-j\omega T)} = \frac{k}{1+T^2\omega^2} - j\frac{kT\omega}{1+T^2\omega^2}$$



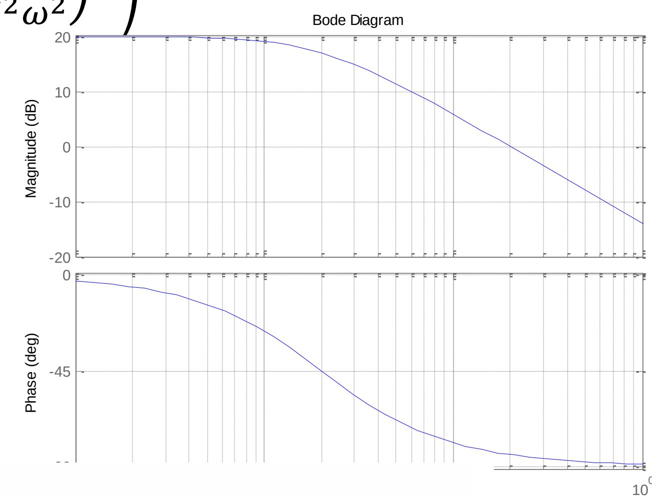
- **Đồ thị bode:**

Biên độ: $L(\omega) = 20\lg\left|\tilde{G}(j\omega)\right| = 20\lg\left(\sqrt{\left(\frac{k}{1+T^2\omega^2}\right)^2 + \left(\frac{kT\omega}{1+T^2\omega^2}\right)^2}\right)$

$= 20\lg\left(\frac{k^2}{1+T^2\omega^2}\right)^{\frac{1}{2}}$

Khi $\omega << 1/T$ $L(\omega) = 20\lg k$

$\omega >> 1/T$ $L(\omega) = 20\lg k - 20\lg T\omega$



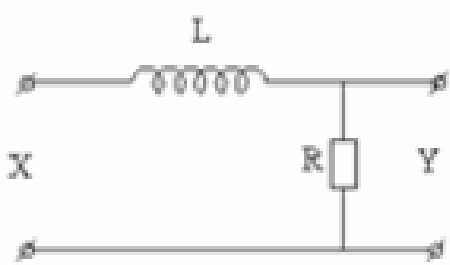
Pha: $\varphi(\omega) = -\arctan(T\omega)$

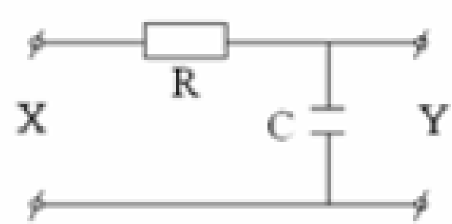
Khi $\omega=0$ thì $\varphi(\omega) = 0$

$\omega=1/T$ $\varphi(\omega) = -\pi/4$

$\omega=\infty$ $\varphi(\omega) = -\pi/$

Ví dụ:





2.Khâu tích phân - quán tính bậc nhât

+ Hàm truyền đạt:

G(s) = $\frac{k}{s(1+Ts)}$; Trong đó k : hệ số khuếch đại

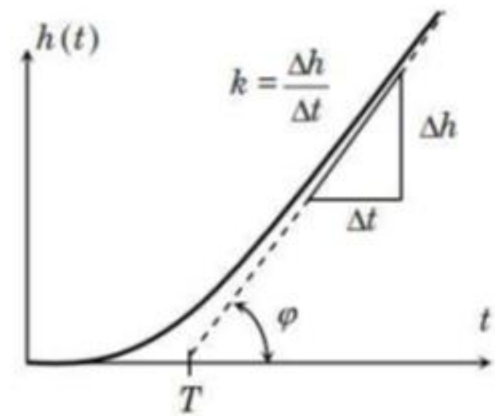
T: hằng số thời gian

+ Hàm quá độ: h(t) = $\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{G(s)}{s}\right\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{k}{s^2(1+Ts)}\right\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s^2} - \frac{T}{s} + \frac{T}{s+\frac{1}{T}}\right\}$

Suy ra h(t) = k$\left[t - T(1 - e^{-\frac{1}{T}t})\right]$

+ Bài toán ngược: Xác định k, T từ hàm quá độ:

- Kẻ đường tiệm cận $h_{tc}(t)$ với h(t) tại t = ∞
- Xác định T là giao điểm của $h_{tc}(t)$ với trục hoành
- Xác định góc nghiêng φ của $h_{tc}(t)$ với trục hoành rồi tính k = tan φ



2. Khâu tích phân - quán tính bậc nhất

ω	Re	Im
0	- kT	-∞
1/T	- kT/2	-k/2T
∞	0	0

+ Đặc tính tần biên pha:

$$\tilde{G}(j\omega) = \frac{k}{j\omega(1+jT\omega)} = -\frac{kT}{1+T^2\omega^2} - j\frac{k}{\omega(1+T^2\omega^2)}$$

+ Đồ thị Bode

Biên độ : $L(\omega) = 20lg\left[\sqrt{\left(-\frac{kT}{1+T^2\omega^2}\right)^2 + \left(-\frac{k}{\omega(1+T^2\omega^2)}\right)^2}\right]$

$=20lgk - 20lg\omega - 20lg\sqrt{(T\omega)^2+1}$

Khi $\omega << 1/T$ $L(\omega) = 20lgk - 20lg\omega$

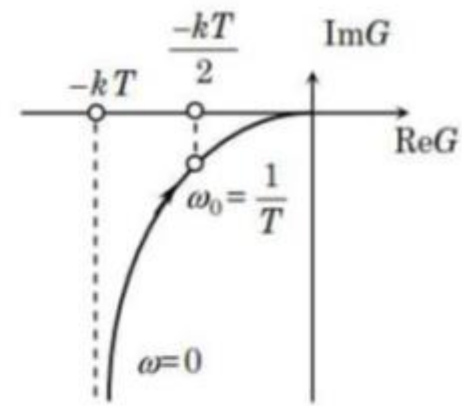
$\omega >> 1/T$ $L(\omega) = 20lgk - 20lgT - 40lg\omega$

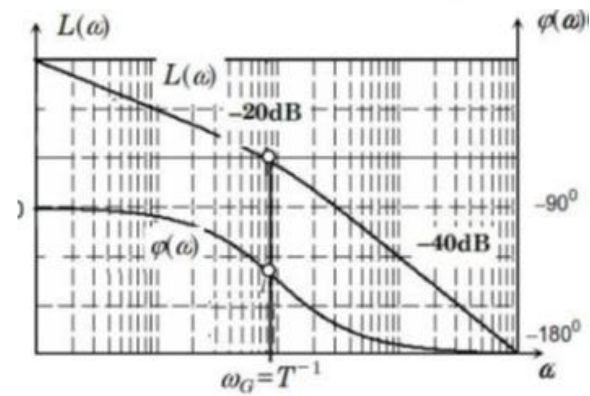
Pha: $\varphi(\omega) = \varphi 1(\omega) + \varphi 2(\omega) = -\pi/2 - \arctan(T\omega)$

Khi $\omega=0$ thì $\varphi(\omega) = -\pi/2$

$\omega=1/T$ $\varphi(\omega) = -3\pi/4$

$\omega=\infty$ $\varphi(\omega) = -\pi$





3. Khâu tích phân - quán tính bậc n

Hàm truyền đạt:

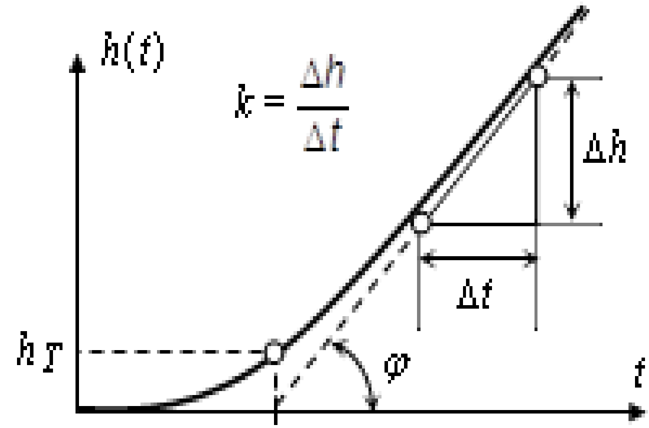
G(s) = $\frac{k}{s(1+Ts)^n}$; Trong đó k : hệ số khuếch đại

T: hằng số thời gian

Hàm quá độ: h(t) = $\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{G(s)}{s}\right\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{k}{s^2(1+Ts)^n}\right\}$

$$=\mathcal{L}^{-1}\left\{k\left[\frac{1}{s^2} - \frac{nT}{s} + \sum_{i=1}^{n}\frac{(n+1-i)T^2}{(1+Ts)^i}\right]\right\}$$

Suy ra h(t) = k$\left[t - nT + \sum_{i=1}^{n}\frac{(n+1-i)t^{i-1}e^{-\frac{1}{T}t}}{T^{i-2}(i-1)!}\right]$



Bài toán ngược: Xác định các tham số k,T và n từ hàm quá độ

- Kẻ đường tiệm cận h_{tc}(t) với h(t) tại t = ∞
- Xác định góc nghiêng φ của h_{tc}(t) với trục hoành rồi tính k = tan φ

- Xác định T_{tc} là giao điểm của h_{tc}(t) với trục hoành và tính T=$\frac{T_{tc}}{n}$

Trường hợp chưa biết bậc của n có thể tra bảng sau:

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
φ	0,3679	0,2707	0,224	0,1954	0,1755	0,1606	0,149	0,1396	0,1318	0,1144

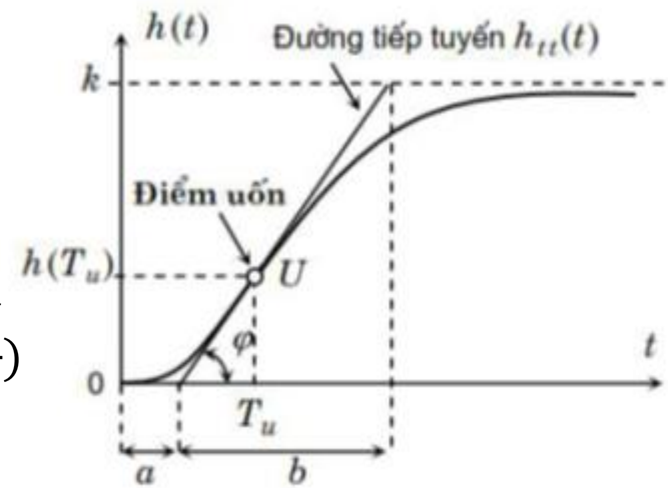
4. Khâu quán tính bậc hai

+ Hàm truyền đạt:

G(s) = $\frac{k}{(1+T_1 s)(1+T_2 s)}$; Trong đó $T_1 > T_2$

k : hệ số khuếch đại

T_1, T_2 : hằng số thời gian

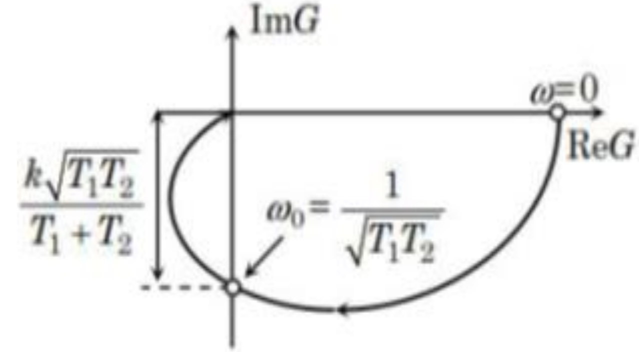


+ Hàm quá độ: h(t) = $\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{G(s)}{s}\right\}$ = k(1 - $\frac{T_1 e^{-\frac{1}{T_1}t} - T_2 e^{-\frac{1}{T_2}t}}{T_1 - T_2}$)

+ Đặc tính tần biên pha:

$$\tilde{G}(j\omega) = \frac{k(1-T_1T_2\omega^2)}{(1+T_1^2\omega^2)(1+T_2^2\omega^2)} - j\frac{k\omega(T_1+T_2)}{(1+T_1^2\omega^2)(1+T_2^2\omega^2)}$$

ω	Re	Im
0	k	0
$1/\sqrt{T_1T_2}$	0	$-\frac{k\sqrt{T_1T_2}}{T_1+T_2}$
∞	0	0



4. Khâu quán tính bậc hai

Bài toán ngược: Biết hàm quá độ h(t), xác định k,T_1,T_2

Tìm hằng số k theo k=h(∞)

Kẻ đường tiếp tuyến h_{tt}(t) với h(t) tại điểm uốn. Sau đó xác định hai tham số a là hoành độ giao điểm của đường tiếp tuyến với trục thời gian và b là khoảng thời gian để đường tiếp tuyến đó đi được từ 0 đến k.

Lập tỷ số *a/b*. Nếu $\frac{a}{b} > 0{,}103648$ thì bỏ qua.

Tìm *x thỏa mãn 0<x<1* từ $\frac{a}{b}$ (tra bảng)

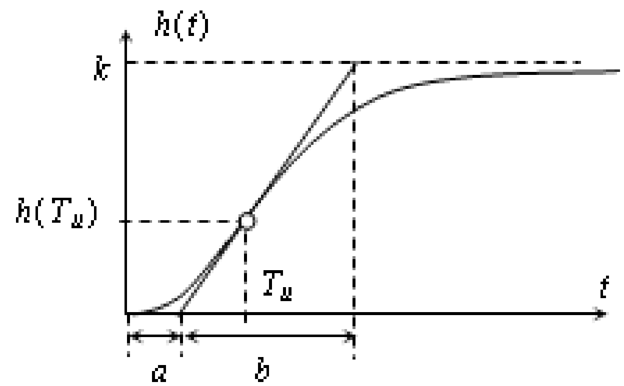
Tìm T_1 theo công thức $T_1 = b / f_1(x)$ với $f_1(x) = x^{\frac{x}{x-1}}$

Tính $T_2 = xT_1$.

a/b	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	0,1
x	0,012	0,0275	0,0467	0,707	0,1008	0,1393	0,1904	0,2622	0,374	0,6113

5. Khâu quán tính bậc n

Hệ thống có đường thực nghiệm h(t) tuy cũng có dạng hình chữ S nhưng không thỏa mãn điều kiện $0<\frac{a}{b}< 0{,}103648$.



+ Hàm truyền đạt:

$$G(s) = \frac{k}{(1+Ts)^n}$$

Như vậy hàm quá độ h(t) của khâu PTn có ảnh Laplace

$$H(s) = \frac{k}{s(1+Ts)^n}$$

+ Hàm quá độ là:

$$h(t) = k(1- e^{-\frac{1}{T}t}\sum_{i=1}^{n}\frac{A_i t^{i-1}}{(i-1)!}) \quad \text{Với } A_i = \frac{k}{T^{i-1}}$$

Đồ thị bode được biểu diễn trên hình vẽ với tần số gẫy $\omega_G = 1/T$

Trước tần số gẫy ω_G, $L(\omega)$ có dạng song song với trục hoành ứng với thành phần khuếch đại k, sau tần số gẫy thì $L(\omega)$ giảm về 0 với vận tốc là 20n dB/dec

5. Khâu quán tính bậc n

Bài toán ngược: tìm k, T và n từ đường đặc tính

- Tìm hằng số k theo $k = h_\infty = \lim_{t\to\infty} h(t)$
- Kẻ đường tiếp tuyến $h_{tt}(t)$ với h(t) tại điểm uốn. Sau đó xác định hai tham số a là hoành độ giao điểm của đường tiếp tuyến $h_{tt}(t)$ với trục thời gian và b là khoảng thời gian để đường tiếp tuyến đó đi từ 0 tới h_∞.
- Lập tỷ số $\frac{a}{b}$. Nếu $0<\frac{a}{b}<0{,}103648$ thì dừng thuật toán với kết luận rằng đối tượng phải được mô tả bằng mô hình quán tính bậc hai
- Tìm n bằng cách tra bảng

n	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$\frac{a}{b}$	0,1036	0,218	0,3194	0,4103	0,4933	0,57	0,6417	0,7092	0,7732	0,8341

- Tìm T từ n và b theo công thức:

$$T = \frac{b(n-1)^{n-2}}{e^{n-1}(n-2)!}$$

6. Khâu Lead/Lag

Khâu Lead và khâu Lag đều là những hệ có chung hàm truyền đạt:

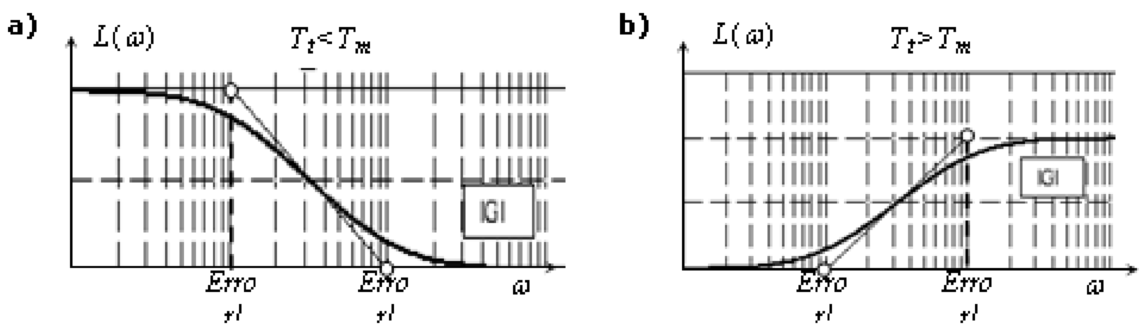
$$G(s) = \frac{1+T_t s}{1+T_m s}$$

Trong đó :

Nếu $T_t > T_m$ thì ta nói đó là khâu Lead (dẫn trước)

Nếu $T_t < T_m$ thì ta nói đó là khâu Lag (cắt bớt)

Cả hai khâu đều có tần số gẫy là $\omega_{G1} = T_t^{-1}$ và $\omega_{G2} = T_m^{-1}$.
Nếu $T_t > T_m$ thì những thành phầncó tần số cao trong tín hiệu đầu vào sẽ được ưu tiên cho đi qua (dẫn tần số cao), ngược lại khi $T_t < T_m$ thì khâu ưu tiên những thành phần có tần số thấp (cắt bớt tần số cao)

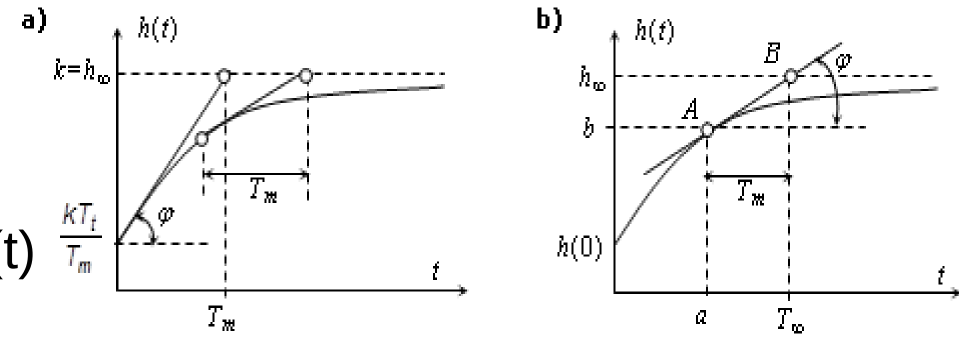


6. Khâu Lead/Lag

Từ hàm truyền đạt ta có ảnh Laplace của hàm quá độ

$$H(s) = \frac{1+T_t s}{s(1+T_m s)} = \frac{1}{s} - \frac{T_m - T_t}{1+T_m s}$$

Hàm quá độ $h(t) = \left(1 - \frac{(T_m - T_t)e^{-\frac{1}{T_m}t}}{T_m}\right)1(t)$



Xác định tham số của mô hình Lead/Lag từ đồ thị hàm quá độ h(t) của nó như sau:

- Kẻ đường tiệm cận h_∞ với $h(t)$ tại t=∞ rồi xác định k theo .
- Kẻ đường tiếp tuyến $h_{tt}(t)$ với $h(t)$ tại điểm t=0, sau đó xác định T_m là hoành độ của giao điểm giữa đường tiếp tuyến $h_{tt}(t)$ với đường tiệm cận h_∞.
- Xác định T_t theo $T_t = \frac{h(0)T_m}{k}$

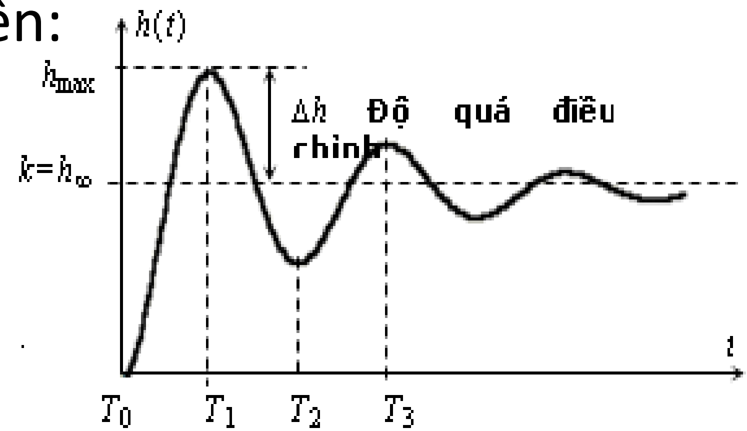
6. Khâu Lead/Lag

- Kẻ đường tiệm cận h_∞ với $h(t)$ tại rồi xác định k theo .
- Lấy một điểm A bất kỳ trên $h(t)$ và kẻ đường tiếp tuyến $h_{tt}(t)$ với $h(t)$ tại A, sau đó xác định B là giao điểm giữa đường tiếp tuyến $h_{tt}(t)$ với đường tiệm cận h_∞.
- Chiếu đoạn lên trục thời gian (trục hoành) để có T_m.
- Xác định T_t từ T_m và k theo $T_t = \dfrac{h(0)T_m}{k}$

7. Khâu dao động bậc hai

Khâu dao động bậc hai là khâu có hàm truyền:

$$G(s) = \frac{k}{1+2DTs+T^2s^2} = \frac{k}{(Ts+D)^2+1-D^2},\quad 0<D<1$$



Hàm quá độ (xem ví dụ 2.10):

$$h(t) = k\left[1-\frac{e^{-\frac{Dt}{T}}}{\sqrt{1-D^2}}\sin\left(\frac{\sqrt{1-D^2}\,t}{T}+\arccos D\right)\right]$$

Bài toán ngược: xác định các tham số k, T , D

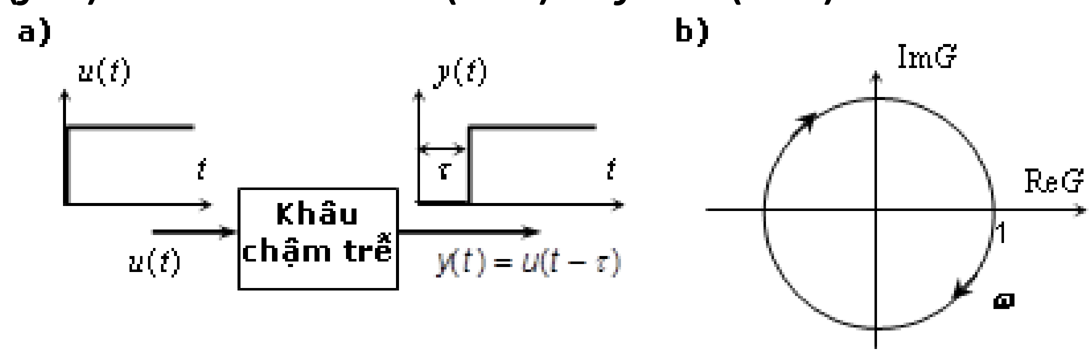
- Tìm $k = h(\infty)$.
- Tìm $\Delta h = h_{max} - h_{(\infty)}$ và tính $$D = \frac{1}{\sqrt{1+\dfrac{\pi^2}{\ln^2\left|\dfrac{\Delta h}{k}\right|}}}$$
- Tính $$T = \frac{T_1\sqrt{1-D^2}}{\pi}$$

8. Khâu chậm trễ (khâu trễ)

- Khâu trễ là một hệ động học cơ bản có quan hệ giữa tín hiệu vào $u(t)$ và ra $y(t)$ là $y(t) = u(t-\tau)$

  τ được gọi là *thời gian trễ*

- Khâu trễ có hàm truyền $G(s) = e^{-s\tau}$
- và hàm đặc tính tần : $G(j\omega) = e^{-j\omega\tau} = \cos(\omega\tau) - j\cdot\sin(\omega\tau)$



- Cách 1:

$$G(s) = e^{-\tau s} \approx \frac{1}{(1+Ts)^n}$$

- Cách 2: công thức xấp xỉ Pade

$$G(s) = e^{-\tau s} \approx \frac{1 + b_1 s + \cdots + b_m s^m}{1 + a_1 s + \cdots + a_n s^n}$$

2.4.Các thuật toán điều khiển

1. Luật điều khiển tỷ lệ (Proportional Control)

+ Tín hiệu điều khiển:

$$u = k_p e$$

+ Hàm truyền đạt:

$K(s) = \dfrac{U(s)}{E(s)} = kp$; Trong đó k_p : hệ số khuếch đại

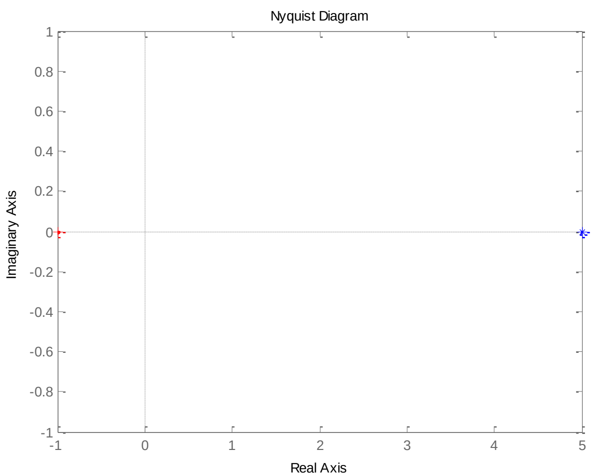
+ Đặc tính tần biên pha

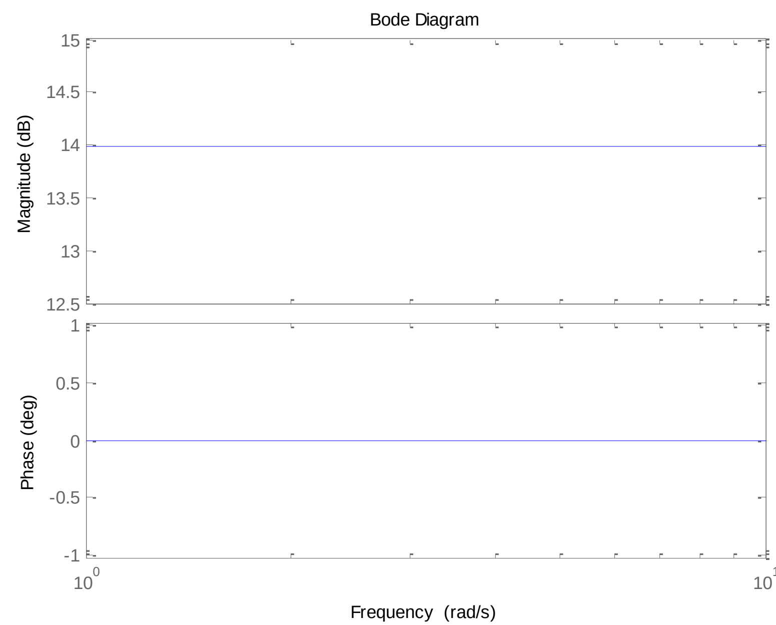
$K(j\omega) = k\mathbf{p}$

+ Đồ thị bode

. Biên độ tần số : $L(\omega) = 20\lg(k_p)$

. Pha tần số: $\varphi(\omega) = 0$





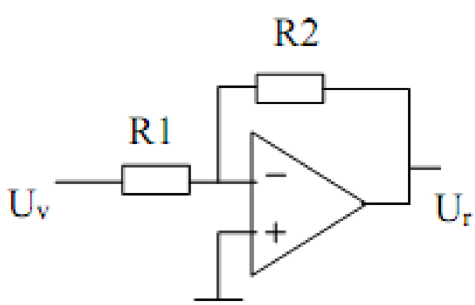
1. Luật điều khiển tỷ lệ (Proportional Control)

+ Ưu điểm:
- Là một thuật toán điều khiển đơn giản, dễ hiểu
- Tốc độ tác động nhanh
- Chỉ với một tham số cần điều chỉnh

+ Khuyết điểm:
Tồn tại sai lệch tĩnh khi đối tượng không có chứa thành phần tích phân

+ Ứng dụng:
- Điều khiển mức

+ Ví dụ



$$K(s) = -\frac{R_2}{R_1}$$

2. Luật điều khiển tỷ lệ tích phân (Proportional Integral Control)

+ Tín hiệu điều khiển:

$$u = k_p(e + \frac{1}{T_i}\int edt)$$

+ Hàm truyền đạt:

$$K(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = kp(1 + \frac{1}{T_i s}) \ ;$$

Trong đó: k_p : hệ số khuếch đại

T_i : hằng số thời gian tích phân

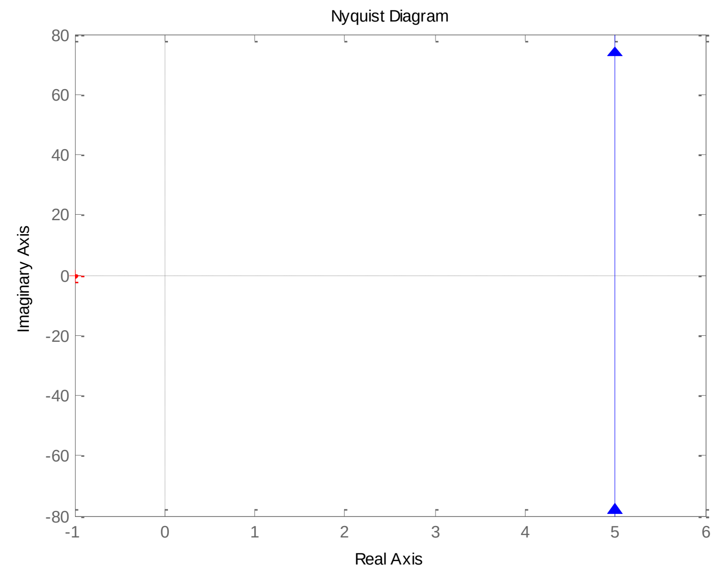
+ Đặc tính tần biên pha

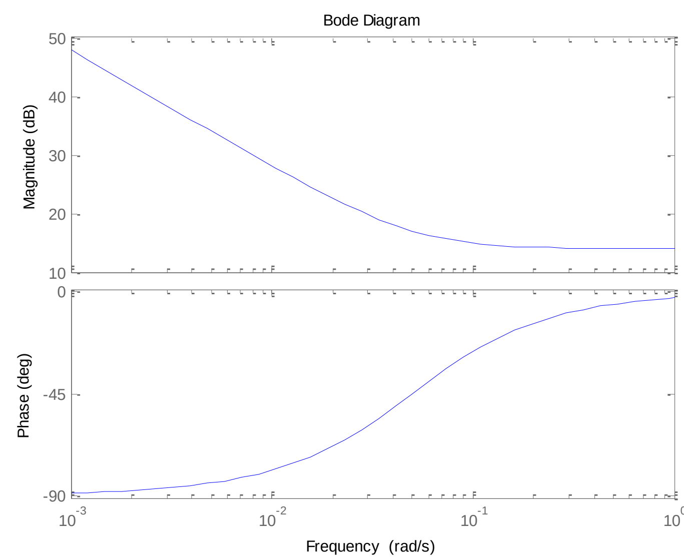
$$K(j\omega) = k_p(1 + \frac{1}{jT_i\omega}) = k_p(1 - j\frac{1}{T_i\omega})$$

+ Đồ thị Bode

. Biên độ tần số : $L(\omega) = 20\lg(k_p) - 20\lg T_i\omega + 20\lg\sqrt{(T_i\omega)^2 + 1}$

. Pha tần số: $\varphi(\omega) = \arctan(-\frac{1}{T_i\omega})$





2. Luật điều khiển tỷ lệ tích phân (Proportional Integral Control)

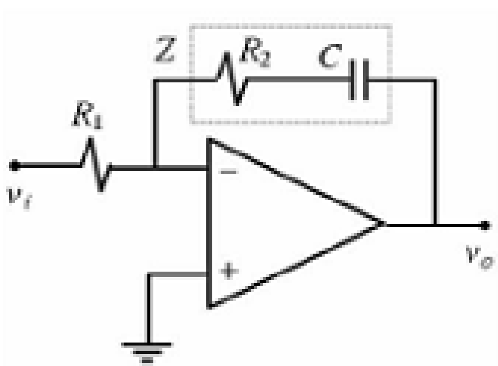
+ Ưu điểm:

- Triệt tiêu sai lệch tĩnh với đối tượng không có chứa thành phần tích phân và tác động đầu vào là hàm 1(t)
- Được sử dụng rộng rãi trong công nghiệp

+ Khuyết điểm:

- Tốc độ tác động chậm hơn quy luật tỉ lệ
- Phải chỉnh định hai thông số nên tìm được thông số tối ưu là khó hơn
- Có chứa thành phần tích phân nên tăng tính dao động

+Ví dụ



$$G(s) = K_P + \frac{K_I}{s}$$

$K_p = K_p$ $K_i = K_p / T_i$

$$K_P = -\frac{R_2}{R_1} \qquad K_I = -\frac{1}{R_1 C}$$

3. Luật điều khiển tỷ lệ vi tích phân
(Proportional Integral Derivative Control)

+ Tín hiệu điều khiển:

$$u = k_p\left(e + \frac{1}{T_i}\int e\,dt + T_d\frac{de}{dt}\right)$$

+ Hàm truyền đạt:

$$K(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = kp\left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s\right) \;;$$

Trong đó: k_p : hệ số khuếch đại

T_i : hằng số thời gian tích phân

Td : hằng số thời gian vi phân

+ Đặc tính tần biên pha

$$K(j\omega) = k_p\left(1 + \frac{1}{jT_i\omega} + j\,T_d\omega\right)$$

+ Đồ thị Bode

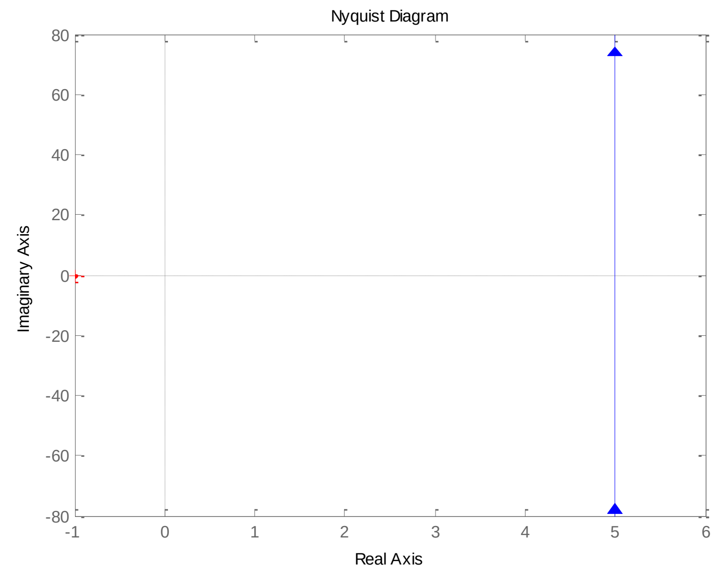
. Biên độ tần số : $L(\omega) = 20\lg(k_p) - 20\lg T_i\omega + 20\lg\sqrt{(T_i\omega)^2 + (TdTi\omega^2 - 1)^2}$

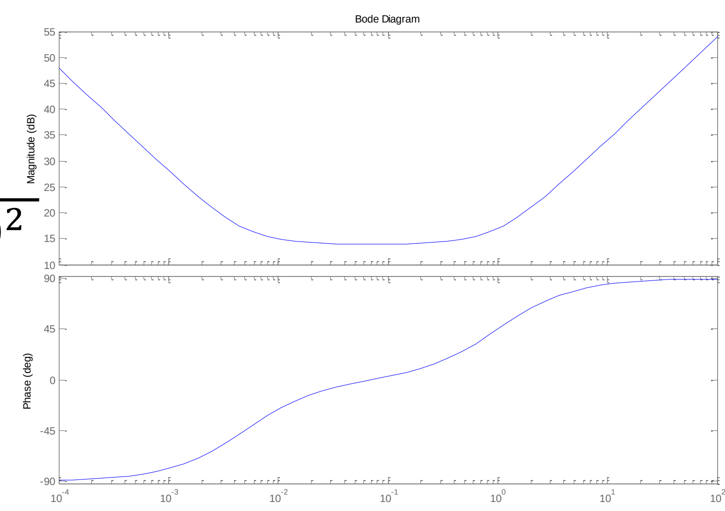
Khi ω<1/Ti<1/Td $L(\omega) = 20\lg(k_p) - 20\lg T_i\omega$

Khi 1/Ti< ω <1/Td $L(\omega) = 20\lg(k_p)$

Khi 1/Ti< 1/Td < ω $L(\omega) = 20\lg(k_p) + 20\lg T_d\omega$

Pha tần số: $\varphi(\omega) = \arctan\left(T_d\omega - \frac{1}{T_i\omega}\right)$





3. Luật điều khiển tỷ lệ vi tích phân
(Proportional Integral Diravative Control)

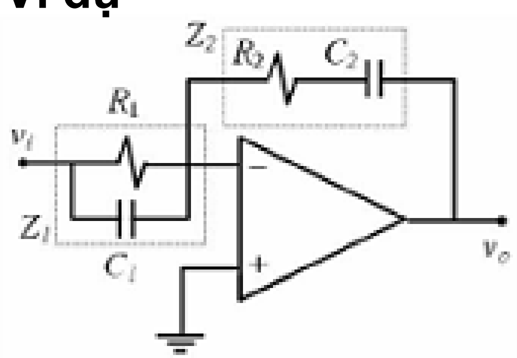
+ Ưu điểm:

- Triệt tiêu sai lệch tĩnh với đối tượng không có chứa thành phần tích phân và tác động đầu vào là hàm 1(t)
- Được sử dụng rộng rãi trong công nghiệp

+ Khuyết điểm:

- Tốc độ tác động tùy thuộc vào thông số Ti và Td , Ti lớn, Td lớn thì thiên về quy luật PD tốc độ tác động nhanh
- Ti nhỏ, Td nhỏ thì thiên về quy luật PI tốc độ tác động chậm
- Phải chỉnh định ba thông số nên tìm được thông số tối ưu là khó hơn
- Có chứa thành phần tích phân nên tăng tính dao động
- Có chứa thành phần vi phân nên nhạy cảm với nhiễu

+Ví dụ



$$G(s) = K_P + \frac{K_I}{s} + K_D s$$

$$K_P = -\frac{R_1C_1 + R_2C_2}{R_1C_2} \qquad K_I = -\frac{1}{R_1C_2}$$

$$K_D = -R_2C_1$$

$K_p = K_p$
$K_I = K_p / T_i$
$K_D = K_p . T_D$

+ Tín hiệu điều khiển:

$$u = k_p(e + T_d \frac{de}{dt})$$

+ Hàm truyền đạt:

$$K(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = kp(1+T_d s) \;;$$

Trong đó: k_p : hệ số khuếch đại

Td : hằng số thời gian vi phân

+ Đặc tính tần biên pha

$$K(j\omega) = k_p(1+j\,T_d\omega)$$

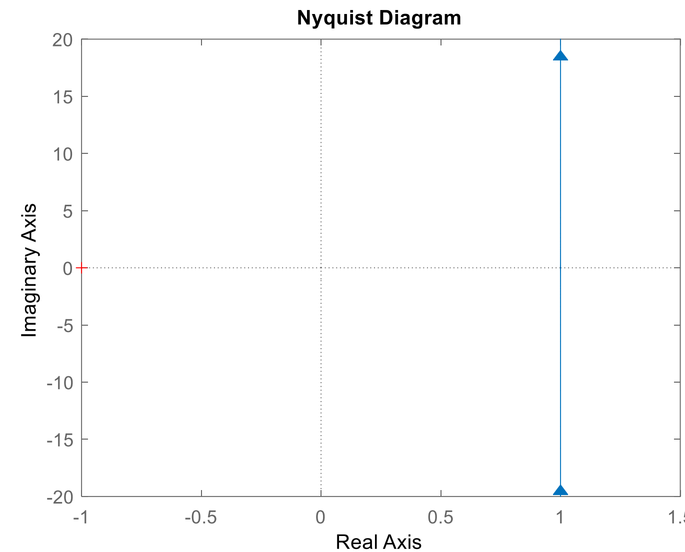
+ Đồ thị Bode

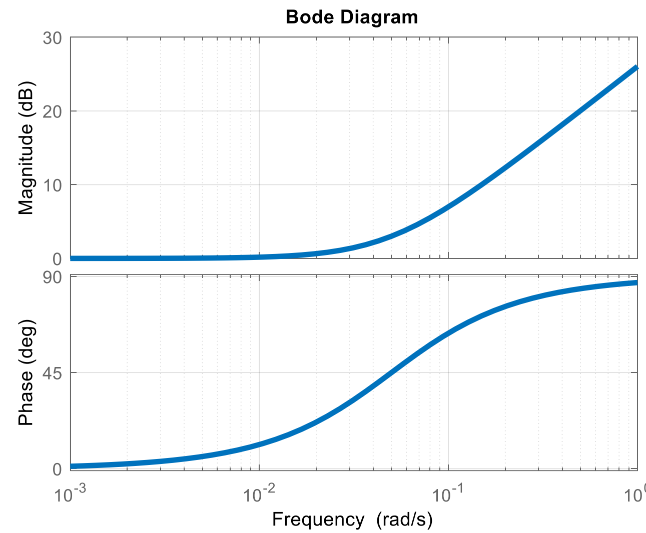
. Biên độ tần số : $L(\omega) = 20\lg(k_p) + 20\lg\sqrt{(T_d\omega)^2 + 1}$

Khi $\omega<1/Td$ $L(\omega) = 20\lg(k_p)$

Khi $\omega >=1/Td$ $L\omega) = 20\lg(k_p) + 20\lg T_d\omega$

*P*ha tần số: $\varphi(\omega) = \arctan(T_d\omega)$





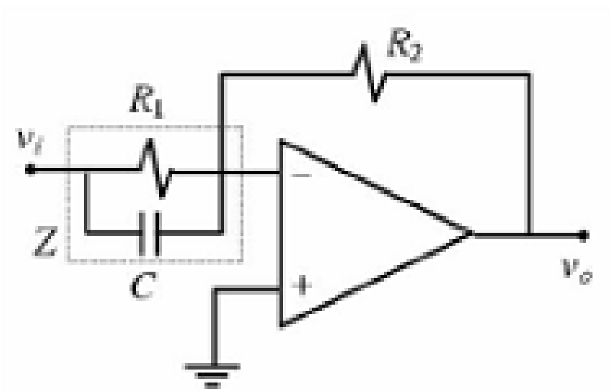
+ Ưu điểm:

- Tốc độ tác động nhanh

+ Khuyết điểm:

- Có chứa thành phần vi phân nên nhạy cảm với nhiễu
- Tồn tại sai lệch đối với đối tượng không có chứa thành phần tích phân

+Ví dụ



$$G(s) = K_P + K_D s$$

$$K_P = -\frac{R_2}{R_1} \qquad K_D = -R_2 C$$

$K_p = K_p$
$K_D = K_p . T_D$

2.5. Phân tích hệ thống

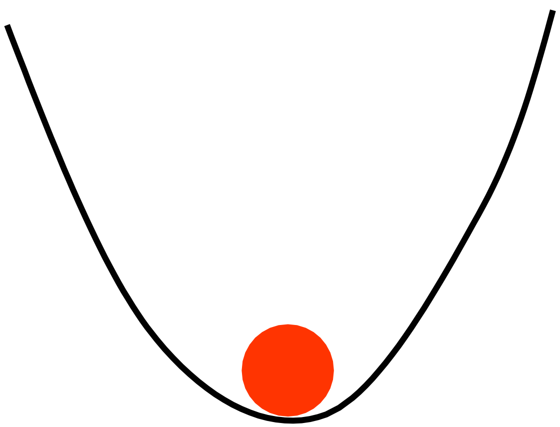
Nhiệm vụ của công việc phân tích

- Khảo sát tính ổn định của hệ thống.
- Đánh giá các chỉ tiêu chất lượng:

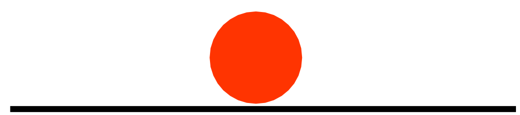
+Chế độ xác lập: Sai lệch tĩnh

+ Quá trình quá độ: Thời gian quá độ và độ quá điều chỉnh

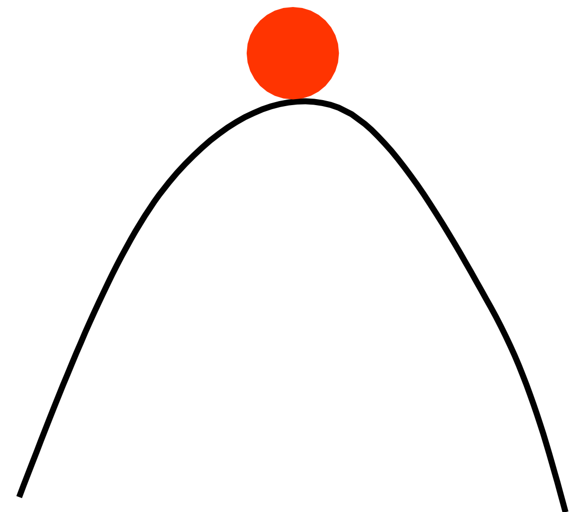
Ví dụ



Hệ thống ổn định



Hệ thống ở biên giới ổn định



Hệ thống không ổn định

1. Tính ổn định

Định nghĩa 2.6: Ổn định BIBO (Bounded Input Bounded Output)

Một hệ thống được gọi là ổn định nếu khi kích thích hệ bằng tín hiệu *u(t)* bị chặn ở đầu vào thì hệ sẽ có đáp ứng *y(t)* ở đầu ra cũng bị chặn

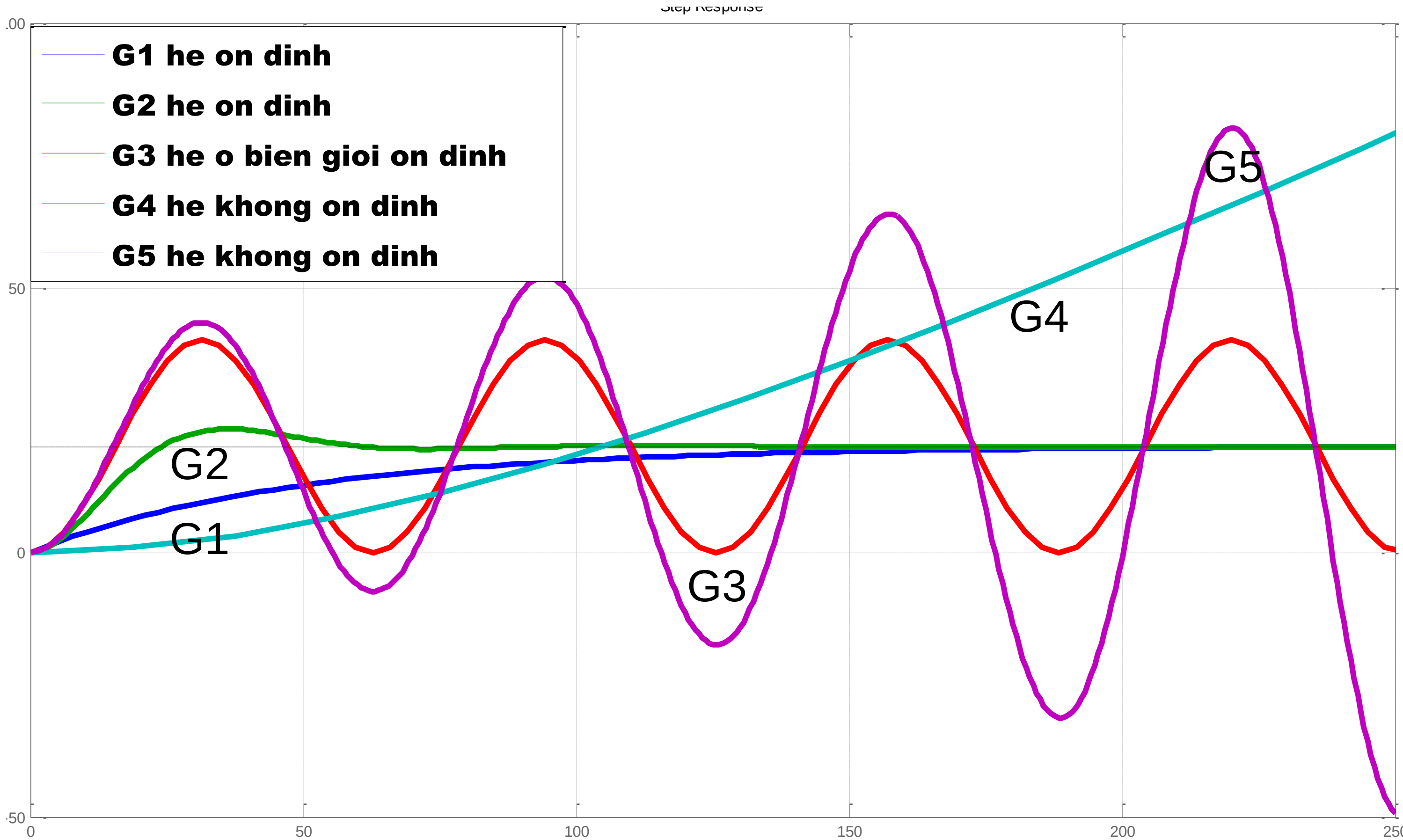
Định lý 2.5: Các phát biểu sau là tương đương:

a) Hệ ổn định BIBO.

b) *G*(*s*) là hàm bền (có tất cả các điểm cực nằm bên trái trục ảo).

1. Tính ổn định

- Các dạng đặc tính hàm quá độ



2. Phân tích tính ổn định

Để kiểm tra tính ổn định của một hệ LTI, ta chỉ cần kiểm tra các điểm cực của hệ, cũng chính là các nghiệm của đa thức đặc tính.

$$A(s) = a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \cdots + a_1 s + a_0$$

Hệ sẽ ổn định nếu *A(s)* có tất cả các nghiệm đều nằm bên trái trục ảo (có phần thực âm và khác 0).
Một số phương pháp (đại số) kiểm tra dấu các nghiệm của *A(s)* mà không cần giải tìm nghiệm của nó: tiêu chuẩn Routh, tiêu chuẩn Hurwitz, tiêu chuẩn Lienard-Chipart.
Một số phương pháp (hình học) đánh giá ổn định: tiêu chuẩn Michailov, tiêu chuẩn Nyquist, tiêu chuẩn Kharitonov.

3. Tiêu chuẩn ổn định Hutvitz

+ Phát biểu: Điều kiện cần và đủ để cho một HTTT ổn định là các hệ số của phương trình đặc tính dương và các định thức Hutvitz cũng phải dương.

Tiêu chuẩn Hurwitz

$$A(s) = a_0 + a_1 s + a_2 s^2 + \cdots + a_n s^n$$

- Dựng ma trận $H \in \mathbb{R}^{n\times n}$:

$$H = \begin{pmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & a_7 & \cdots \\ a_0 & a_2 & a_4 & a_6 & \cdots \\ 0 & a_1 & a_3 & a_5 & \cdots \\ 0 & a_0 & a_2 & a_4 & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix}$$

- Xác định các ma trận:

$$H_1 = a_1,\ H_2 = \begin{pmatrix} a_1 & a_3 \\ a_0 & a_2 \end{pmatrix},\ H_3 = \begin{pmatrix} a_1 & a_3 & a_5 \\ a_0 & a_2 & a_4 \\ 0 & a_1 & a_3 \end{pmatrix},\ H_4 = \begin{pmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & a_7 \\ a_0 & a_2 & a_4 & a_6 \\ 0 & a_1 & a_3 & a_5 \\ 0 & a_0 & a_2 & a_4 \end{pmatrix}$$

- Tính các định thức $D_i = \det(H_i),\ i = 1, 2, \ldots, n.$
  - $A(s)$ là Hurwitz khi và chỉ khi các giá trị trong dãy sau cùng dấu và khác 0:

$$a_0, D_1, \frac{D_2}{D_1}, \frac{D_3}{D_2}, \ldots, \frac{D_n}{D_{n-1}}$$

  - Số lần đổi dấu trong dãy trên bằng số các nghiệm nằm bên phải trục ảo của $A(s)$.

Tiêu chuẩn Hurwitz

Ví dụ 1 [1]: $A(s) = 0.5 + s + 2s^2 + 3s^3$

Lập ma trận:

$$H = \begin{pmatrix} a_1 & a_3 & 0 \\ a_0 & a_2 & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 0.5 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix} \Rightarrow H_1 = 1,\ H_2 = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0.5 & 2 \end{pmatrix}, H_3 = H$$

Suy ra: $D_1 = 1,\ D_2 = 0.5,\ D_3 = 1.5 \Rightarrow$ $A(s)$ là Hurwitz.

Tiêu chuẩn Hurwitz

Ví dụ 2 [1]: $A(s) = 51 + 11s + s^2 + 3s^3$

Ví dụ 3 [2]: Sử dụng tiêu chuẩn Hurwitz, tìm khoảng giá trị của K để $A(s) = 25 + 9s + (4 + K)s^2 + 2s^3 + s^4$ là hàm bền

Giải ví dụ

Ví dụ 2:

+ Điều kiện cần: a_i>0=> thỏa mãn
+ Điều kiện đủ: Thành lập định thức Hutvitz

$$H_1 = a_1 \Rightarrow D_1 = 11,\ H_2 = \begin{pmatrix} a_1 & a_3 \\ a_0 & a_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 & 3 \\ 51 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow D_2 = 11 - 153 = -142 < 0$$

=> Hệ thống không ổn định

Giải ví dụ

Ví dụ 3:

$$A(s) = 25 + 9s + (4 + K)s^2 + 2s^3 + s^4$$

Điều kiện cần : 4+K>0 => K>-4

Điều kiện đủ : Thành lập định thức Hutvitz

$$D_1 = 9,\ \mathrm{D}_2 = \begin{vmatrix} 9 & 2 \\ 25 & 4+K \end{vmatrix} = 36 + 9K - 50 > 0 \Rightarrow K > \frac{14}{9}$$

$$\mathrm{D}_3 = \begin{vmatrix} 9 & 2 & 0 \\ 25 & 4+K & 1 \\ 0 & 9 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 9 & 2 & 0 & 9 & 2 \\ 25 & 4+K & 1 & 25 & 4+K \\ 0 & 9 & 2 & 0 & 9 \end{vmatrix}$$

$$= 18(4 + K) - 81 - 100 = 72 + 18K - 181 = 18K - 109 > 0$$

$$=> K > \frac{109}{18}$$

Kết hợp điều kiện cần và đủ ta có với K>109/18 thì hệ thống ổn định

4. Tiêu chuẩn ổn định Routh

- Là phương pháp đại số thuận tiện để kiểm tra tính ổn định BIBO của hệ thống.
- Điều kiện cần là tất cả các hệ số của đa thức đặc tính *A(s)* phải cùng dấu và khác 0.
- Đối với điều kiện cần và đủ, đầu tiên phải thành lập bảng Routh

4. Tiêu chuẩn ổn định Routh

Từ đa thức đặc tính:

$$A(s) = a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \cdots + a_1 s + a_0$$ trong đó

a_n	a_{n-2}	a_{n-4}	a_{n-6}	$\dots$
a_{n-1}	a_{n-3}	a_{n-5}	a_{n-7}	$\dots$
b_1	b_2	b_3	b_4	$\dots$
c_1	c_2	c_3	c_4	$\dots$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		
k_1	k_2			
l_1				
m_1				

$$b_1 = \frac{a_{n-1}a_{n-2} - a_n a_{n-3}}{a_{n-1}},$$

$$b_2 = \frac{a_{n-1}a_{n-4} - a_n a_{n-5}}{a_{n-1}},$$

Tương tự, các phần tử của hàng thứ 4 được tính toán dựa trên hai hàng ngay trước nó.

$$c_1 = \frac{b_1 a_{n-3} - a_{n-1} b_2}{b_1},$$

$$c_2 = \frac{b_1 a_{n-5} - a_{n-1} b_3}{b_1}.$$

- Các phần tử ở các hàng tiếp theo được tính toán một cách tương tự.

4. Tiêu chuẩn ổn định Routh

Các điều kiện cần và đủ là:

- Nếu tất cả các phần tử trong cột đầu tiên của bảng Routh đều cùng dấu thì tất cả các nghiệm của đa thức đặc tính *A(s)* đều có phần thực âm.
- Số lần đổi dấu trong cột đầu tiên bằng số các nghiệm của *A(s)* có phần thực dương.

Ví dụ:

2	*3*	*10*
1	*5*	*0*
-7	*10*	
6.63	*0*	
10		

$$A(s) = 2s^4 + s^3 + 3s^2 + 5s + 10$$

Từ bảng Routh ta thấy các phần tử trong cột đầu tiên đổi dấu 2 lần

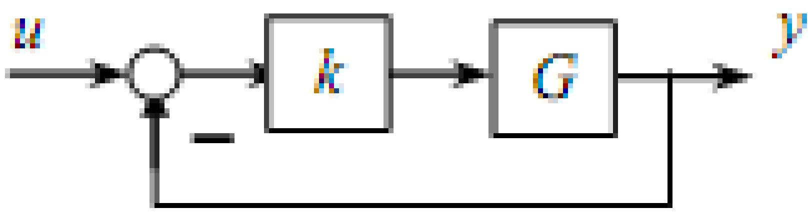
→ đa thức đặc tính có hai nghiệm có phần thực dương.

→ hệ không ổn định.

- +B1: Xác định hàm truyền đạt của hệ thống
- +B2: Viết phương trình đặc tính
- +B3: Kiểm tra điều kiện cần ai>0
- +B4: Thành bảng Routh hoặc Hutvitz
- B5: Kết hợp điều kiện cần và đủ (có thể kết hợp điều kiện đề bài)

Ví dụ

Cho hệ thống có cấu trúc sau. Tìm điều kiện của k để hệ thống kín ổn định



$$G(s)=\frac{1}{1+2s+2s^2+4s^3+s^4}$$

Hình 9

5. Phân tích chất lượng hệ kín từ HT của hệ hở

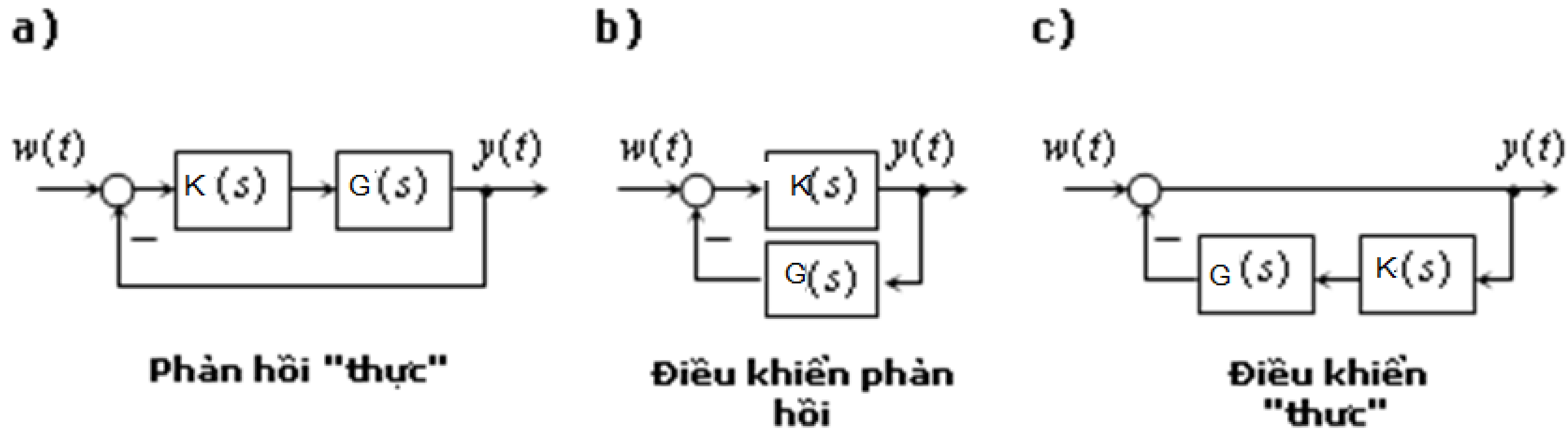
Khái niệm hệ kín (phản hồi âm) được mô tả trực quan ở hình 2.71 với hai khâu tuyến tính có hàm truyền hợp thức là $R(s)$ và $S(s)$. Khi đó hệ kín sẽ được có hàm truyền $G(s)$ cho các trường hợp phản hồi khác nhau như sau:

- Phản hồi thực (phản hồi đơn vị): $$G_k(s) = \frac{K(s)G(s)}{1+K(s)G(s)}$$

- Điều khiển phản hồi: $$G_k(s) = \frac{G(s)}{1+K(s)G(s)}$$

- Điều khiển thực (truyền thẳng đơn vị): $$G_k(s) = \frac{1}{1+K(s)G(s)}$$

5. Phân tích chất lượng hệ kín từ HT của hệ hở



Hình 2.71: Một số dạng hệ hồi tiếp thường gặp.

Như vậy tất cả các dạng hồi tiếp đã xét ở trên đều có hàm truyền với một mẫu số chung là *hàm sai lệch phản hồi*

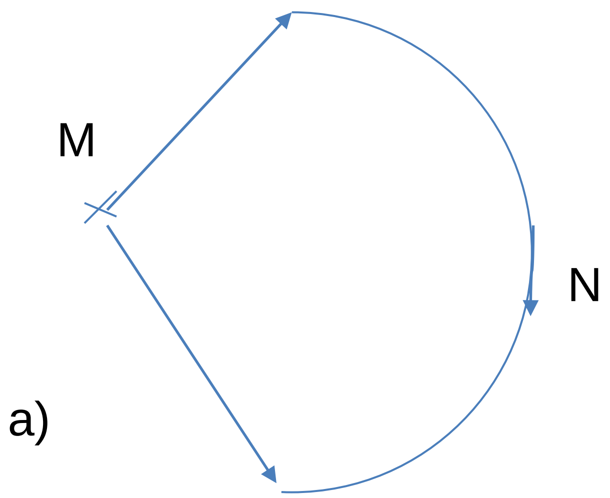
$$F(s) = 1 + K(s)G(s) = 1 + G_h(s)$$

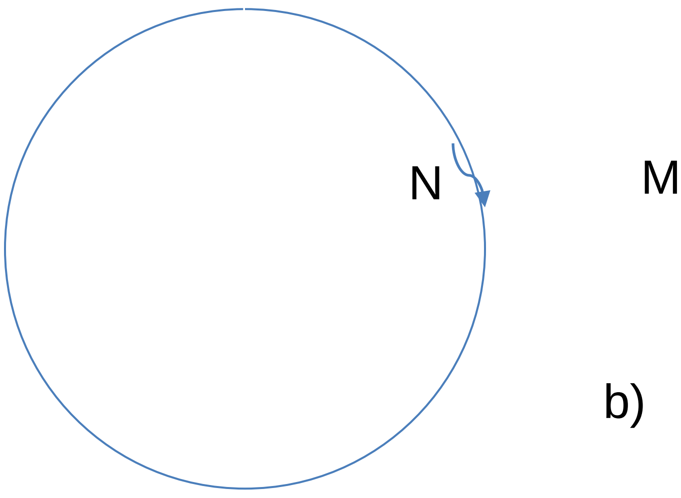
trong đó tích $G_h(s) = K(s)G(s)$ được gọi là *hàm truyền của hệ hở*.

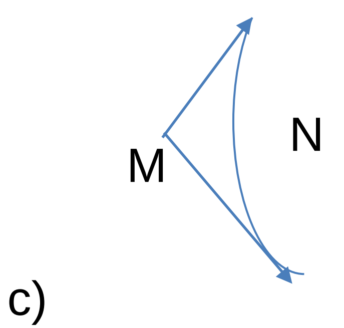
6. Xét tính ổn định: Tiêu chuẩn Nyquist

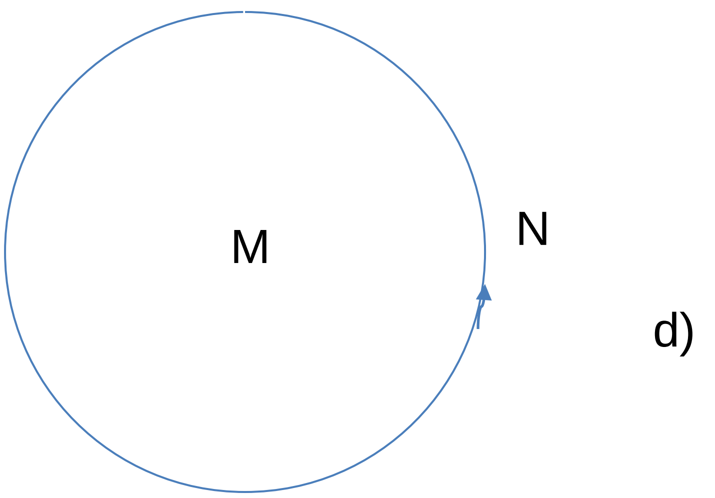
- **Phát biểu:** Một hệ thống kín ổn định khi và chỉ khi:
- Hệ hở ổn định và đặc tính tần biên pha của hệ hở không bao điểm (-1,j0)
- Hệ hở không ổn đinh nếu hàm truyền Gh(s) của hệ hở có m điểm cực không nằm bên trái trục ảo (nằm trên trục ảo hoặc nằm bên phải trục ảo), thì cần và đủ để hệ kín ổn định là đường đặc tính TBP của hệ hở bao điểm $-1+0j$ của mặt phẳng phức một góc $m\pi$ theo chiều ngược kim đồng hồ.

- Khái niệm một đường cong bao 1 điểm



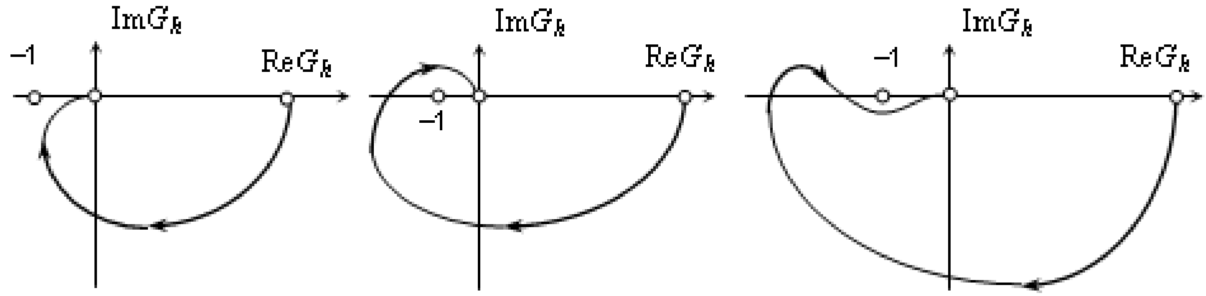






Tiêu chuẩn Nyquist

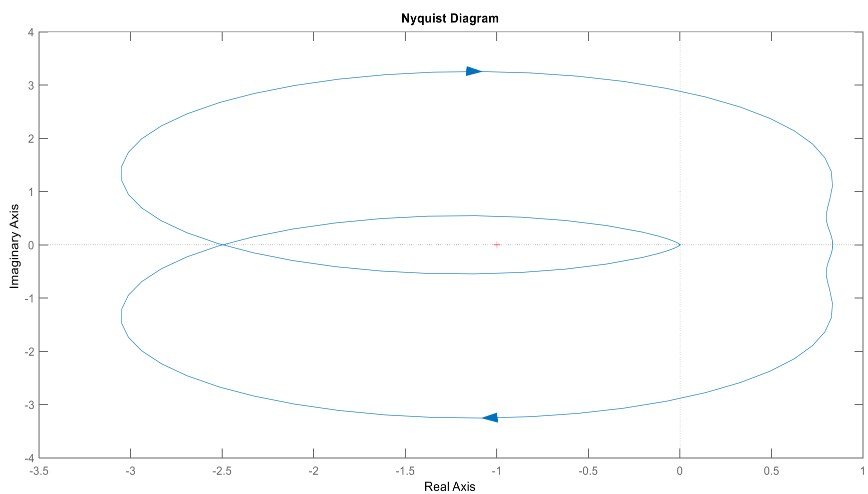
Giả thiết hệ hở ổn định



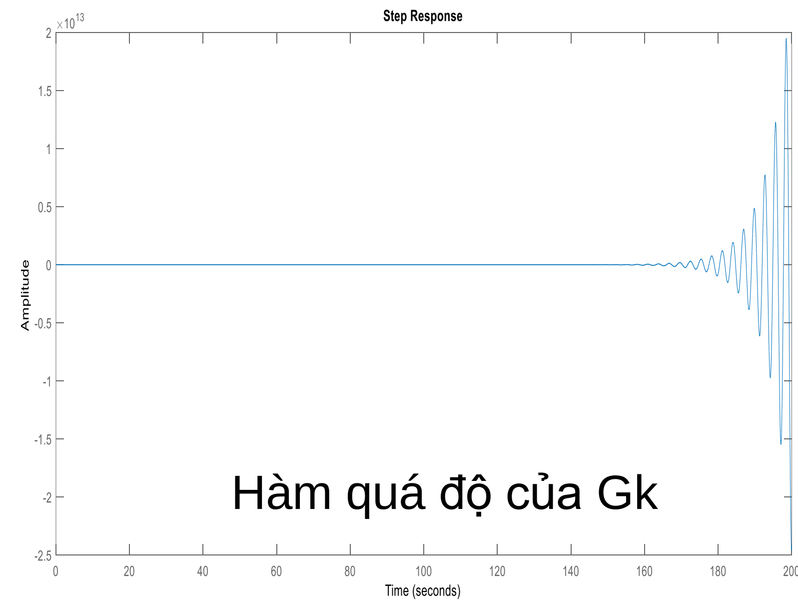
Hệ kín ổn định | Hệ kín không ổn định | Hệ kín ổn định

Ví dụ: Hãy xét tính ổn định của hệ kín khi biết hàm truyền đạt của hệ hở có dạng:

$$G_h(s)=\frac{5}{s^3+2s^2+4s+8}$$

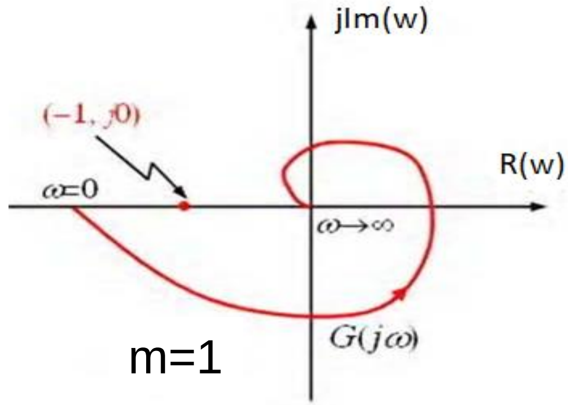


TBP của Gh

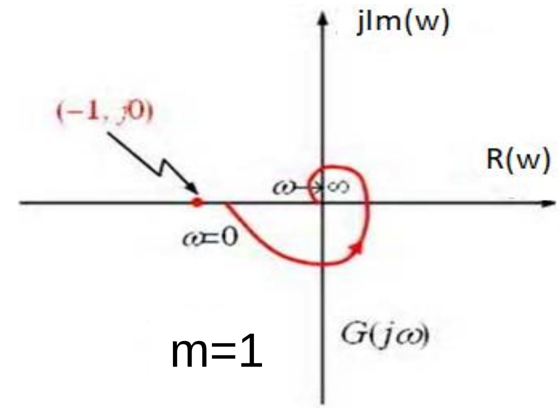


Hàm quá độ của Gk

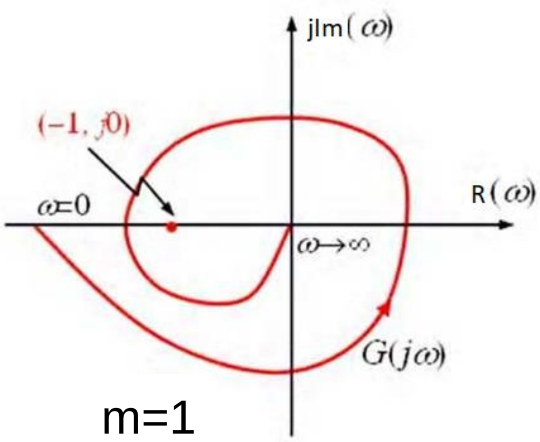
Hệ hở không ổn định
a) Hệ kín ổn định
b) Hệ kín không ổn định
c) Hệ kín không ổn định
d) Hệ kín ổn định
e) Hệ kín không ổn định



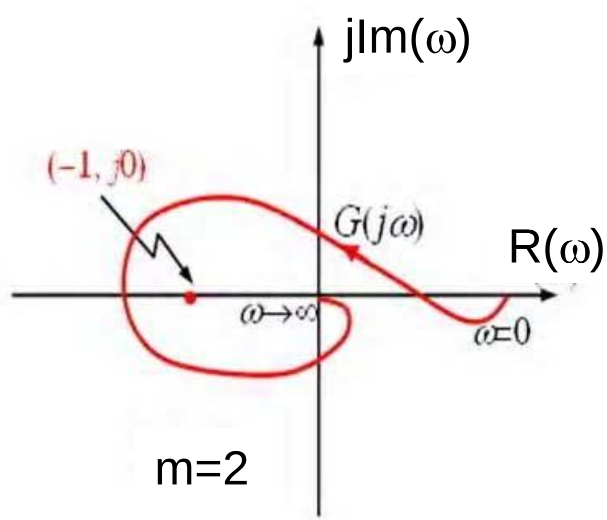
(a)



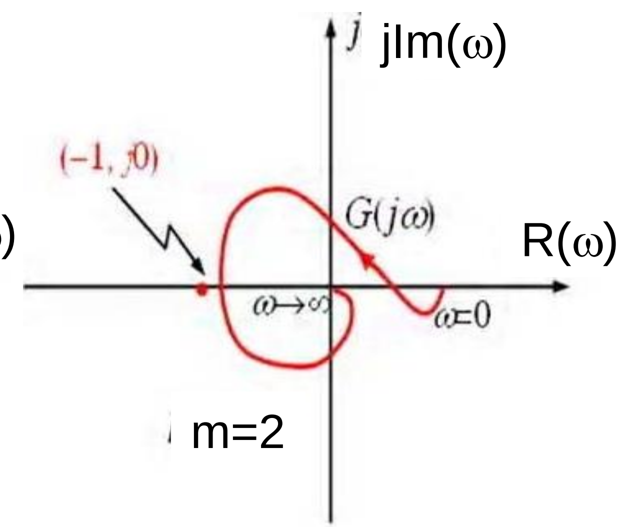
(b)



(c)



(d)

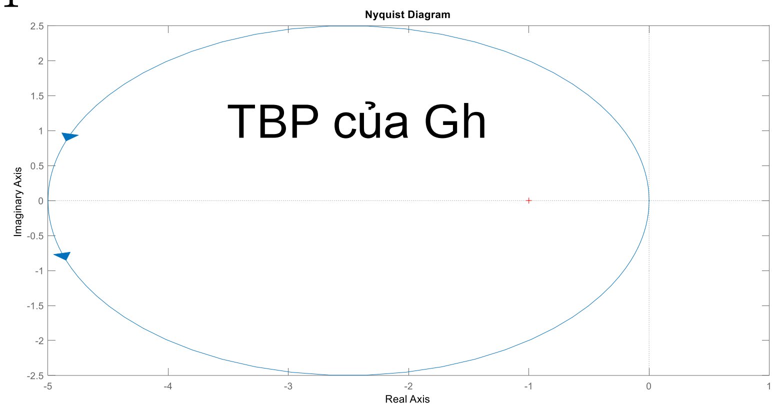


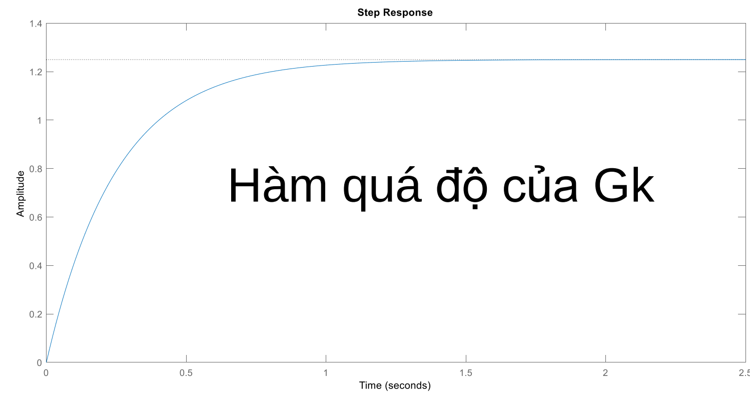
(e)

Tiêu chuẩn Nyquist

Ví dụ 1: Hãy xét tính ổn định của hệ kín khi biết hàm truyền đạt của hệ hở có dạng:

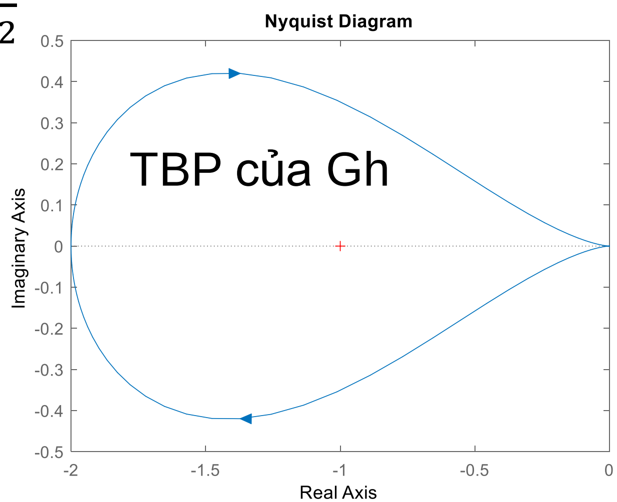
G_h(s)=$\frac{5}{s-1}$

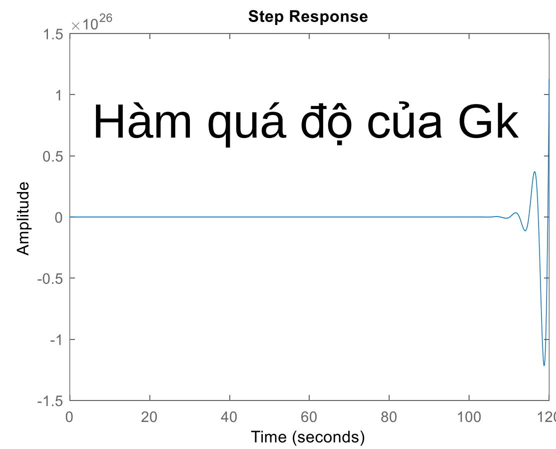




Ví dụ2: Hãy xét tính ổn định của hệ kín khi biết hàm truyền đạt của hệ hở có dạng:

G_h(s)=$\frac{4}{s^2-s-2}$





Tiêu chuẩn Nyquist

Tổng quát hóa định lý 2.7 của Nyquist cho việc xác định hằng số khuếch đại *k* của bộ điều khiển để hệ kín có hàm truyền hệ hở là

$G_h(s) = kS(s)$được ổn định, ta có định lý sau:

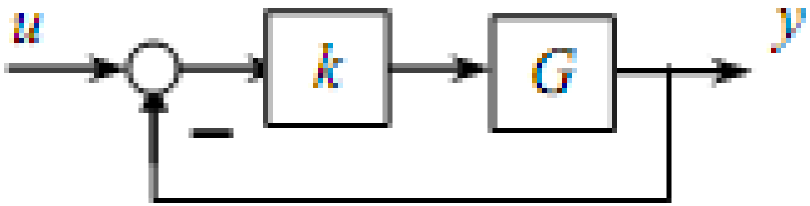
Định lý 2.10: Xét hệ kín có hàm truyền của hệ hở là $G_h(s) = kS(s)$

Giả sử rằng $S(s)$ có *m* điểm cực không nằm bên trái trục ảo (nằm trên hoặc nằm bên phải trục ảo). Khi đó để hệ kín ổn định thì cần và đủ là đường đặc tính tần biên pha của khâu $S(s)$ bao điểm $-\frac{1}{k} + j0$

trong mặt phẳng phức đúng *m* lần theo chiều ngược kim đồng hồ.

Ví dụ

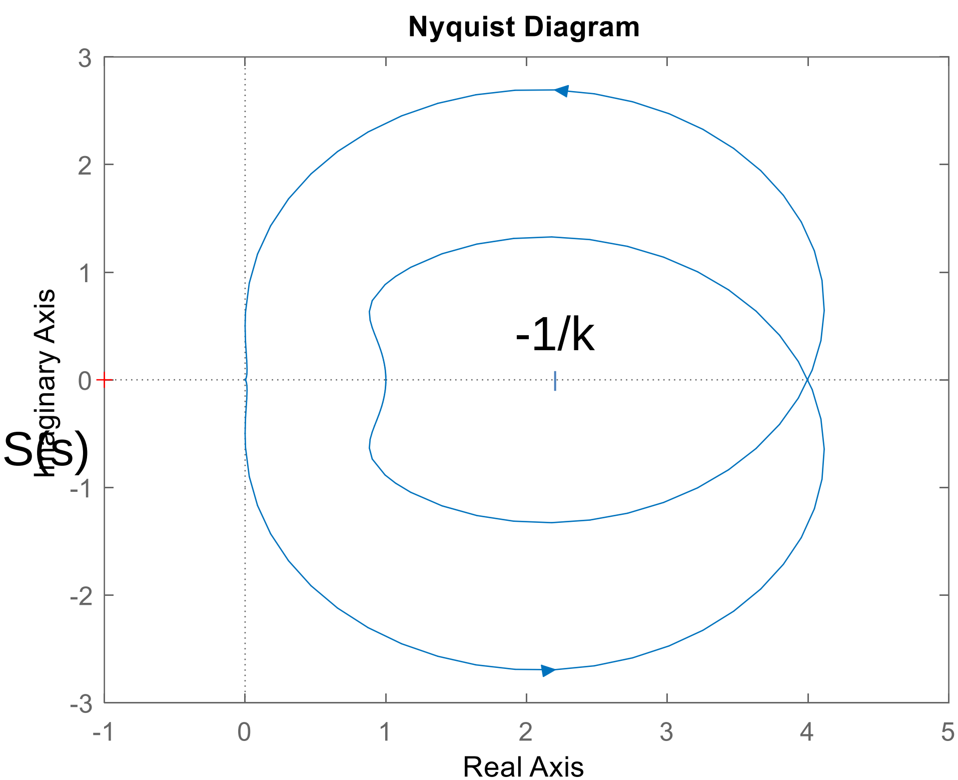
Cho hệ thống có cấu trúc sau. Tìm điều kiện của k để hệ thống kín ổn định



$$G(s) = \frac{1}{1+2s+2s^2+4s^3+s^4}$$

Tìm nghiệm của G(s)

```
>> roots([1 4 2 2 1])
  -3.5752 + 0.0000i
   0.0498 + 0.7286i
   0.0498 - 0.7286i
  -0.5244 + 0.0000i
```



Để hệ kín ổn định thì đặc tính TBP của S(s)
Phải bao -1/k với 1 góc 2π

$$1 < -\frac{1}{k} < 4 \Rightarrow -1 < k < -\frac{1}{4}$$

7. Kiểm tra tính ổn định hệ kín nhờ biểu đồ Bode

Kiểm tra tính ổn định của hệ kín khi đã biết được rằng hàm truyền $G_h(s)$ của hệ hở là hàm bền nhờ biểu đồ Bode

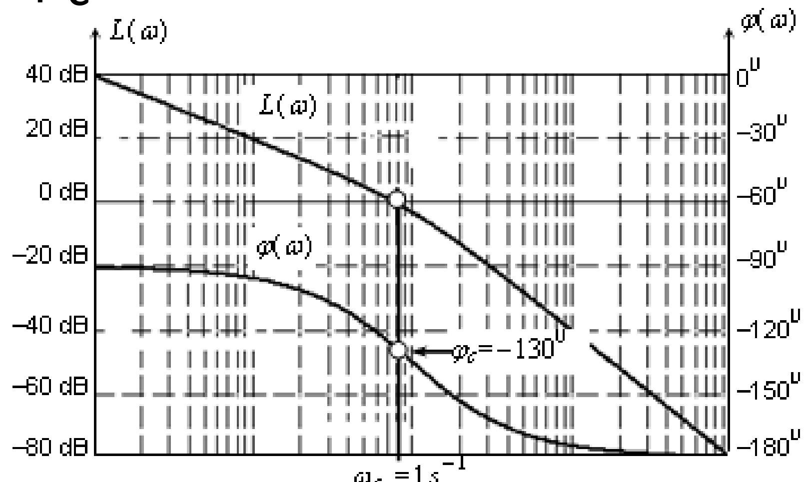
$L(\omega) = 20 \cdot \lg |G_h(j\omega)|$ và $\varphi(\omega) = \arc G_h(j\omega)$ của $G_h(s)$.

Nguyên tắc kiểm tra như sau:

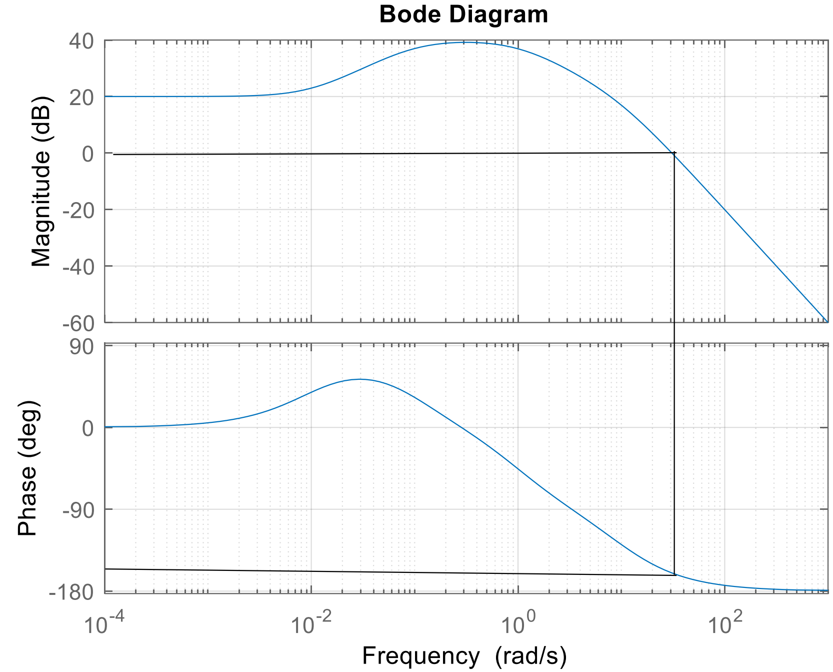
- Nếu $L(\omega)$ có đoạn nằm phía trên trục hoành thì $\sup_{0 \le \omega \le \infty} |G_h(j\omega)| > 1$
- Điểm cắt của $G_h(j\omega)$ với đường tròn đơn vị là giao điểm của $L(\omega)$ với trục hoành.
- Tần số cắt ω_c là hoành độ giao điểm của với trục hoành.
- Góc $\varphi_c = \arc G_h(j\omega_c)$ là tung độ của $\varphi(\omega)$ tại tần số cắt ω_c
- Hệ kín sẽ ổn định nếu φ_c nằm phía bên trên đường $\varphi(\omega) = -\pi$

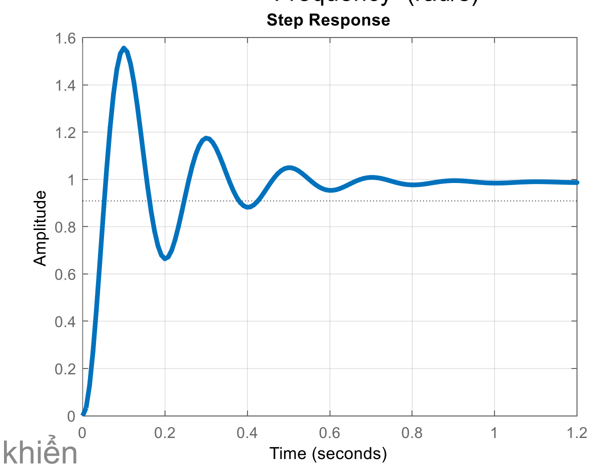
7. Kiểm tra tính ổn định hệ kín nhờ biểu đồ Bode

- **Ví dụ:** Xét tính ổn định nhờ biểu đồ Bode
- Từ giao điểm đường của biểu đồ Bode đó với trục hoành (đường ngang tại 0 dB) ta xác định được tần số cắt ωc = 1 s-1. Tiếp tục, với tần số cắt đó ta đọc ra được từ đường $\varphi(\omega)$ góc pha $\varphi_c = -130^O$. Vì $\varphi_c = -130^O > -180^O$ nên hệ kín là ổn định



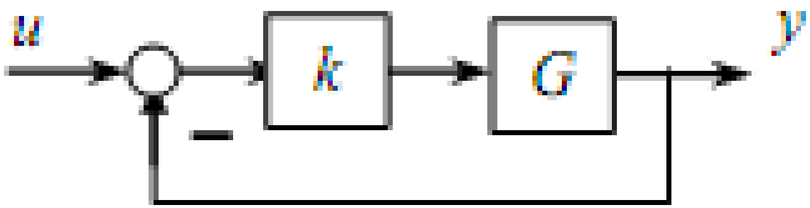
```
>> G=tf([1000 10],conv([10 1],conv([1 1],[0.1 1])))

G =

        1000 s + 10
  --------------------------
  s^3 + 11.1 s^2 + 11.1 s + 1

Continuous-time transfer function.

>> bode(G)
>> Gk=feedback(G,1)

Gk =

        1000 s + 10
  ----------------------------
  s^3 + 11.1 s^2 + 1011 s + 11

Continuous-time transfer function.

>> step(Gk)
```





Ví dụ

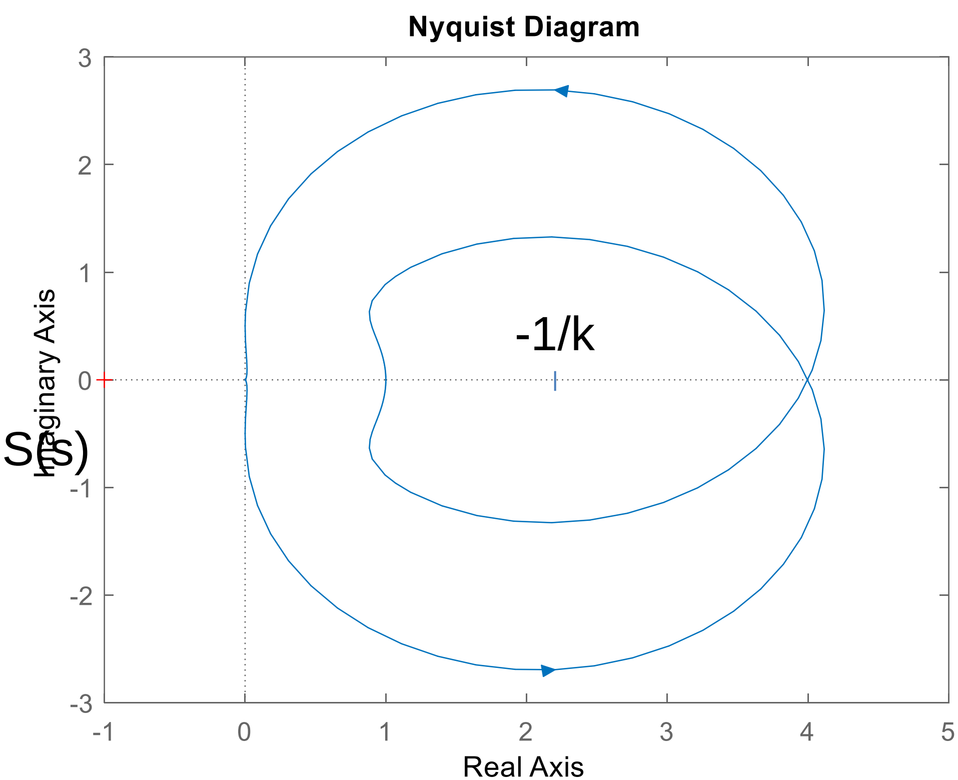
Cho hệ thống có cấu trúc sau. Tìm điều kiện của k để hệ thống kín ổn định



$$G(s) = \frac{1}{1 + 2s + 2s^2 + 4s^3 + s^4}$$

Tìm nghiệm của G(s)

```
>> roots([1 4 2 2 1])
-3.5752 + 0.0000i
 0.0498 + 0.7286i
 0.0498 - 0.7286i
-0.5244 + 0.0000i
```



Để hệ kín ổn định thì đặc tính TBP của S(s)
Phải bao -1/k với 1 góc 2π

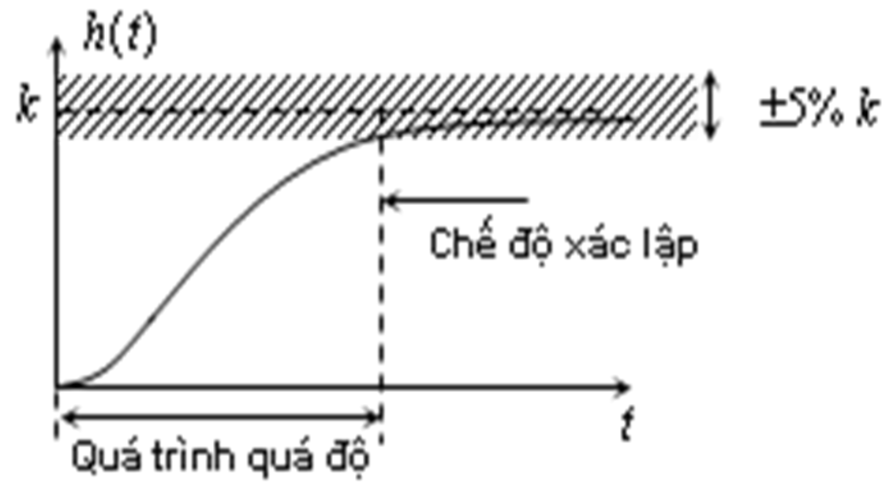
$$1 < -\frac{1}{k} < 4 \Rightarrow -1 < k < -\frac{1}{4}$$

8. Đánh giá chỉ tiêu chất lượng

1. Định nghĩa quá trình quá độ và chế độ xác lập

Khi phân tích hệ thống, người ta thường sử dụng hai khái niệm *quá trình quá độ* và *chế độ xác lập*.

- Quá trình quá độ là giai đoạn hệ thống đang chuyển đổi từ trạng thái cũ sang một trạng thái mong muốn khác.
- Chế độ xác lập là giai đoạn hệ thống đã đạt được đến trạng thái mới mong muốn (hoặc đã gần đến).



Điểm phân chia quá trình quá độ và chế độ xác lập.

8. Đánh giá chỉ tiêu chất lượng

1.1. Chỉ tiêu chất lượng ở chế độ xác lập

Giá trị sai lệch tĩnh của hệ kín:

$$e_\infty = \lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{s\to 0} sE(s) = \lim_{s\to 0} s(R(s)\text{-}Y(s))$$

Hệ được gọi là *có chất lượng tốt* nếu như có $e_\infty = 0$. Việc đánh giá sai lệch tĩnh thường được thực hiện với một dạng cụ thể của tín hiệu vào *r*(*t*).

8. Đánh giá sai lệch tĩnh

- Ví dụ: Cho kích thích $\omega(t)$ = 1(t) ở đầu vào của hệ có cấu trúc phản hồi thực với hàm truyền hệ hở:

  a) $G_h(s) = \dfrac{1}{s(1+0{,}5s)}$ b) $G_h(s) = \dfrac{4}{1+5s}$

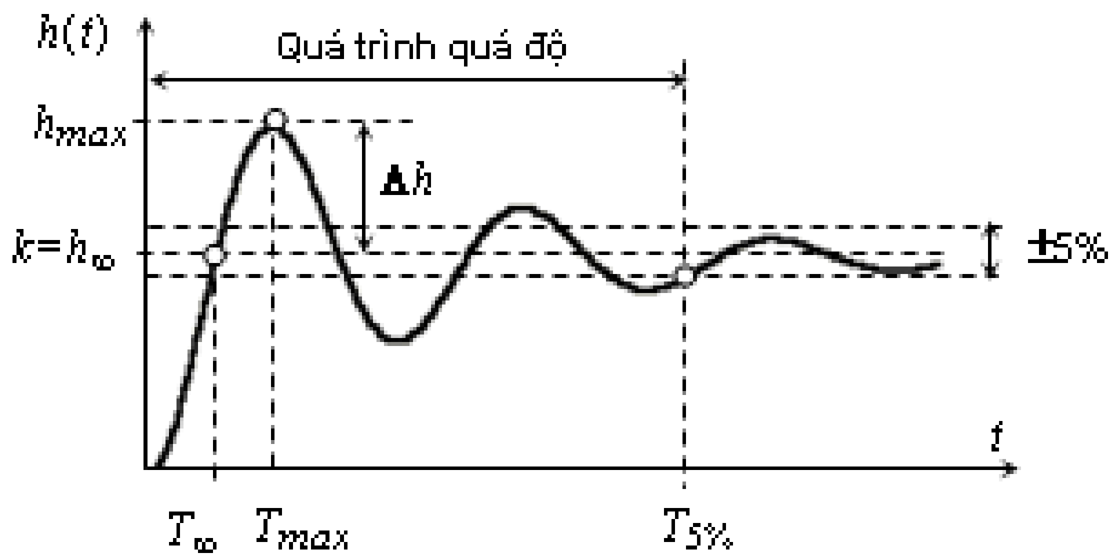
- Ta thấy ở trường hợp a) hệ không có sai lệch tĩnh vì $G_h(s)$ có chứa thành phần tích phân, nhưng với b) thì hệ có sai lệch tĩnh và sai lệch đó bằng 0,2.

9. Độ quá điều chỉnh và thời gian quá độ

Có hai thông số cơ bản đặc trưng cho quá trình quá độ, đó là:

- Thời gian quá độ $T_{5\%}$. Đây là điểm thời gian mà kể từ sau đó $h(t)$ nằm trong khoảng $\pm 5\%$ của giá trị xác lập h_∞ của nó.
- Độ quá điều chỉnh Δh, được định nghĩa là:

$$\Delta h = \max_t h(t) - h_\infty = h_{max} - h_\infty > 0$$



Hàm quá độ của khâu dao động bậc hai.

9. Độ quá điều chỉnh và thời gian quá độ

Ví dụ 1: Cho hệ dao động bậc hai:

$$G(s)=\frac{k}{1+2DTs+(Ts)^2} \quad \text{với} \quad 0<D<1$$

Xác định hai thông số $T_{5\%}$ và Δh.

Từ mục 2.2.8 ta đã được biết là hệ này có hàm quá độ (2.112), độ quá điều chỉnh (2.116) và thời gian T_{max} (2.114) như sau:

$$h(t)=k-ke^{-\frac{D}{T}t}\left[\cos\left(\frac{\sqrt{1-D^2}}{T}t\right)+\frac{D}{\sqrt{1-D^2}}\sin\left(\frac{\sqrt{1-D^2}}{T}t\right)\right],\ t\geq 0$$

$$\Delta h=k\exp\left(\frac{-\pi D}{\sqrt{1-D^2}}\right) \quad \text{và} \quad T_{max}=\frac{\pi T}{\sqrt{1-D^2}}$$

Suy ra

$$k\exp\left(\frac{-DT_{5\%}}{T}\right)\approx 0{,}05k \quad \Leftrightarrow \quad T_{5\%}\approx\frac{T\ln 20}{D}\approx\frac{3T}{D}$$

9. Độ quá điều chỉnh và thời gian quá độ

- **Ví dụ 2:** Xác định thời gian quá độ và độ quá điều chỉnh

  Xét hệ kín cho ở hình 2.79 với hàm truyền của hệ hở

$$G_h(s) = R(s)S(s) = \frac{1}{T_1 s(1+T_2 s)}, \quad T_1,\ T_2 > 0$$

Khi đó, hàm truyền của hệ kín sẽ là

$$G(s) = \frac{Gh(s)}{1+Gh(s)} = \frac{1}{1+T_1 s+T_1 T_2 s^2} = \frac{1}{1+2DTs+(Ts)^2}$$

- trong đó

$T = \sqrt{T_1 T_2}$ và $D = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{T_1}{T_2}}$

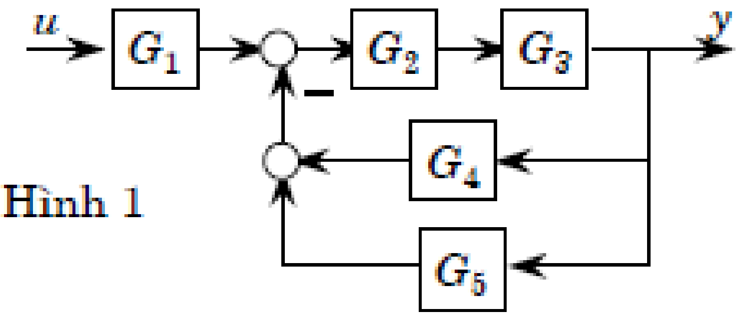
Vậy trong trường hợp $T_1 < 4T_2$ hệ kín với là một khâu dao động bậc hai. Suy ra $\Delta h = \exp\left(-\pi\sqrt{\frac{T_1}{4T_2 - T_1}}\right)$ và

$$T_{5\%} \approx \frac{3T}{D} = 6T_2$$

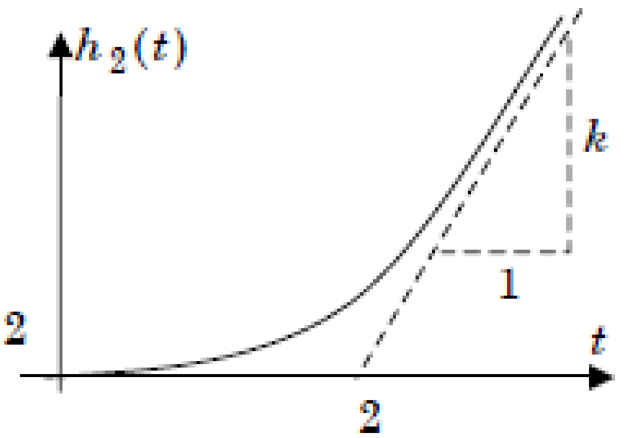
Ví dụ

- **Bài 1:** Cho hệ kín mô tả ở hình 1.
- 1. Hãy xác định hàm truyền đạt tương đương $G(s)$ của hệ.
- 2. Biết rằng $G1$=$G2$=$G3$=$G4$=1 và $G5$= $\frac{1}{s+1}$. Hãy tính hàm trọng lượng $g(t)$ và hàm quá độ $h(t)$ của hệ. Từ đó kiểm tra lại quan hệ $g(t)=\frac{dh(t)}{dt}$
- 3. Biết rằng $G1$=$G3$=$G4$+$G5$=1 và $G2$ là khâu tích phân−quán tính bậc nhất có hàm quá độ $h_2(t)$ cho ở hình 2. Hãy xác định k để hệ kín là một khâu dao động bậc 2 tắt dần. Từ đó tính cụ thể độ quá điều chỉnh Δhmax và thời gian quá độ $T5\%$ ứng với k=2.
- 4. $G1=k$, $G3$=$G4$+$G5$=1 và $G2$= $\frac{1}{T_1 s(T2s+1)}$. Tìm điều kiện cho $T1$, $T2$ để hệ kín có dạng dao động bậc hai. Chứng minh rằng thời gian quá độ $T5\%$ của hệ không phụ thuộc hằng số k.

Ví dụ



Hình 1



Hình 2

Giải:

1. Hàm truyền đạt tương đương:

$$G(s) = G1\,\frac{G2G3}{1+G2G3(G4+G5)}$$

Ví dụ

. Thay các giá trị của đầu bài ta có :

$$G(s) = G1\frac{G2G3}{1+G2G3(G4+G5)} = \frac{1}{1+(1+\frac{1}{s+1})} = \frac{s+1}{2s+3}$$

Tính hàm trọng lượng:

Ta có $g(t) = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{s+1}{2s+3}\right\} = \frac{1}{2}\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{s+1}{s+\frac{3}{2}}\right\} = \frac{1}{2}\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{s+\frac{3}{2}-\frac{1}{2}}{s+\frac{3}{2}}\right\}$

$$= \frac{1}{2}\mathcal{L}^{-1}\left\{1-\frac{\frac{1}{2}}{s+\frac{3}{2}}\right\} = \frac{1}{2}\left(\delta(t)-\frac{1}{2}e^{-\frac{3}{2}t}\right)$$

Ví dụ

Tính hàm quá độ:

Ta có h(t) = $\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{s+1}{s(2s+3)}\right\} = \frac{1}{2}\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{s+1}{s(s+\frac{3}{2})}\right\} = \frac{1}{2}$

$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{a1}{s} + \frac{a2}{s+\frac{3}{2}}\right\} = \frac{1}{2}\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{\frac{2}{3}}{s} + \frac{\frac{1}{3}}{s+\frac{3}{2}}\right\} = \frac{1}{2}\left(\frac{2}{3} + \frac{1}{3}e^{-\frac{3}{2}t}\right)1(t)$

Chứng minh: $\frac{dh(t)}{dt} = -\frac{1}{4}e^{-\frac{3}{2}t}1(t) + \frac{1}{2}\left(\frac{2}{3} + \frac{1}{3}e^{-\frac{3}{2}t}\right)\delta(t) =$

$-\frac{1}{4}e^{-\frac{3}{2}t} + \frac{1}{2}\delta(t) = g(t)$ Vì hàm $\delta(t)$ chỉ có giá trị tại t=0

Ví dụ

- G2 là khâu tích phân quán tính có hàm truyền đạt dưới dạng: G2 = $\frac{k}{s(1+Ts)}$
- Từ đồ thị ta suy ra T = 2 ; k = tan α = k
- Vậy hàm truyền đạt của hệ kín bằng:
- G(s) = $\frac{\frac{k}{s(1+2s)}}{1+\frac{k}{s(1+2s)}} = \frac{k}{k+s+2s^2} = \frac{1}{1+2\sqrt{\frac{1}{8k}}\sqrt{\frac{2}{k}}s+\left(\sqrt{\frac{2}{k}}\right)^2 s^2}$
- Muốn hệ kín là khâu bâc 2 tắt dần thì:

  D = $\sqrt{\frac{1}{8k}}$ <1 vậy k>$\frac{1}{8}$
- Hoặc $\Delta = 1 - 8k < 0\,, suy\ ra\ k > 1/8$

Ví dụ

- Với k = 2 thì G(s) = $\frac{2}{2+s+2s^2}$ = $\frac{1}{1+\frac{1}{2}s+s^2}$
- Vậy tham số của khâu dao động bậc hai là:

  k=1; T=1; D = ¼
- Độ quá điều chỉnh

$$\Delta h = k\exp\left(\frac{-\pi D}{\sqrt{1-D^2}}\right) = \exp\left(\frac{-\frac{\pi}{4}}{\sqrt{\frac{15}{16}}}\right) = \exp\left(-\frac{\pi}{\sqrt{15}}\right) = 0.45$$

- Thời gian quá độ

$$T_{5\%} = \frac{3T}{D} = 12 \text{ s}$$

Ví dụ

- Thay dữ liệu vào hàm truyền đạt ta có:
- G(s) =G1 $\frac{G2G3}{1+G2G3(G4+G5)}$ = $\frac{k\frac{1}{T1s(1+T2s)}}{1+\frac{1}{T1s(1+T2s)}}$ = $\frac{k}{1+T1s+T1T2s^2}$
- Ta có : $\begin{cases} 2DT = T1 \\ T = \sqrt{T1T2} \end{cases}$
- suy ra D = $\frac{T1}{2\sqrt{T1T2}}$ 0<D<1 suy ra T1<4T2 thì hệ kín là khâu dao động
- Thời gian quá độ T5% = $\frac{3T}{D} = \frac{3\sqrt{T1T2}}{\frac{T1}{2\sqrt{T1T2}}} = 6\text{T2}$
- vậy không phụ thuộc vào k

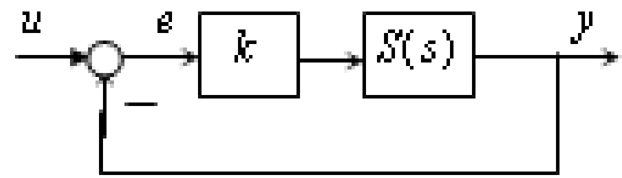
10. Phương pháp quỹ đạo nghiệm số

Đặt vấn đề

- Đối với một hệ thống điều khiển tự động, khi có một thông số biến đổi (như hệ số khuếch đại K, hằng số thời gian T, ...) từ 0 - ∞, ta cần phải xác định phạm vi nào của thông số biến đổi đó thì hệ thống ổn định.
- Trạng thái ổn định của hệ thống có thể biểu diễn bằng vị trí nghiệm số của phương trình đặc tính của hệ kín trên mặt phẳng phức.
- Khi thông số biến đổi thì vị trí nghiệm cũng thay đổi tạo nên một số quỹ đạo nào đó trong mặt phẳng phức gọi là quỹ đạo nghiệm số.

10. Phương pháp quỹ đạo nghiệm số

Xét trường hợp tổng quát cho hệ



$$G_h(s) = kS(s) = k\frac{B(s)}{A(s)} = \frac{b_0 + b_1 s + \cdots + b_m s^m}{a_0 + a_1 s + \cdots + a_n s^n}$$ k

Gọi p_j là các điểm cực và q_k là các điểm không của $S(s)$. Khi đó $G_h(s)$ sẽ viết được thành

$$G_h(s) = k\frac{(s-q_1)(s-q_2)\cdots(s-q_m)}{(s-p_1)(s-p_2)\cdots(s-p_n)}$$

Hệ kín ổn định nếu như các điểm cực của hàm truyền hệ kín, tức là nghiệm của hàm sai lệch phản hồi $F(s) = 1 + G_h(s) = 1 + kS(s)$ nằm bên trái trục ảo

10. Phương pháp quỹ đạo nghiệm số

- Để xây dựng đường quỹ đạo nghiệm số, ta có *sáu quy tắc của Evans* phát biểu như sau:

1) *Quy tắc 1: Quỹ đạo nghiệm số có dạng đối xứng qua trục thực*
2) *Quy tắc 2: Quỹ đạo nghiệm số có n nhánh. Các nhánh này đều bắt đầu khi $k=0$ ở những điểm cực p_j của $S(s)$. Sẽ có m nhánh kết thúc khi $k \to \infty$ tại các điểm không q_k của $S(s)$.*
3) *Quy tắc 3: Quỹ đạo nghiệm số có $n - m$ nhánh kéo ra xa tận vô cùng khi $k \to \infty$.*

10. Phương pháp quỹ đạo nghiệm số

4) Quy tắc 4: n-m nhánh kéo ra xa vô cùng đều có đường tiệm cận. Các đường tiệm cận đó cùng cắt trục thực tại một điểm:

$$r_0 = \frac{1}{n-m}\left(\sum_{j=1}^{n} p_j - \sum_{k=1}^{m} q_k\right)$$

và hợp với trục thực một góc

$$\gamma_l = \frac{2l+1}{n-m}\pi \text{ , } l = 0, 1, \ldots, n\text{-}m\text{-}1$$

10. Phương pháp quỹ đạo nghiệm số

5) Quy tắc 5: *Các nhánh của quỹ đạo nghiệm số cắt nhau tại những điểm thỏa mãn:*

$$\sum_{j=1}^{n} \frac{1}{s-p_j} = \sum_{k=1}^{m} \frac{1}{s-q_k}$$

và nếu tại giao điểm đó có r nhánh thì các nhánh đó hợp với nhau một góc là 2π/r

6) Quy tắc 6: *Giao điểm* $s_c = j\omega_c$ *của quỹ đạo nghiệm số với trục ảo là nghiệm của:*

$A(j\omega_c) + k_c B(j\omega_c) = 0$

$$\begin{cases} Re[A(j\omega_c)] + k_c Re[B(j\omega_c)] = 0 \\ Im[A(j\omega_c)] + k_c Im[B(j\omega_c)] = 0 \end{cases}$$

Ví dụ

Cho hệ kín có cấu trúc sơ đồ khối như trong hình 2.91a) và

$$S(s)=\frac{1}{s(s+2)(s+4)}$$

- $S(s)$ có ba điểm cực là $s_1 = 0$, $s_2 = -2$ và $s_3 = -4$. Ngoài ra $S(s)$ không có điểm không. Do đó quỹ đạo nghiệm số mô tả hệ kín sẽ gồm ba nhánh và cả ba nhánh này đều kéo ra xa vô cùng khi $k \to \infty$. Ba nhánh quỹ đạo nghiệm đều có chứa những đoạn trên trục thực gồm đoạn thẳng giữa các điểm $s_1 = 0$, $s_2 = -2$ và nửa đường thẳng bên trái điểm $s_3 = -4$

Ví dụ

Đường tiệm cận của các nhánh đồng quy tại

$$r_0 = \frac{1}{3}(0-2-4) = -2$$

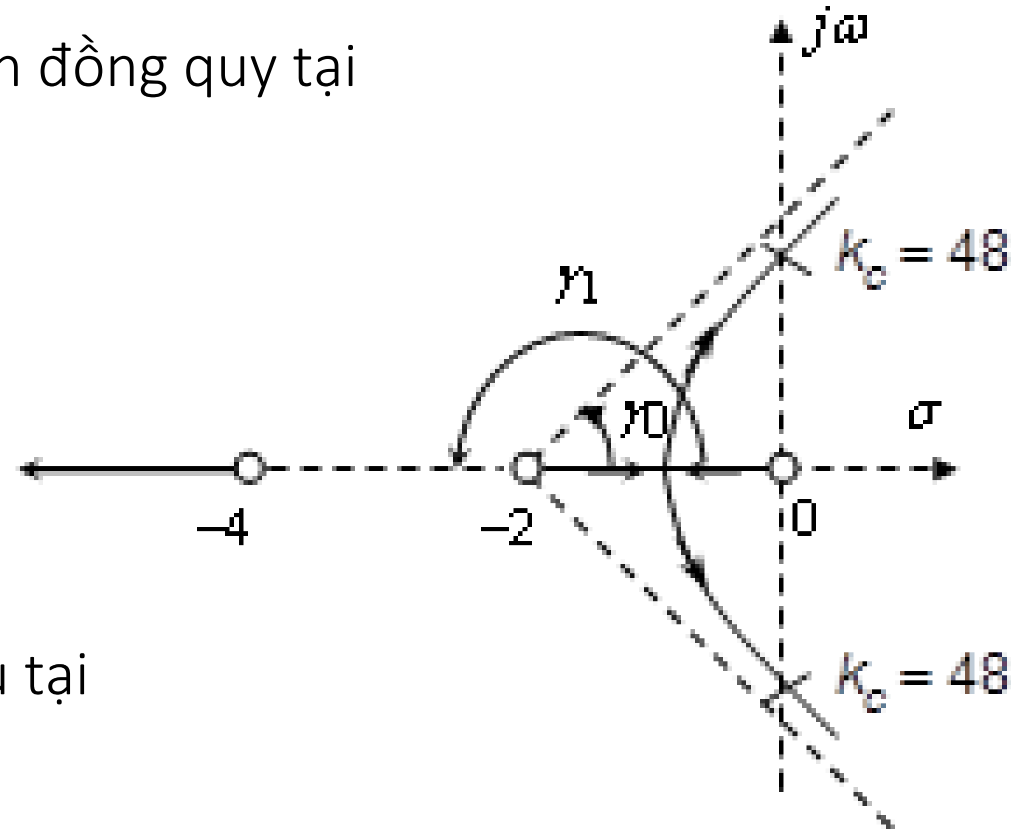
và hợp với trục thực các góc

$$\gamma_0 = \frac{\pi}{3}\ ;\ \gamma_1 = \pi;\ \gamma_0 = \frac{5\pi}{3}$$

Các nhánh có giao điểm với nhau tại

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s+2} + \frac{1}{s+4} = 0$$

$$3s^2 + 12s + 8 = 0$$



Ví dụ

- $s_1 = -2 + \frac{2}{\sqrt{3}}$, $s_2 = -2 - \frac{2}{\sqrt{3}}$
- Trong đó chỉ có s1 là giao điểm, còn s2 không thuộc về quỹ đạo nghiệm số nên bị loại
  - Tại giao điểm s_1 có r = 4 nhánh nên các nhánh đó hợp với nhau một góc bằng $\frac{\pi}{2}$. Cuối cùng, quỹ đạo nghiệm số cắt trục ảo tại
- $j\omega_c(j\omega_c+2)(j\omega_c+4)+k_c = 0 \Rightarrow \omega_c = 2\sqrt{2}$ và kc = 48

Dùng Matlab

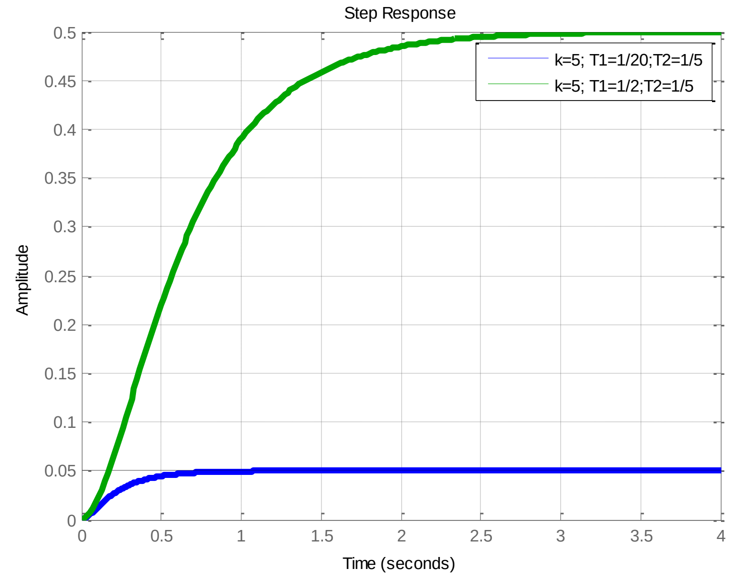
>>S=tf(1,conv([1 0],conv([1 2],[1 4]))) % định nghĩa hàm truyền đạt của S(s)

>> rlocus(S) % vẽ quỹ đạo nghiệm số

>>rlocfind(S) % Tìm giao điểm của quỹ đạo nghiệm số với trục ảo để suy ra k

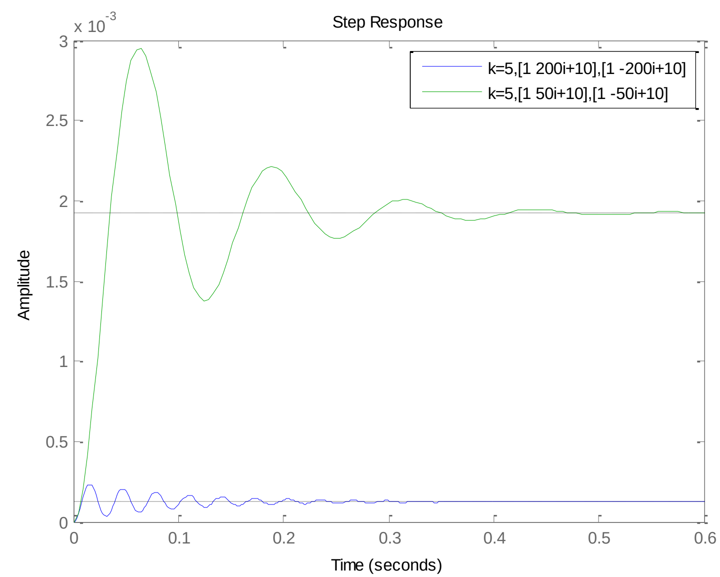
11. Vị trí điểm cực và điểm không

- Nếu tất cả các điểm cực đều nằm bên trái trục ảo thì $G(s)$ là hàm bền.
- Các điểm cực nằm càng xa trục ảo về phía trái, quá trình quá độ của hệ càng ngắn, tức là quán tính của hệ càng nhỏ.



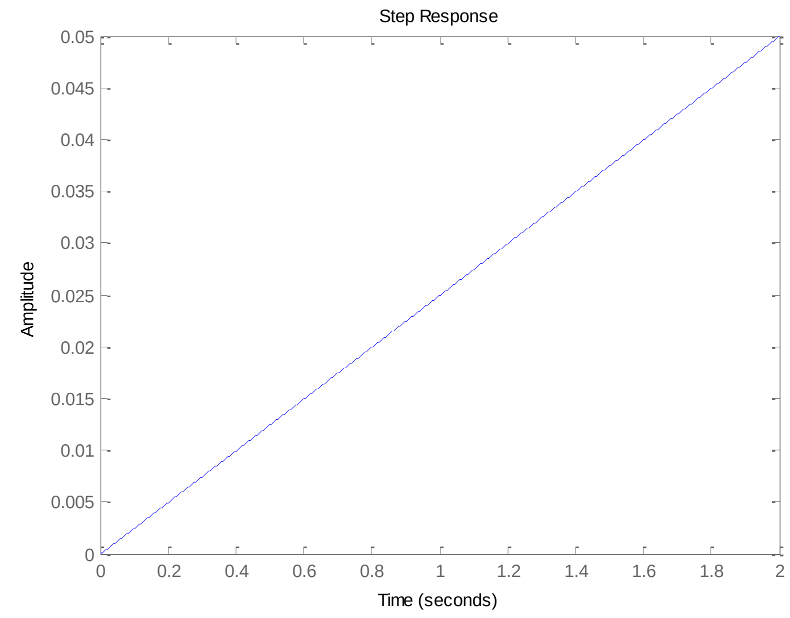
11. Vị trí điểm cực và điểm không

- Nếu $G(s)$ có một điểm cực không nằm trên trục thực (có phần ảo khác 0) thì quá trình quá độ $h(t)$ có dạng dao động với vô số các điểm cực trị. Các điểm cực nằm càng xa trục thực, tần số của dao động càng lớn.



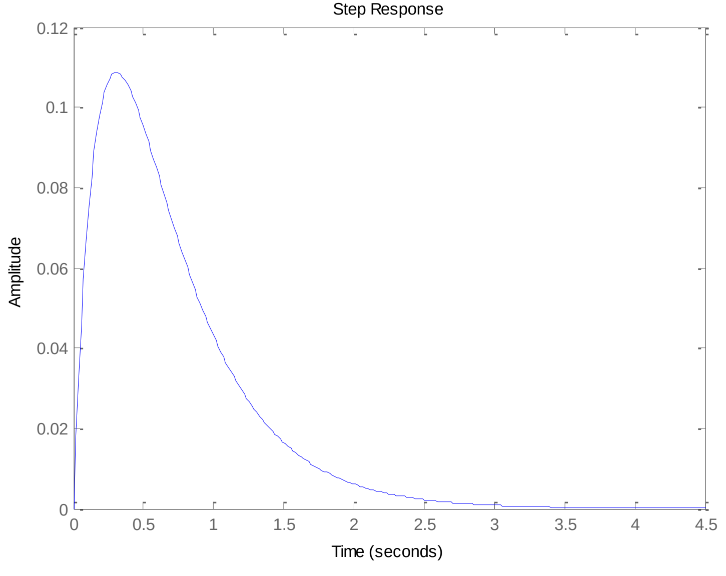
11. Vị trí điểm cực và điểm không

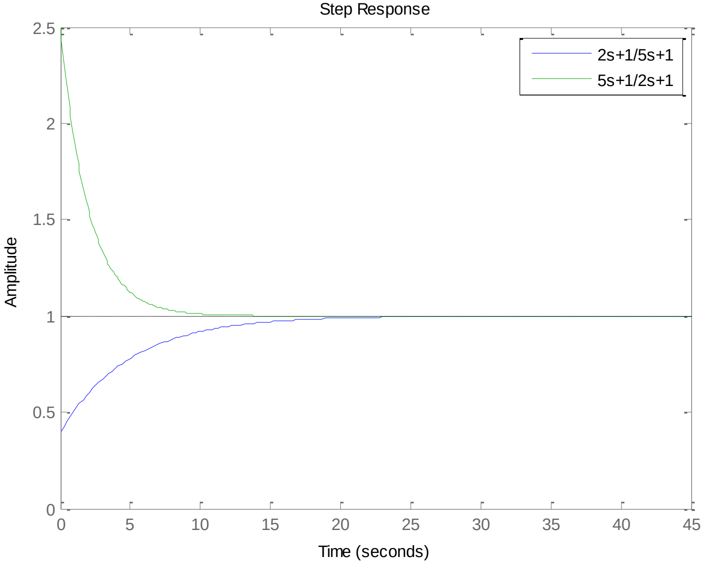
- Nếu $G(s)$ có ít nhất một điểm cực là gốc tọa độ thì hệ sẽ có chứa thành phần tích phân và do đó tín hiệu ra luôn thay đổi khi tín hiệu vào còn khác 0



11. Vị trí điểm cực và điểm không

- Những hệ có điểm không là gốc tọa độ đều mang đặc tính vi phân. Các hệ này sẽ phản ứng rất nhanh với sự thay đổi của tín hiệu đầu vào.
- Nếu $G(s)$ là hàm hợp thức không chặt (m=n) thì hàm quá độ $h(t)$ của hệ thống sẽ không xuất phát từ gốc tọa độ, tức là $h(0)\neq 0$.
- Nếu $G(s)$ là hàm hợp thức chặt (m<n) thì hàm quá độ $h(t)$ của hệ thống sẽ xuất phát từ gốc tọa độ, tức là có $h(0)=0$

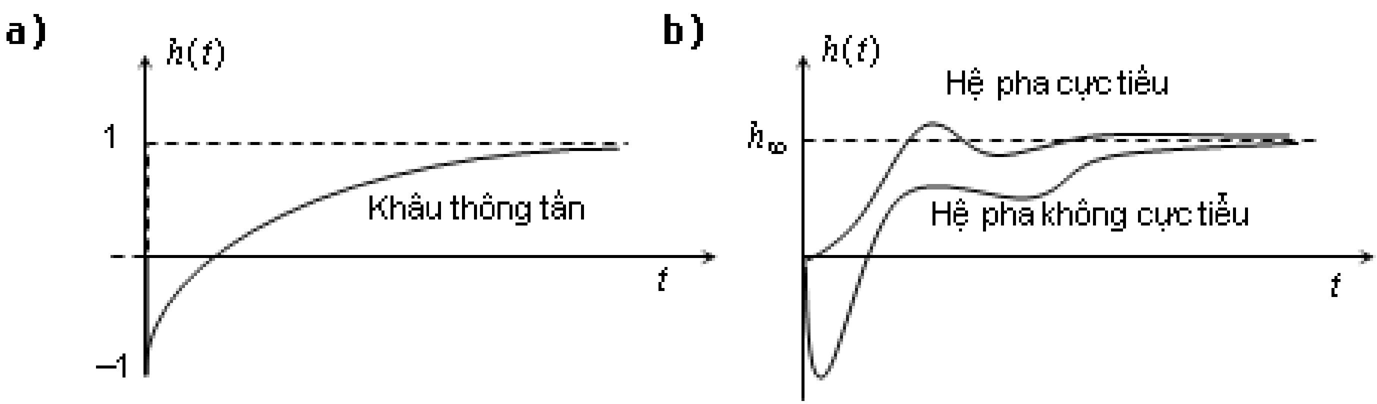




12. Hệ pha cực tiểu

Định nghĩa 2.7: Trong số tất cả các hệ có cùng biên độ $|G(j\omega)|$ của hàm đặc tính tần thì hệ có góc lệch pha $\varphi(\omega)$ nhỏ nhất được gọi là *hệ pha cực tiểu*.

Định lý 2.14: Hệ pha cực tiểu có hàm truyền $G(s)$ thực – hữu tỷ, phải có tất cả các điểm không (hữu hạn) nằm bên trái trục ảo.

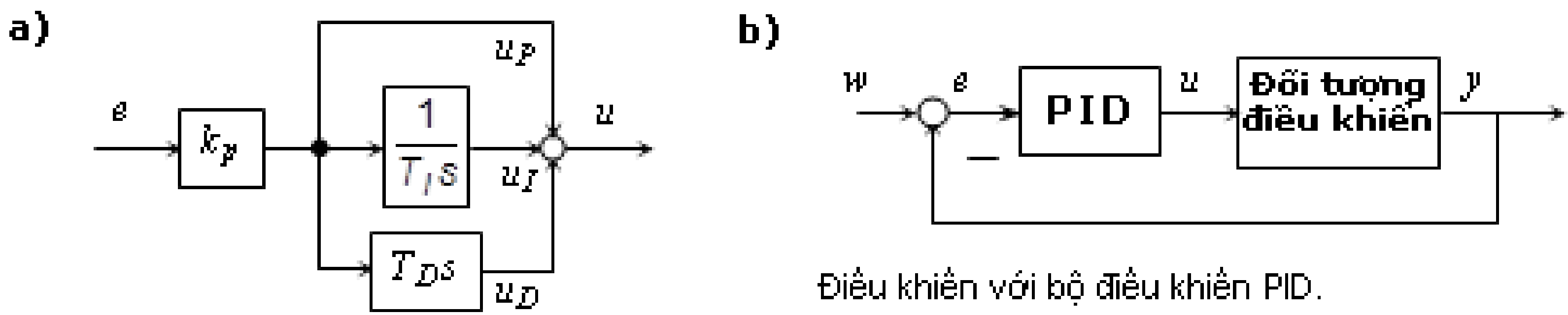


Hàm quá độ của khâu thông tần và của hệ pha không cực tiểu.

2.6. Thiết kế bộ điều khiển

Chọn tham số cho bộ điều khiển PID

- Tên gọi PID là chữ viết tắt của ba thành phần cơ bản có trong bộ điều khiển (hình 2.100a) gồm *khâu khuếch đại* (P), *khâu tích phân* (I) và *khâu vi phân* (D).



Điều khiển với bộ điều khiển PID.

Bộ điều khiển PID

Bộ điều khiển PID được mô tả bằng mô hình vào–ra:

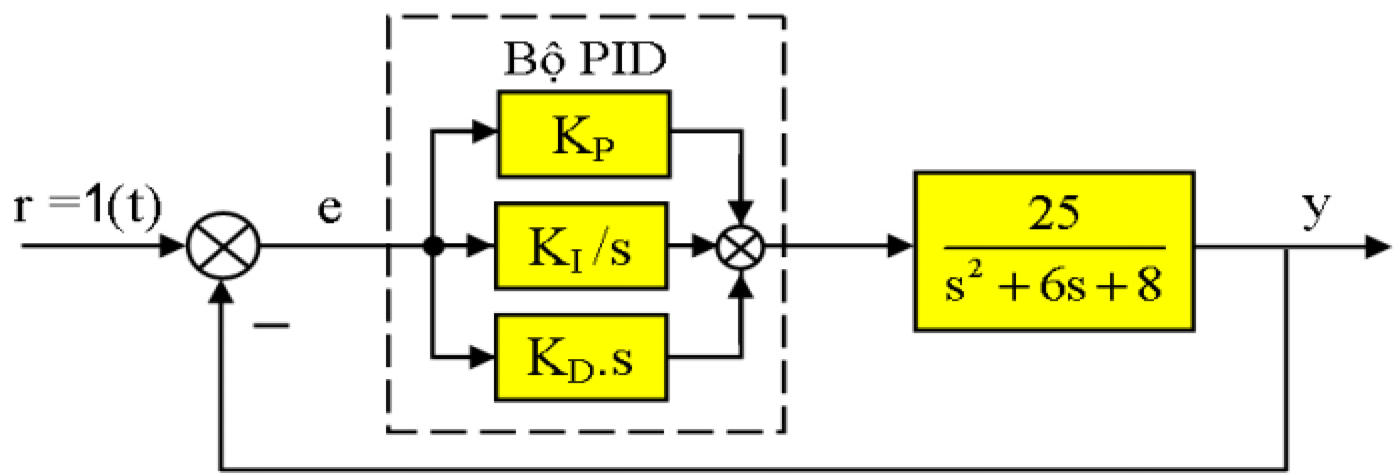
$$u(t) = k_p \left[e(t) + \frac{1}{T_I} \int_0^t e(\tau) d\tau + T_D \frac{de(t)}{dt} \right]$$

trong đó $e(t)$ là tín hiệu đầu vào, $u(t)$ là tín hiệu đầu ra, k_p được gọi là hệ số khuếch đại, T_I là hằng số tích phân và T_D là hằng số vi phân.

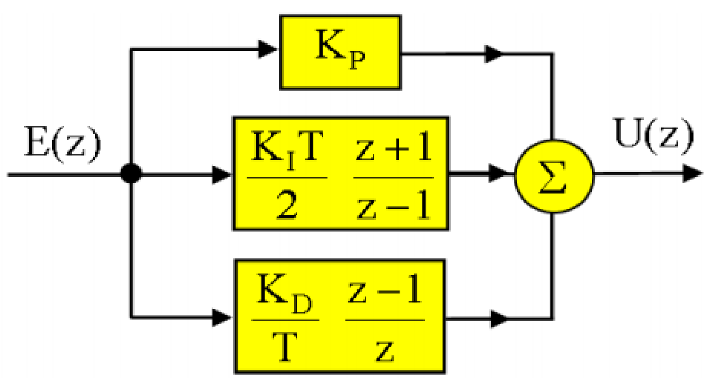
Từ mô hình vào–ra trên ta có được hàm truyền của bộ điều khiển PID:

$$R(s) = k_p \left(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right)$$

Bộ điều khiển PID liên tục :



Bộ điều khiển PID số (rời rạc) :



Ý nghĩa của các tham số

- Kp càng lớn thì tốc độ đáp ứng càng nhanh.
- Kp càng lớn thì sai số xác lập càng nhỏ (nhưng không thể triệt tiêu).
- Kp càng lớn thì các cực của hệ thống có xu hướng di chuyển ra xa trục thực => Hệ thống càng dao động và độ quá điều chỉnh càng cao.
- Nếu Kp tăng quá giá trị giới hạn thì hệ thống sẽ dao động không tắt dần => mất ổn định

Ý nghĩa của các tham số

- Tín hiệu ngõ ra được xác định bởi sai số.
- K_I càng lớn thì đáp ứng quá độ càng chậm.
- K_I càng lớn thì sai số xác lập càng nhỏ. đặc biệt hệ số khuếch đại của khâu tích phân bằng vô cùng khi tần số bằng 0 => triệt tiêu sai số xác lập với hàm nấc.
- K_I càng lớn thì độ quá điều chỉnh càng cao
- K_D càng lớn thì đáp ứng quá độ càng nhanh.
- K_D càng lớn thì độ quá điều chỉnh càng nhỏ.
- Hệ số khuếch đại tại tần số cao là vô cùng lớn nên khâu hiệu chỉnh D rất nhạy với nhiễu tần số cao.
- Khâu vi phân không thể sử dụng một mình mà phải dùng kết hợp với các khâu P hoặc I

Chọn tham số cho bộ điều khiển PID

- Hiện có khá nhiều các phương pháp xác định các tham số k_p, T_I , T_D cho bộ điều khiển PID, song tiện ích hơn cả trong ứng dụng vẫn là:

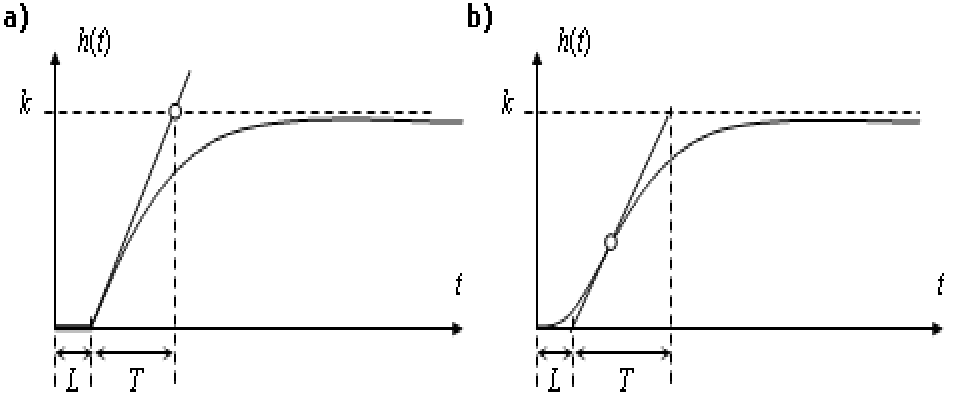
- Phương pháp Ziegler–Nichols
- Phương pháp phản hồi rơ le
- Phương pháp tối ưu độ lớn và phương pháp tối ưu đối xứng
- Phương pháp gán thời gian xác lập

Phương pháp Ziegler–Nichols 1

Áp dụng cho đối tượng là khâu quán tính bậc nhất có trễ hoặc xấp xỉ về khâu quán tính bậc nhất có trễ:

G(s) = $\frac{k}{1+Ts}e^{-Ls}$

	k_P	T_I	T_D
P	$\frac{T}{kL}$		
PI	$\frac{0.9T}{kL}$	$\frac{10}{3}L$	
PID	$\frac{1.2T}{kL}$	2L	0.5L

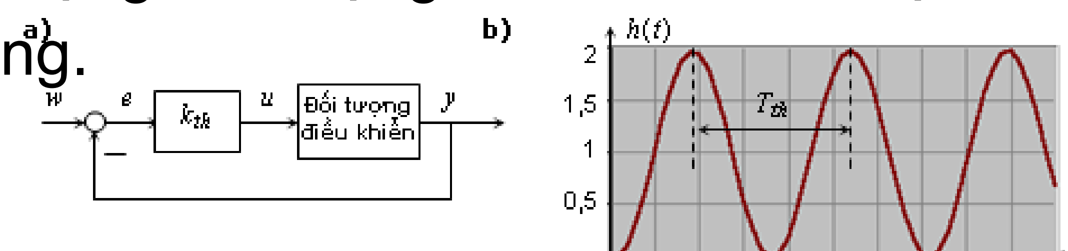


Hình 2.102: Xác định tham số cho mô hình xấp xỉ Error! Reference source not found. của đối tượng

Phương pháp Ziegler–Nichols thứ hai

- Phương pháp thực nghiệm thứ hai này có đặc điểm là không sử dụng mô hình toán học của đối tượng, ngay cả mô hình xấp xỉ gần đúng. Nội dung của phương pháp thứ hai như sau:

 Thay bộ điều khiển PID trong hệ kín a) bằng khâu khuếch đại. Sau đó tăng hệ số khuếch đại tới giá trị tới hạn k_{th} để hệ kín ở chế độ biên giới ổn định b), tức là $h(t)$ có dạng dao động điều hòa. Xác định chu kỳ T_{th} của dao động.

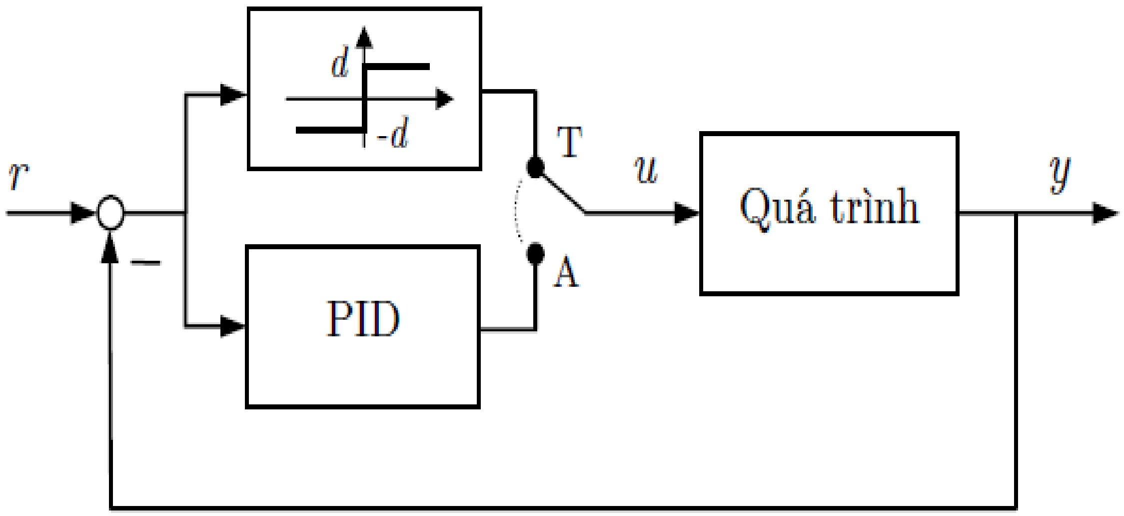


Xác định hằng số khuếch đại tới hạn.

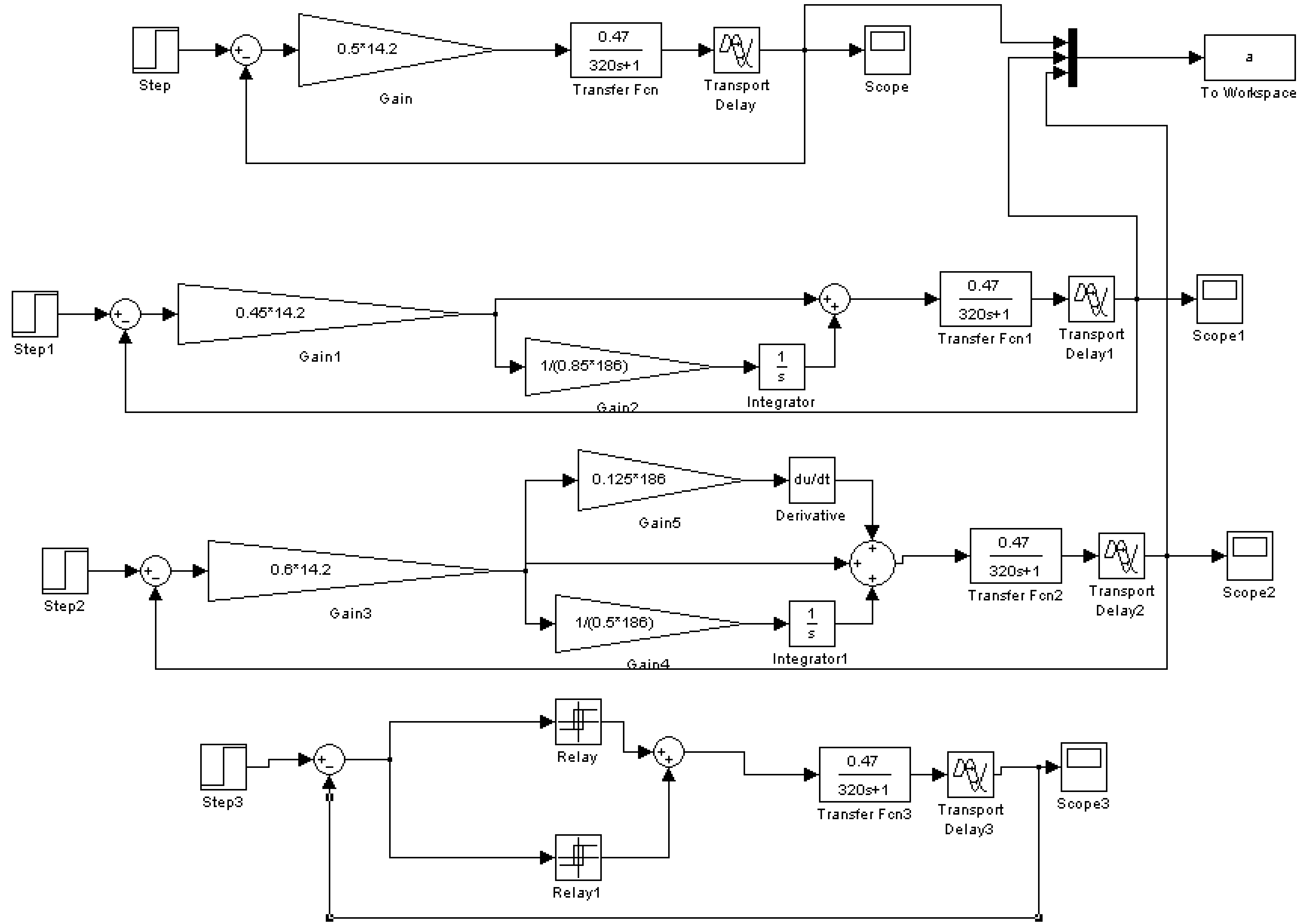
Phương pháp Ziegler–Nichols thứ hai

	k_P	T_I	T_D
P	$0.5\ k_{th}$		
PI	$0.45k_{th}$	$0.85T_{th}$	
PID	$0.6k_{th}$	$0.5T_{th}$	$0.125T_{th}$

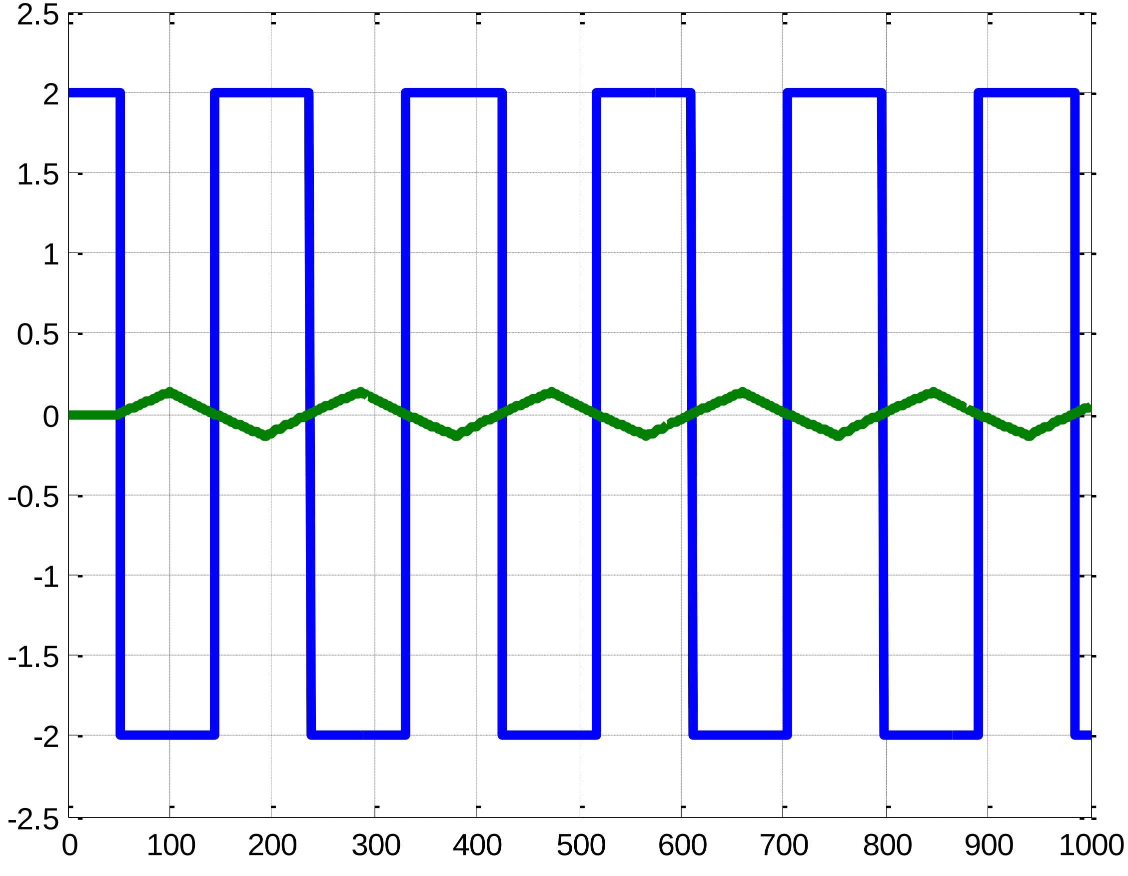
Åström-Hägglund (phản hồi rơ-le)



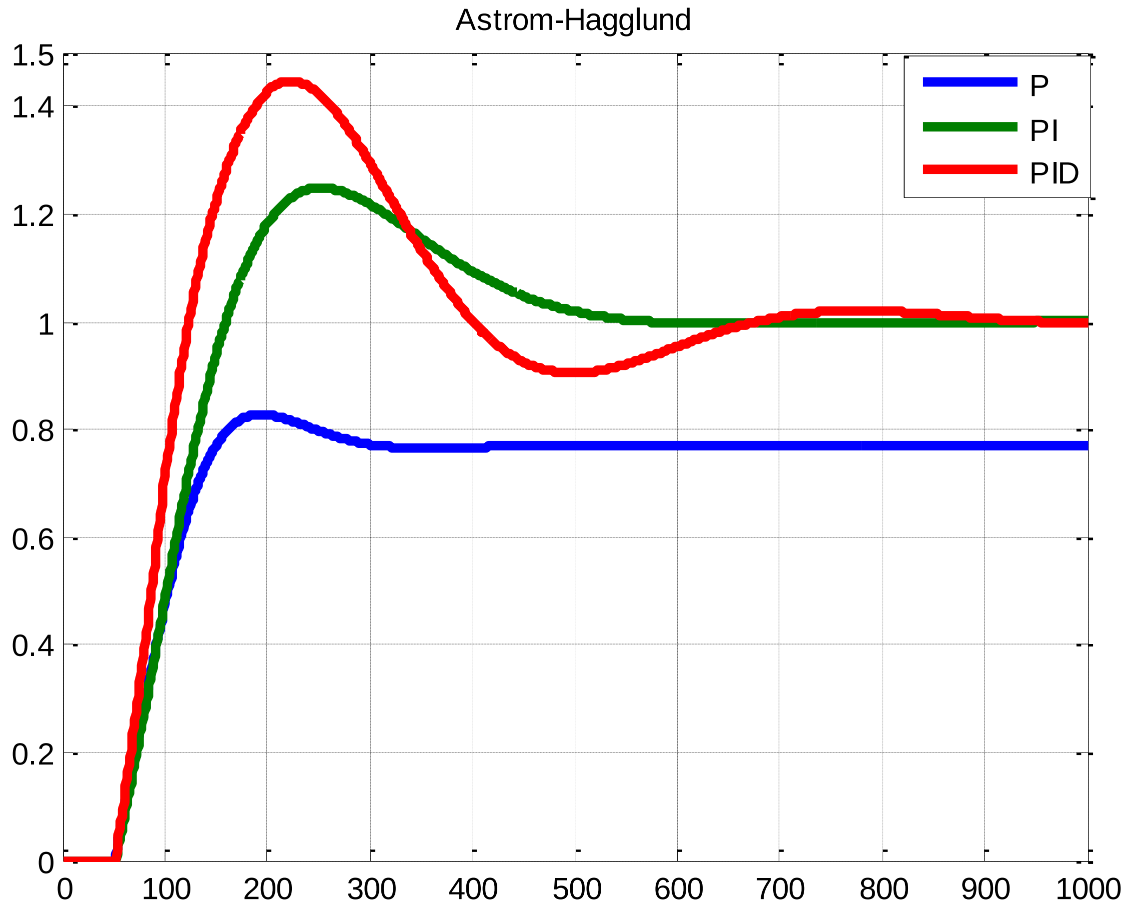
$$k_u = 4d / a\pi$$



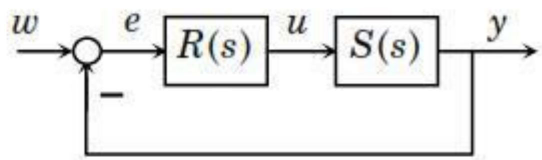
Step
0.5*14.2
Gain
0.47
320s+1
Transfer Fcn
Transport Delay
Scope
a
To Workspace
Step1
0.45*14.2
Gain1
1/(0.85*186)
Gain2
1
s
Integrator
0.47
320s+1
Transfer Fcn1
Transport Delay1
Scope1
0.125*186
Gain5
du/dt
Derivative
Step2
0.6*14.2
Gain3
1/(0.5*186)
Gain4
1
s
Integrator1
0.47
320s+1
Transfer Fcn2
Transport Delay2
Scope2
Relay
Step3
Relay1
0.47
320s+1
Transfer Fcn3
Transport Delay3
Scope3


2.5
2
1.5
1
0.5
0
-0.5
-1
-1.5
-2
-2.5
0
100
200
300
400
500
600
700
800
900
1000

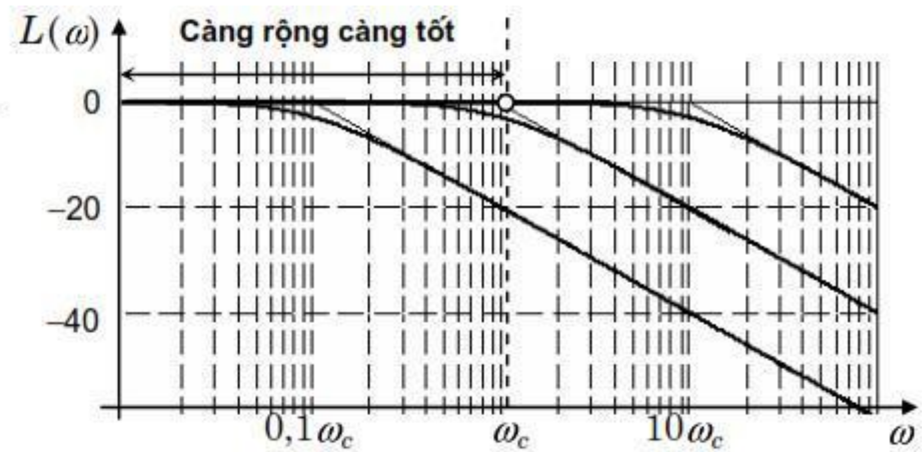
Đáp ứng theo Astrom Hagglung



Phương pháp tối ưu độ lớn



$$G(s) = \frac{R(s)S(s)}{1 + R(s)S(s)}$$



Mục đích : Thiết kế bộ điều khiển $R(s)$ thỏa mãn: $|G(j\omega)| \approx 1$ trong dải tần số thấp có độ rộng lớn được gọi là *bộ điều khiển tối ưu độ lớn*.

- Phương pháp tối ưu độ lớn được áp dụng cho các đối tượng $S(s)$ có hàm truyền dạng
  - Quán tính bậc nhất
  - Quán tính bậc hai
  - Quán tính bậc ba

Phương pháp tối ưu độ lớn

1. Điều khiển đối tượng quán tính bậc nhất

- Xét hệ kín có sơ đồ khối cho trên hình vẽ trong đó:
- Đối tượng là khâu quán tính bậc nhất: $S(s) = \frac{k}{1+Ts}$
- Bộ điều khiển là khâu tích phân: $R(s) = \frac{K_p}{T_I s}$
- Hàm truyền hệ hở:

$$G_h(s) = R(s)S(s) = \frac{kK_p}{T_I s(1+Ts)} = \frac{k}{T_R s(1+Ts)}$$

- Hàm truyền hệ kín: $G(s) = \frac{k}{T_R s(1+Ts)+k}$ với $T_R = \frac{T_I}{K_p}$

Định lý 2.16: Nếu đối tượng điều khiển là khâu quán tính bậc nhất , thì bộ điều khiển tích phân với tham số $\frac{T_I}{K_p} = 2kT$ sẽ là bộ điều khiển tối ưu độ lớn.

1. Điều khiển đối tượng quán tính bậc nhất

- Tiếp theo ta bàn về trường hợp đối tượng $S(s)$ có dạng:

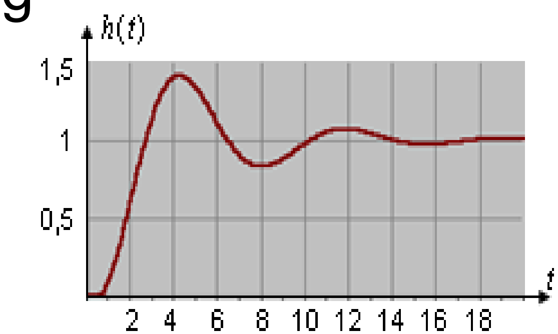
$$S(s) = \frac{k}{(1+T_1 s)(1+T_2 s)\ \cdots\ (1+T_n s)}$$ với các hằng số thời gian Ti nhỏ

- Khi đó ta xấp xỉ về khâu quán tính bậc nhất có

  T = $\sum_{i=1}^{n} T_i$

- **Ví dụ :** Giả sử đối tượng điều khiển có dạng

$$S(s) = \frac{2}{(1+0,1s)^6}$$



- Vậy thì k = 2 và T = 0,6.
- Do đó bộ điều khiển *I* được sử dụng sẽ có:

$$T_I = 2,4 \quad \Rightarrow \mathrm{R}\,(s) = \frac{1}{2,4s}$$

2)Điều khiển đối tượng quán tính bậc hai

- Xét hệ kín có sơ đồ khối cho trên hình vẽ trong đó:
- Bộ điều khiển là khâu tỉ lệ tích phân:

$$R(s) = k_p(1+\frac{1}{T_I s}) = \frac{k_p(1+T_I s)}{T_I s} = \frac{(1+T_I s)}{T_R s}, \qquad T_R = \frac{T_I}{k_p}$$

- Đối tượng là khâu quán tính bậc hai: $S(s) = \dfrac{k}{(1+T_1 s)(1+T_2 s)}$
- Hàm truyền hệ hở: $G_h(s) = \dfrac{k(1+T_I s)}{T_R s(1+T_1 s)(1+T_2 s)}$

- **Định lý 2.17:** Nếu đối tượng điều khiển là khâu quán tính bậc hai , thì bộ điều khiển tỉ lệ tích phân với tham số: $T_I = T_1;\ k_p = \frac{T_1}{2kT_2}$ sẽ là bộ điều khiển tối ưu độ lớn.

❑ Nếu đối tượng có dạng: $S(s) = \dfrac{k}{(1+T_1 s)(1+T_2 s)\dots(1+T_n s)}$

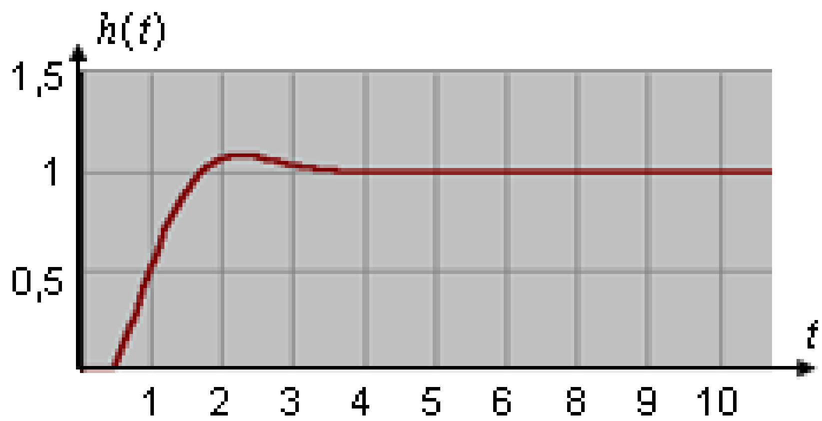
với T_2,T_3 , Tn là rất nhỏ so với T1 thì ta xấp xỉ về khâu bậc 2 với

$$T = \sum_{j=2}^{n} T_j$$

2)Điều khiển đối tượng quán tính bậc hai

- Ví dụ: Giả sử đối tượng điều khiển có dạng

$$S(s) = \frac{3}{(1+2s)(1+0,1s)^5}$$



- Có k=3, T_1= 2 và T = 0,5
- Chọn tham số cho PI

$$R(s) = 0{,}67\left(1+\frac{1}{2s}\right)$$

- Là T_I = 2 và k_p = 0,67
- Ta sẽ được chất lượng hệ kín hư hình vẽ

2)Điều khiển đối tượng quán tính bậc ba

- Xét hệ kín có sơ đồ khối cho trên hình vẽ trong đó:
- Đối tượng là khâu quán tính bậc ba: $S(s) = \dfrac{k}{(1+T_1 s)(1+T_2 s)(1+T_3 s)}$
- Bộ điều khiển là tỷ lệ vi tích phân:
- R(s) = $k_p(1+\frac{1}{T_I s} + T_D s) = \frac{(1+TAs)(1+TBs)}{T_R s}$ $\quad T_R = \frac{T_I}{k_P}$
- , Với $T_A + T_B = T_I$ và $T_A T_B = T_I T_D$

- **Định lý 2.18:** Nếu đối tượng điều khiển là khâu quán tính bậc ba , thì bộ điều khiển tỉ lệ vi tích phân với tham số:

$$T_I = T_1 + T_2,\ T_D = \frac{T_1 T_2}{T_1 + T_2},\ k_p = \frac{T_1 + T_2}{2kT_3}$$

sẽ là bộ điều khiển tối ưu độ lớn.

3)Điều khiển đối tượng quán tính bậc ba

Ví dụ : Giả sử đối tượng điều khiển có dạng:

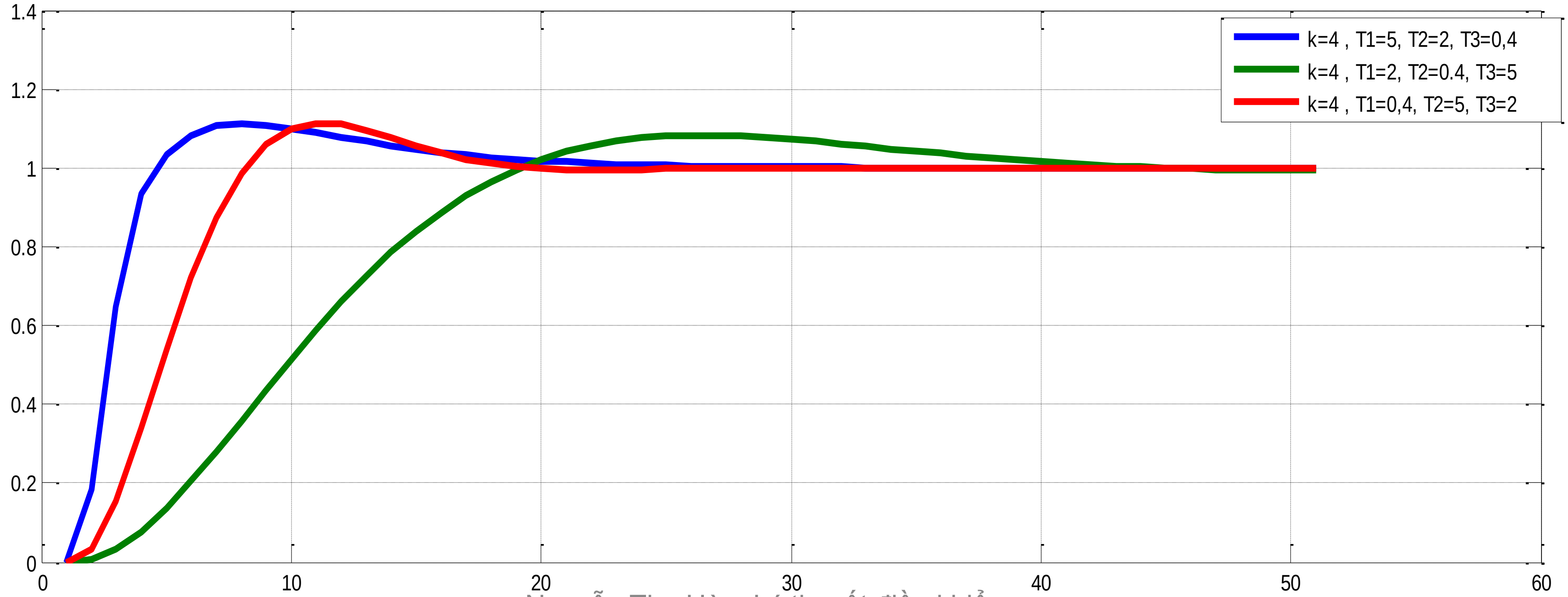
$$S(s) = \frac{4}{(1+5s)(1+2s)(1+0,1s)^4}$$

Xấp xỉ về khâu quán tính bậc ba T = 0,1x4 = 0,4

+ Xét k=4 , T1=5, T2=2, T3=0,4 khi đó PID: T_I = 7, T_D=1,43 và k_p=2,2

+ Xét k=4 , T1=2, T2=0.4, T3=5 khi đó PID: T_I = 2,4, T_D=0,33 và k_p=0,06

+ Xét k=4 , T1=0,4, T2=5, T3=2 khi đó PID:T_I = 5,4, T_D=0,37 và k_p=0,3375



Ví dụ

- Cho hàm truyền đạt của hệ thông

$$G(s) = \frac{5}{(1+10s)(1+5s)(1+0{,}1s)(1+0{,}2s)^2(1+0{,}5s)}$$

a) Hãy tính toán bộ diều khiển PID theo phương pháp tối ưu độ lớn

b)Thay bộ điều khiển PID bằng bộ điều khiển tỷ lệ, tìm điều kiện để hệ ổn định

- Ta có T_1= 10 ; T_2 = 5 lớn hơn rất nhiều so với T_3=0,1; T_4 = 0,2 và T_5= 0,5 vì vậy chúng ta xấp xỉ về khâu quán tính bậc ba với hằng số thời gian:

$$T = T_3+2T_4+T_5 = 1$$

Ví dụ

- Vậy đối tượng xấp xỉ về khâu quán tính bậc 3

$$G(s) = \frac{5}{(1+10s)(1+5s)(1+s)}$$

- Theo công thức tính toán PID tối ưu độ lớn ta có:

$$T_I = T_1 + T_2 = 10+5 = 15$$

$$T_D = \frac{T_1 T_2}{T_1 + T_2} = \frac{50}{15} = 3,33$$

$$k_p = \frac{T_1 + T_2}{2kT} = \frac{15}{2.5.1} = 1,5$$

Ví dụ

b) thay bộ điều khiển PID bằng bộ điều khiển tỷ lệ

- Bước 1:Ta có hàm truyền đạt của hệ kín:

$$G(s) = \frac{\frac{5k}{(1+10s)(1+5s)(1+s)}}{1+\frac{5k}{(1+10s)(1+5s)(1+s)}} = \frac{5k}{(1+10s)(1+5s)(1+s)+5k}$$

- Bước 2: Phương trình đặc tính:

  $(1+10s)(1+5s)(1+s)+5k = 0$

  $50s^3 + 65s^2 + 16s + 1 + 5k = 0$

- Bước 3: Điều kiện cần 1+5k >0 => k>-1/5

Ví dụ

Bước 4: Bảng Routh

50	16
65	5k+1
$\frac{990-250k}{65}$	
5k+1	

Điều kiển đủ $\begin{cases} \frac{990-250k}{65} > 0 \\ 5k+1>0 \end{cases}$ $\begin{cases} k < 3,96 \\ k > -0,2 \end{cases}$

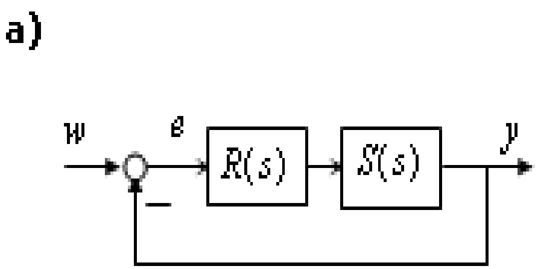
Bước 5: Vậy điều kiện cần và đủ cho hệ thống ổn định là -0,2<k<3,96 ; (Nếu đề bài cho k>0 thì ta phải kết hợp điều kiện đầu bài 0<k<3,96)

Phương pháp tối ưu đối xứng

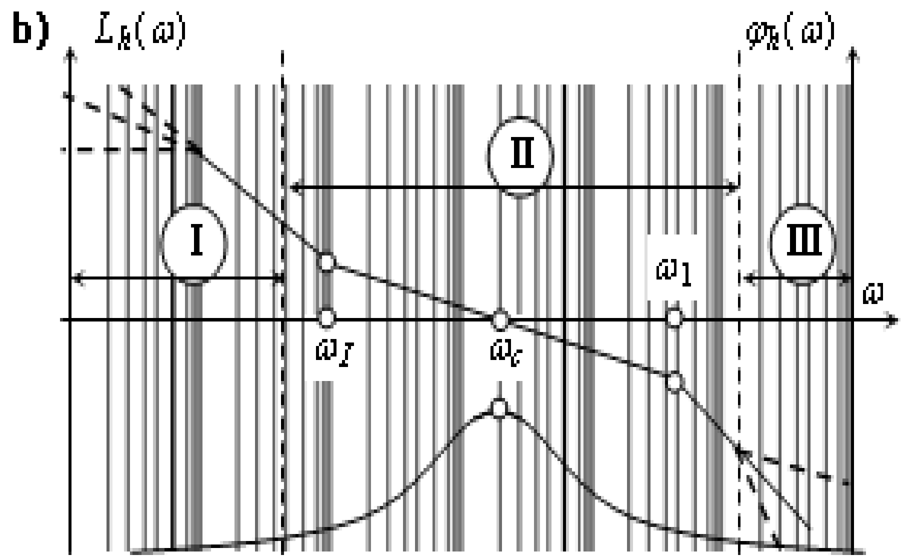
- Gọi $G_h(s)$ là hàm truyền của hệ hở. Khi đó hệ kín có hàm truyền

$$G(s) = \frac{G_h(s)}{1+G_h(s)} \quad \Leftrightarrow \quad G_h(s) = \frac{G(s)}{1-G(s)}$$

giống như ở phương pháp tối ưu độ lớn, để có $|G(j\omega)| \approx 1$ trong trong dải tần số thấp thì phải có $|G_h(j\omega)| >> 1$ trong dải tần ω nhỏ



Minh họa tư tưởng thiết kế bộ điều khiển PID tối ưu đối xứng



Phương pháp tối ưu đối xứng

- *Vùng* I *là vùng tần số thấp*. Điều kiện được thể hiện rõ nét ở vùng I là hàm đặc tính tần hệ hở $G_h(j\omega)$ phải có biên độ rất lớn, hay $L_h(\omega) >> 0$. Vùng này đại diện cho chất lượng hệ thống ở chế độ xác lập hoặc tĩnh (tần số nhỏ).
- *Vùng* II *là vùng tần số trung bình và cao*. Vùng này mang thông tin đặc trưng của tính động học hệ kín.Vùng II được đặc trưng bởi điểm tần số cắt $L_h(\omega) = 0$ hay $G_h(j\omega_c) = 1$. Mong muốn rằng hệ kín không có cấu trúc phức tạp nên hàm $G_h(j\omega)$ cũng được giả thiết chỉ có một tần số cắt ω_c.
- *Vùng* III *là vùng tần số rất cao.* Để hệ không bị ảnh hưởng bởi nhiễu tần số rất cao, tức là khi ở tần số rất cao $G(s)$ cần có biên độ rất nhỏ, thì trong vùng này hàm $G_h(j\omega)$ nên có giá trị tiến đến 0.

Phương pháp tối ưu đối xứng

- Có thể thấy ngay được rằng, nếu ký hiệu:

$$T_I = \omega_I^{-1}; T_c = \omega_c^{-1}; \; T_1 = \omega_1^{-1};$$

thì hệ hở $G_h(s)$ mong muốn với biểu đồ Bode cho trong hình b) phải là:

$$G_h(s) = R(s)S(s) = \frac{k_h(1+T_I s)}{s^2(1+T_1 s)}$$

Phương pháp tối ưu đối xứng

$1)\ \underline{Điều\ khiển\ đối\ tượng\ tích\ phân - quán\ tính\ bậc\ nhất}$

- Nếu đối tượng là khâu tích phân – quán tính bậc nhất thì *bộ điều khiển tối ưu đối xứng* sẽ là bộ điều khiển PI với các tham số xác định như sau:

- Xác định *a* từ độ quá điều chỉnh Δh cần có của hệ kín theo $\Delta h = \exp\left(-\frac{\pi D}{\sqrt{1-D^2}}\right) = \exp\left(-\pi\sqrt{\frac{\sqrt{a}}{4-\sqrt{a}}}\right)$ hoặc tự chọn a>1 từ yêu cầu chất lượng đề ra. Giá trị *a* được chọn càng lớn, độ quá điều chỉnh càng nhỏ. Nếu a≤1, hệ kín sẽ không ổn định.
- Tính T_I theo công thức $T_I = aT_1$
- Tính k_p theo công thức $k_p = \frac{1}{kT_1\sqrt{a}}$

Ví dụ

- Xác định tham số tối ưu đối xứng cho bộ điều khiển PI. Xét đối tượng tích phân–quán tính bậc nhất mô tả bởi:

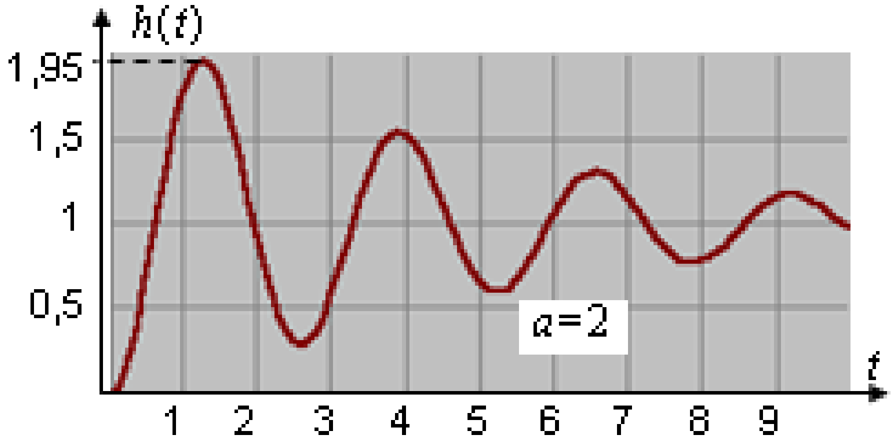
$$S(s) = \frac{2}{s(1+0,3s)} \qquad k = 2; T_1 = 0,3$$

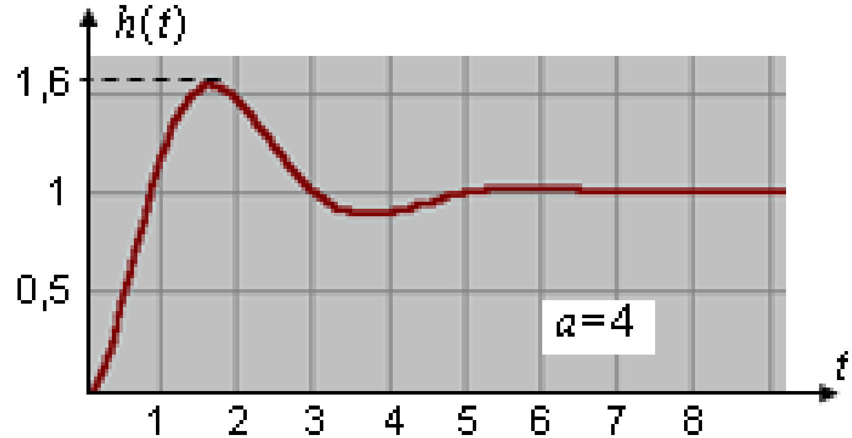
- Chọn bộ điều khiển PI để điều khiển theo nguyên tắc tối ưu đối xứng: $$R(s) = k_p\left(1+\frac{1}{T_I s}\right) = \frac{k_p(1+T_I s)}{T_I s}$$

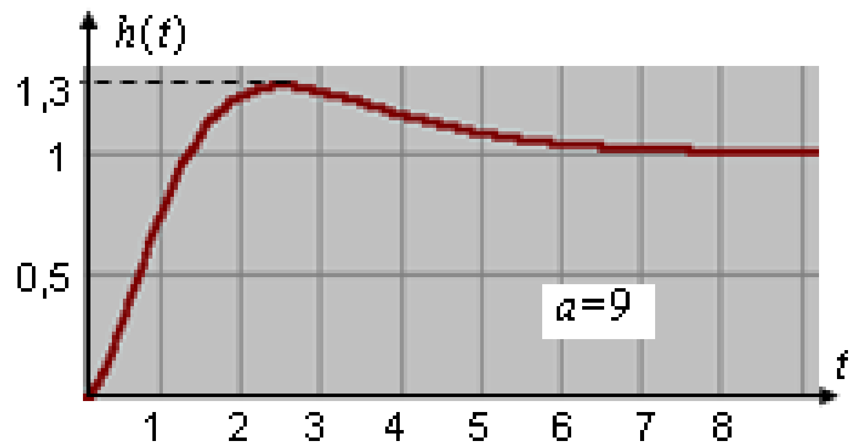
ta sẽ có các tham số sau được chọn theo công thức trên:

- Khi a = 2 ; k_p = 1,18 ; T_I =0,6
- Khi a = 4; k_p =0,83 ;T_I = 1,2
- Khi a = 9; k_p =0,56 ;T_I = 2,7

Ví dụ







Hàm quá độ hệ kín với bộ điều khiển PI có các tham số được chọn theo nguyên tắc điều khiển tối ưu đối xứng.

Phương pháp tối ưu đối xứng

2) Điều khiển đối tượng tích phân – quán tính bậc hai

- Nếu đối tượng là khâu tích phân – quán tính bậc hai thì *bộ điều khiển tối ưu đối xứng* sẽ là bộ điều khiển PID

$$R(s) = k_p\left(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s\right) = \frac{k_p(1+T_A s)(1+T_B s)}{T_I s}$$

với các tham số xác định như sau:

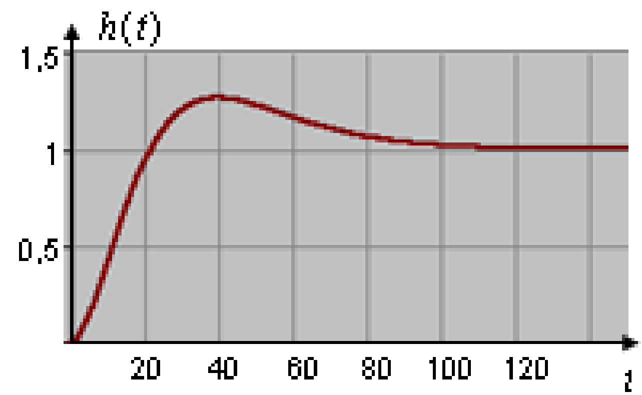
- Chọn $T_A = T_1$
- Xác định 16>a>1 từ độ quá điều chỉnh Δh cần có của hệ kín, hoặc chọn a>1 từ yêu cầu chất lượng đề ra. Hệ kín không có dao động khi a ≥ 16. Hệ kín sẽ không ổn định với a ≤ 1.
- Tính $T_B = aT_2$ Từ đó suy ra $T_I = T_A + T_B$ và $T_D = \frac{T_A T_B}{T_I}$.
- Tính $\hat{k}p = \frac{1}{kT_2\sqrt{a}}$ rồi suy ra $kp = \frac{\hat{k}_p TI}{T_B}$.

Ví dụ

:

- Thiết kế bộ điều khiển PID tối ưu đối xứng
- Xét đối tượng tích phân – quán tính bậc hai:

$$S(s) = \frac{2}{s(1+3s)(1+5s)}$$



Từ : k = 2; T_1 = 3; T_2 = 5

ta có với a = 8:

$T_A = T_1 = 3$

$T_B = aT_2 = 8*5 = 40$

$TI = T_A + T_B = 43$

$TD = \frac{T_A T_B}{T_I} = \frac{T_A T_B}{T_I} = \frac{3*40}{43} = 2,8$

$\hat{k}p = \frac{1}{kT_2\sqrt{a}} = \frac{1}{2*5*\sqrt{8}} = 0,035$ rồi suy ra kp = $\frac{\hat{k}_p TI}{T_B} = \frac{0,035*43}{40} = 0,04$

Vậy : $k_p = 0,04$; $T_I = 43$; $T_D = 2,8$ cho bộ điều khiển PID.

Phương pháp tối ưu đối xứng

- Giảm độ quá điều chỉnh bằng bộ tiền xử lý

+ Nếu đối tượng là khâu tích phân - quán tính bậc nhất thì:

a) Chọn bộ điều khiển PI với

$$k_p = \frac{1}{2kT_1}\ ;\ T_I = 4T_1$$

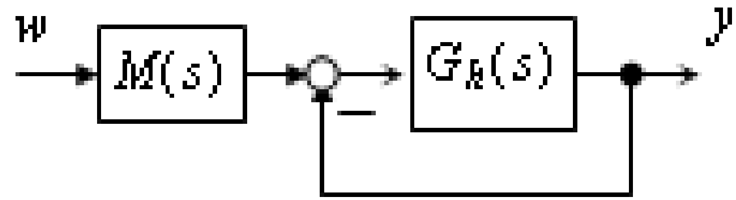
b) Chọn bộ tiền xử lý M(s) = $\frac{1}{1+4T_1 s}$

+ Nếu đối tượng là khâu tích phân - quán tính bậc hai thì:

a) Chọn bộ điều khiển PID với

$$k_p = \frac{T_I}{8kT_2^2}\ ;\ T_I = T_1 + 4T_2\ ;\ T_D = \frac{4T_1T_2}{T_1 + 4T_2}$$

b) Chọn bộ tiền xử lý M(s) = $\frac{1}{1+4T_2 s}$



Hình 2.114: Giảm độ quá điều chỉnh bằng bộ tiền xử lý.

Ví dụ

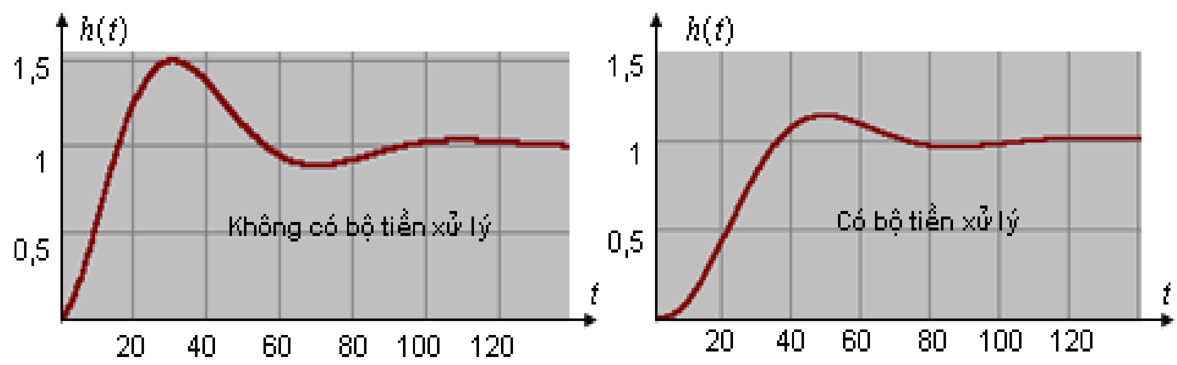
:

- Thiết kế bộ điều khiển PID tối ưu đối xứng
- Xét đối tượng tích phân – quán tính bậc hai:

$$S(s) = \frac{2}{s(1+3s)(1+5s)}$$

Từ : k = 2; T_1 = 3; T_2 = 5
ta có với a = 4:
$T_I = T_1 + 4T_2 = 23$

$$T_D = \frac{4T_1T_2}{T_1+4T_2} = \frac{3*20}{23} = 2,6$$



Hình 2.115: Minh họa ví dụ 2.72.

$$kp = \frac{T_I}{8kT_2^2} = \frac{23}{8*2*25} = 0,0575$$

Vậy : k_p =0,0575 ;T_I = 23 ; T_D = 2,6 cho bộ điều khiển PID.

Phương pháp gán thời gian xác lập và độ quá điều chỉnh

1. **Đối tượng là khâu quán tính bậc nhất**

$$S(s) = \frac{k}{1+Ts}$$

Bộ điều khiển

$$R(s) = k_p\left(1+\frac{1}{T_I s}\right) = \frac{k_p(1+T_I s)}{T_I s}$$

$$T_I = T$$

$$k_p = \frac{T\ln 20}{kT_{5\%}}$$

2. **Đối tượng là khâu quán tính bậc hai**

$$S(s) = \frac{k}{(1+T_1 s)(1+T_2 s)}$$

Bộ điều khiển

$$R(s) = k_p\left(1+\frac{1}{T_I s}+T_D s\right) = \frac{k_p(1+T_A s)(1+T_B s)}{T_I s}$$

$$T_I = T_1 + T_2;\ \mathrm{T_D} = \frac{T_1 T_2}{T_1 + T_2}$$

$$k_p = \frac{(T_1+T_2)\ln 20}{kT_{5\%}}$$

2.7. Xác định tham số PID sử dụng trí tuệ nhân tạo

Ưu khuyết điểm của điều khiển thông thường

*** Ưu điểm:**

- Có tính hệ thống, cơ sở toán học rõ ràng, chặt ché.
- Đảm bảo hệ thống ổn định và bền vững (về lý thuyết)

*** Khuyết điểm:**

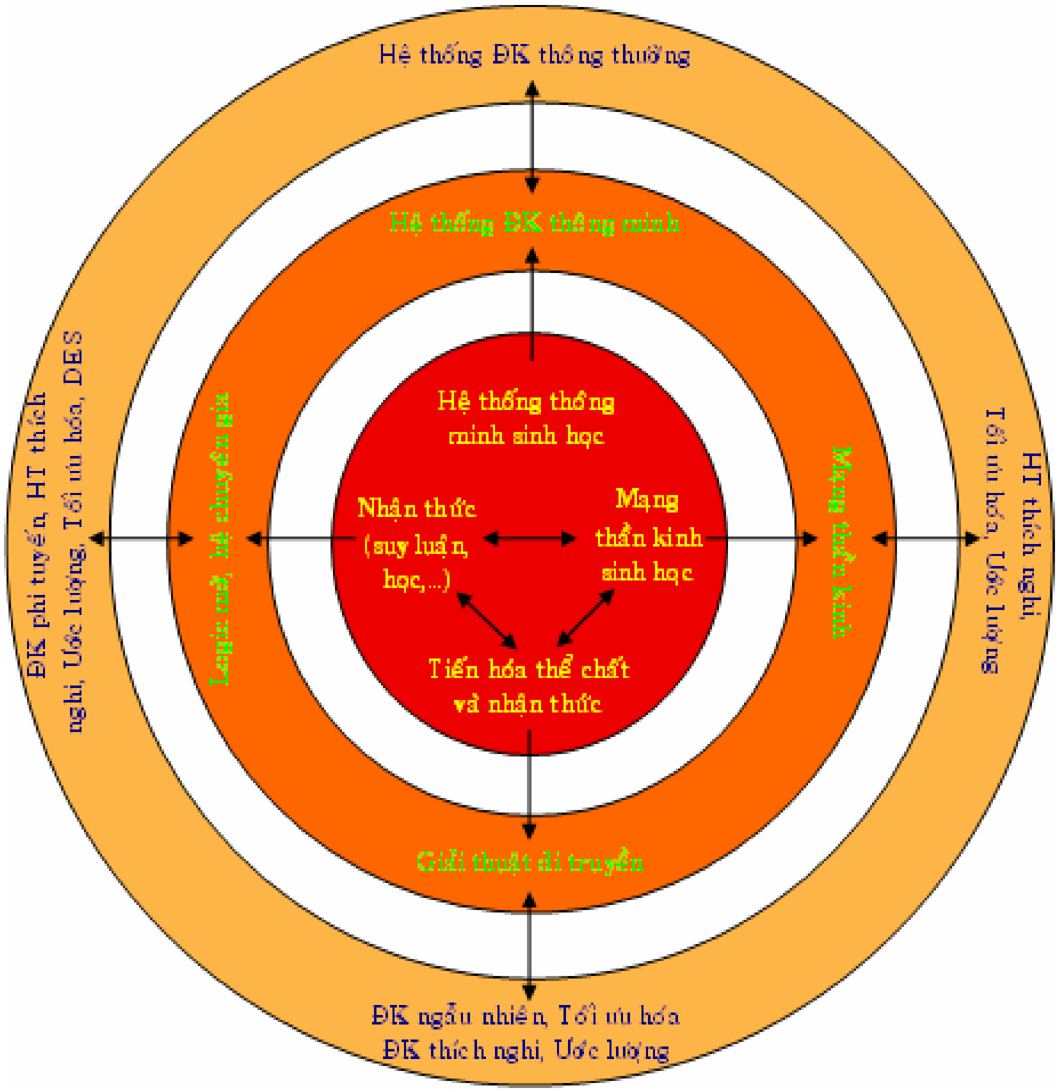
- Cần mô hình toán học của đối tượng để thiết kế được bộ điều khiển
- Cần hiểu biết sâu về kỹ thuật điều khiển mới thiết kế được bộ điều khiển
- Thường không hiệu quả khi điều khiển hệ phi tuyến
- Không sử dụng được kinh nghiệm của con người (trong nhiều trường hợp kinh nghiệm của con người đóng vai trò quan trọng)

Tại sao phải điều khiển thông minh

- Yêu cầu đạt được chất lượng điều khiển ngày càng tăng cao.
- Yêu cầu điều khiển các hệ thống động phức tạp ngày càng tăng.
- Yêu cầu điều khiển trong điều kiện gia tang các yếu tố bất định.

→ Các yêu cầu trên không những không thể đáp ứng được trọn vẹn nếu dùng lý thuyết điều khiển thông thường sẵn có. Đây chính là động lực cho ra đời lý thuyết điều khiển mới: Lý thuyết điều khiển thông minh

Các phương pháp điều khiển thông minh



Giải thuật di truyền - GA

Thuật toán này có các bước cơ bản sau:

1. Chọn ngẫu nhiên $p_i(0), i =$1,2,…,N phần tử ban đầu, gọi là cá thể khởi tạo, và ký hiệu tập các cá thể đó là thế hệ khởi tạo (initial generation) G(0) , gán k=0.

2. Gán cho mỗi cá thể $p_i(k)$, một chỉ số xác suất π_i được tính từ giá trị hàm mục tiêu tại đó:_

$$\pi_i = 1 - J(p_i)/\bar{J} \quad \text{Với } \bar{J} = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N} J(p_j)$$

3. Nếu điều kiện kết thúc thuật toán được thỏa mãn thì chọn cá thể có π_i lớn nhất làm nghiệm. Ngược lại thì chuyển sang bước 4.

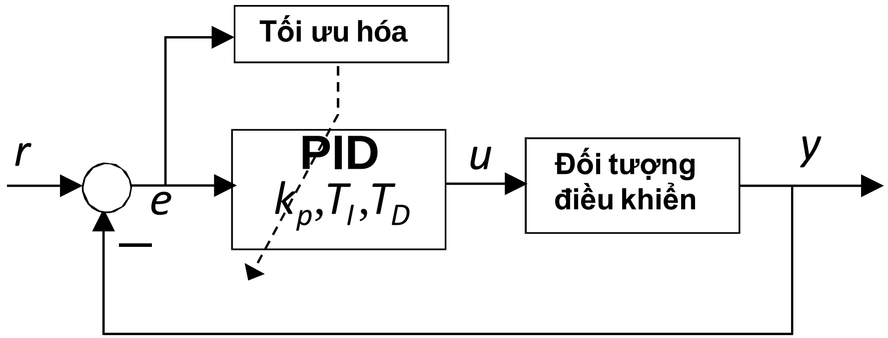
4. Sao chép $G(k)$ vào tập trung gian $I(k)$ theo tỷ lệ xác suất của từng cá thể.

5. Tiến hành việc lai ghép từng cặp cá thể được chọn ngẫu nhiên trong $I(k)$ bằng cách nếu cặp cá thể của cặp đó có xác suất lớn $\pi_i \geq \pi_c$ thì hoán đổi nửa dưới trong dãy nhị phân biểu diễn giá trị của cặp hai cá thể đó. Những cặp có xác suất nhỏ $\pi_i \leq \pi_m$ thì đổi giá trị bit 0,1 trong dãy nhị phân của cá thể đó (đột biến). Hai giá trị π_c, π_m được cho trước.

6. Sao chép $I(k)$ vào $G(k+1)$. Gán $k = k+1$ và quay về 2.

Chọn tham số tối ưu cho bộ điều khiển PID

Nguyên tắc chung



Xác định được vector tham số $p=(k_p, T_I, T_D)^T$ cho bộ điều khiển PID để hệ kín bám ổn định theo được tín hiệu mẫu. Nguyên tắc xác định này là phải cực tiểu được sai lệch bám:

J(p)=$\int_0^T e^2(p,t)dt \xrightarrow[p\in P]{} \min$ hoặc J(p)=$\int_0^T |e(p,t)| \, dt \xrightarrow[p\in P]{} \min$

Giá trị của sai lệch bám $e(p,t)$, bên cạnh việc điều khiển phụ thuộc vào đặc tính động học của đối tượng, còn phụ thuộc vào bộ điều khiển. Khó khăn chính là nằm ở việc xác định được công thức tường minh cho hàm mục tiêu $J(p)$.

Chọn tham số tối ưu cho bộ điều khiển PID (tiếp)

Ví dụ 1: Ứng dụng GA chọn tham số PI

Đối tượng điều khiển giả định có hàm truyền:

$$S(s)=\frac{b_0s+b_1}{a_0s^2+a_1s+a_2}=\frac{s+5}{s^2+3s+5}$$

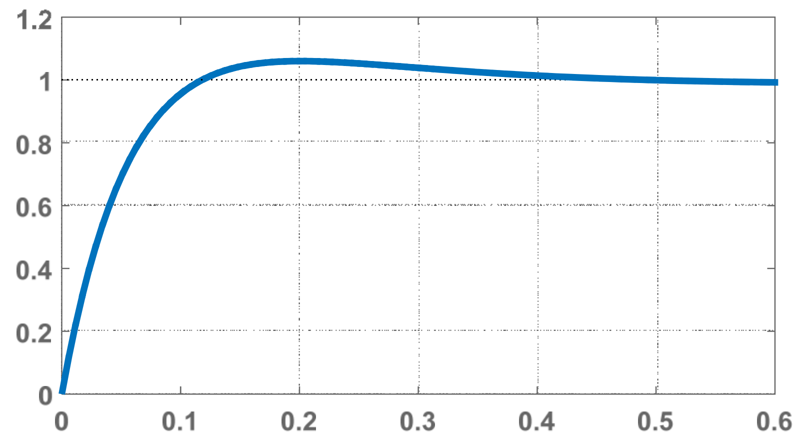
Bộ điều khiển là PI với hàm truyền: $C(s)=k_p+\frac{k_i}{s}=\frac{k_ps+k_i}{s}$

Sử dụng GA để xác định tham số tối ưu $0\le k_p, k_i$ được kết quả sau:

Tham số PI: $k_p=16.3451$, $k_i=26.4433$

– Giá trị hàm mục tiêu: $J_{\min}=0.0077$

– Đồ thị hàm quá độ hệ kín:



Chọn tham số tối ưu cho bộ điều khiển PID (tiếp)

Ví dụ 1: Ứng dụng GA chọn tham số PI (tiếp)

runPI_GA.m

```
clc;
[x fval] = ga(@PI_GA,2,-diag([1
1]),zeros(2,1)); kp=x(1);ki=x(2);
b0=1; b1=5; a0=1; a1=3; a2=5;
S = tf([b0 b1],[a0 a1 a2]); C = tf([kp
ki],[1 0]);  G = feedback(S*C,1);
step(G);
```

PI_GA.m

```
function fitness =
PI_GA(x)  kp=x(1);
ki=x(2);
b0=1; b1=5; a0=1;a1=3; a2=5;
S=tf([b0 b1],[a0 a1 a2]); C=tf([kp
ki],[1 0]);  G=feedback(S*C,1); [y
t]=step(G);
n=length(y); dt=t(end)/(n-1);
fitness = 0;  for j=1:n-1;
   fitness = fitness + dt*abs(1-y(j,1));
end
```

Chọn tham số tối ưu cho bộ điều khiển PID (tiếp)

Ví dụ 2: Ứng dụng GA chọn tham số PID

Đối tượng điều khiển giả định có hàm truyền:

$$S(s) = \frac{b_0 s + b_1}{a_0 s^3 + a_1 s^2 + a_2 s + a_3} = \frac{s+5}{s^3 + 3s^2 + 2s + 1}$$

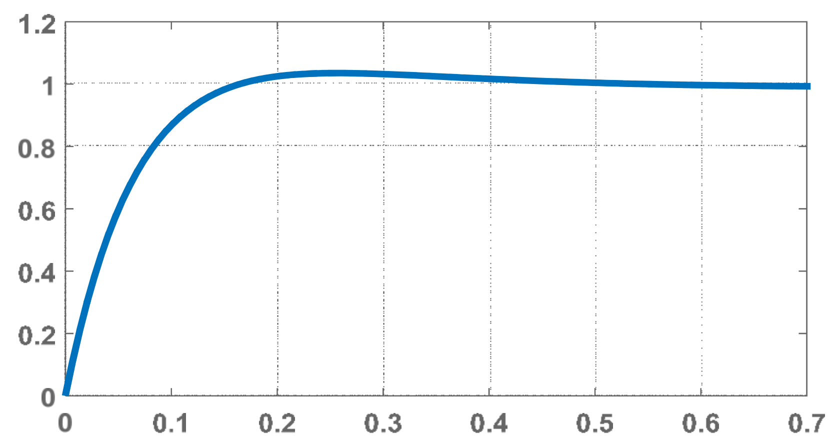
Bộ điều khiển là PI với hàm truyền: $C(s) = k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s = \frac{k_d s^2 + k_p s + k_i}{s}$

Sử dụng GA để xác định tham số tối ưu $0 \le k_p, k_i, k_d$ được kết quả sau:

– PID: $k_p = 0.0002,\ k_i = 9.2378,\ k_d = 17.0572$

– Hàm mục tiêu: $J_{\min} = 0.0047$

– Hàm quá độ hệ kín:



Chọn tham số tối ưu cho bộ điều khiển PID (tiếp)

Ví dụ 2: Ứng dụng GA chọn tham số PID (tiếp)

runPID_GA_mod.m

```
clc;
[x fval] = ga(@PID_GA_mod,3,-diag([1 1
1]),zeros(3,1));
kp=x(1);ki=x(2);kd=x(3);
b0=1; b1=5; a0=1;a1=3; a2=2; a3=1;
S=tf([b0 b1],[a0 a1 a2 a3]);
C = tf([kd kp ki],[1 0]); G =
feedback(S*C,1);  step(G);
```

PID_GA_mod.m

```
function fitness =
PID_GA_mod(x)  kp=x(1);
ki=x(2); kd=x(3);
b0=1; b1=5; a0=1;a1=3; a2=2; a3=1;
S=tf([b0 b1],[a0 a1 a2 a3]); C=tf([kd
kp ki],[1 0]);  G=feedback(S*C,1); [y
t]=step(G);
n=length(y); dt=t(end)/(n-1);
fitness = 0;  for j=1:n-1;
   fitness = fitness + dt*abs(1-
   y(j,1));
end
```

Chương III.
Lý thuyết điều khiển tuyến tính, liên tục, trong không gian trạng thái

Nội dung

3.1. Mô tả hệ thống trong không gian trạng thái

- Phương trình trạng thái
- Quan hệ giữa mô hình trạng thái và hàm truyền
- Quỹ đạo trạng thái

3.2. Phân tích hệ thống trong không gian trạng thái

- Tính ổn định
- Tính điều khiển được
- Tính quan sát được

3.3. Thiết kế bộ điều khiển

- Bộ điều khiển phản hồi trạng thái gán điểm cực
- Bộ quan sát trạng thái
- Bộ điều khiển phản hồi đầu ra

3.1. Mô tả hệ thống trong không gian trạng thái

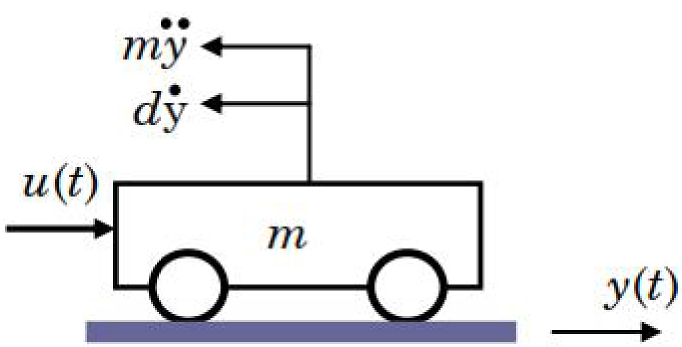
3.1.1. Phương trình trạng thái

+ Khái niệm biến trạng thái

Định nghĩa 3.1: Các biến trạng thái là các biến mang thông tin về các trạng thái bên trong của hệ thống, phản ánh các diễn biến, quá trình xảy ra trong hệ.

Các biến trạng thái có thể bao gồm cả biến ra. Đã là biến ra thì phải đo được, nhưng biến trạng thái không phải lúc nào cũng đo được mà có thể tính toán thông qua các tín hiệu đo khác.

Ví dụ : Bài tóan điều khiển vận tốc xe



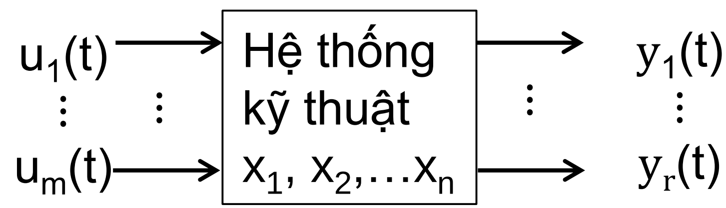
Biến trạng thái: quãng đường $y(t)$, vận tốc $\dot{y}(t)$.

Biến ra: vận tốc $\dot{y}(t)$.

Biến vào: lực tác động $u(t)$.

3.1.1. Phương trình trạng thái

Xét một hệ thống với cấu trúc cho như hình vẽ và:



□m tín hiệu vào $u_1(t), u_2(t), \ldots u_m(t)$, được viết chung thành vector $\underline{u}(t) \in R^m$

□r tín hiệu ra $y_1(t), y_2(t), \ldots y_r(t)$, viết chung lại thành vector $\underline{y}(t) \in R^r$;

□n biến trạng thái $x_1(t), x_2(t), \ldots x_n(t)$, viết chung lại thành $\underline{x}(t) \in R^n$

3.1.1. Phương trình trạng thái

Mô hình trạng thái là loại mô hình toán học có dạng:

$$\begin{cases} \dfrac{d\underline{x}}{dt} = \mathrm{A}\underline{x} + \mathrm{B}\underline{u} \\ \underline{y} = \mathrm{C}\underline{x} + D\underline{u} \end{cases}$$

trong đó:

- Ma trận $A \in R^{n\times n}$ là *ma trận hệ thống*.
- Ma trận $B \in R^{n\times m}$ là *ma trận điều khiển*.
- Hai ma trận $C \in R^{r\times n}$ và $D \in R^{r\times m}$ là *các ma trận đầu ra*.

Hệ tuyến tính cũng mô tả được bằng phương trình trạng thái ở một trong ba dạng cơ bản sau:

3.1.1. Phương trình trạng thái

- *Mô hình trạng thái tham số hằng* khi các ma trận A, B, C, D đều là ma trận hằng
- *Mô hình trạng thái tham số phụ thuộc t*, có phần tử các ma trận *A*, *B*, *C*, *D* là hàm số phụ thuộc thời gian:

$$\begin{cases} \frac{d\underline{x}}{dt} = \mathrm{A}(t)\underline{x} + \mathrm{B}(t)\underline{u} \\ \underline{y} = \mathrm{C}(\mathrm{t})\underline{x} + D(t)\underline{u} \end{cases}$$

- *Mô hình trạng thái tham số rải*, có phần tử các ma trận *A*,*B*,*C*,*D* là hàm số phụ thuộc biến không gian (phụ thuộc vector tham số $\underline{v}$):

$$\begin{cases} \frac{d\underline{x}}{dt} = \mathrm{A}(v)\underline{x} + \mathrm{B}(v)\underline{u} \\ \underline{y} = \mathrm{C}(\mathrm{v})\underline{x} + D(v)\underline{u} \end{cases}$$

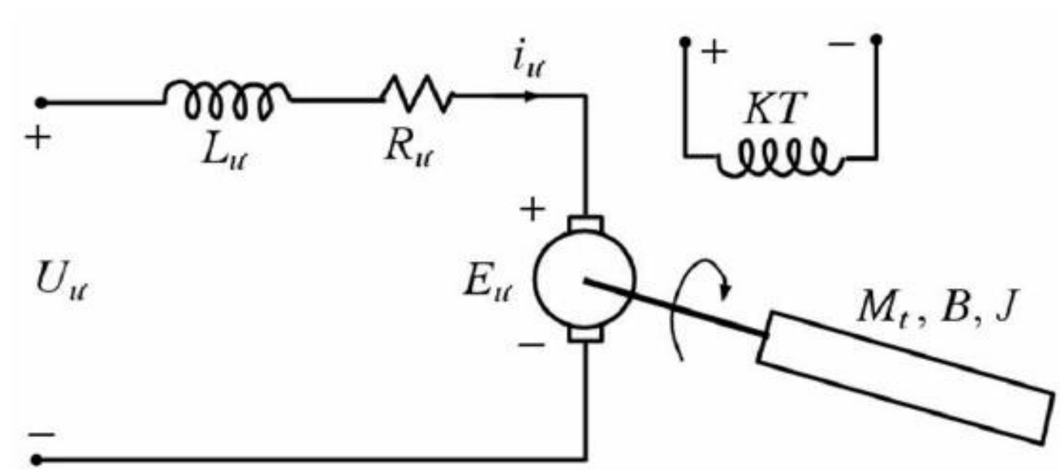
3.1.1. Phương trình trạng thái

+ Ưu điểm của hệ phương trình trạng thái:

- Cho phép mô tả hệ thống mà không cần điều kiện đầu bằng 0.
- Cho phép mô tả các hệ MIMO đơn giản hơn so với dạng hàm truyền đạt.
- Cho phép khảo sát các biến trạng thái cần quan tâm bên trong hệ thống chứ không phải đầu vào và đầu ra, vì thế giúp ta hiểu rõ và sâu hơn về các đặc tính của hệ.

Ví dụ

- Ví dụ 1: Động cơ một chiều:



– $L_ư$: điện cảm phần ứng
– $R_ư$: điện trở phần ứng
– $U_ư$: điện áp phần ứng
– $E_ư$: sức phản điện động

– ω : tốc độ động cơ
– M_t : moment tải
– B : hệ số ma sát
– J : moment quán tính

Ví dụ

- Áp dụng định luật Kirchoff cho mạch điện phần ứng:

$$U_u(t) = i_u(t).R_u + L_u \frac{di_u(t)}{dt} + E_u(t) \qquad (1)$$

trong đó: $$E_u(t) = K\Phi\,\omega(t) \qquad (2)$$

K : hệ số

Φ : từ thông kích từ

- Áp dụng định luật Newton cho chuyển động quay của trục đ.cơ (để đơn giản giả sử moment tải bằng 0):

$$M(t) = B\omega(t) + J\frac{d\omega(t)}{dt} \qquad (3)$$

trong đó: $$M(t) = K\Phi i_u(t) \qquad (4)$$

Ví dụ

⋆ (1) & (2) ⇒ $$\frac{di_u(t)}{dt} = -\frac{R_u}{L_u} i_u(t) - \frac{K\Phi}{L_u}\omega(t) + \frac{1}{L_u}U_u(t) \quad (5)$$

⋆ (3) & (4) ⇒ $$\frac{d\omega(t)}{dt} = \frac{K\Phi}{J} i_u(t) - \frac{B}{J}\omega(t) \quad (6)$$

⋆ Đặt: $$\begin{cases} x_1(t) = i_u(t) \\ x_2(t) = \omega(t) \end{cases}$$

⋆ (5) & (6) ⇒ $$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = -\frac{R_u}{L_u} x_1(t) - \frac{K\Phi}{L_u} x_2(t) + \frac{1}{L_u}U_u(t) \\ \dot{x}_2(t) = \frac{K\Phi}{J} x_1(t) - \frac{B}{J} x_2(t) \end{cases}$$

Ví dụ

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dfrac{R_u}{L_u} & -\dfrac{K\Phi}{L_u} \\ \dfrac{K\Phi}{J} & -\dfrac{B}{J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dfrac{1}{L_u} \\ 0 \end{bmatrix} U_u(t) \\ \omega(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \dot{\boldsymbol{x}}(t) = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{B}U_u(t) \\ \omega(t) = \boldsymbol{C}\boldsymbol{x}(t) \end{cases}$$

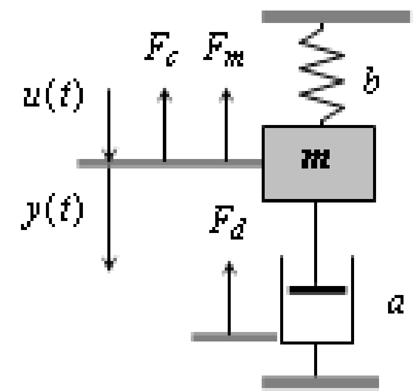
trong đó: $\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} -\dfrac{R_u}{L_u} & -\dfrac{K\Phi}{L_u} \\ \dfrac{K\Phi}{J} & -\dfrac{B}{J} \end{bmatrix}$ $\boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} \dfrac{1}{L_u} \\ 0 \end{bmatrix}$ $\boldsymbol{C} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}$

Ví dụ

- Ví dụ 2: Cho hệ cơ gồm một lò xo có hệ số *b*, một vật với khối lượng *m* và bộ suy giảm tốc có hệ số *d* được nối với nhau như hình vẽ. Gọi *u*(*t*) là tín hiệu vào được định nghĩa là lực bên ngoài tác động lên vật và tín hiệu ra *y*(*t*) là quãng đường mà vật đi được.

Ký hiệu:

$x_1(t) = y(t)$ và $x_2(t) = \frac{dy(t)}{dt} = \frac{dx_1(t)}{dt}$



là hai biến trạng thái của hệ, cũng như F_c, F_m, F_d là những lực của lò xo, vật và bộ suy giảm tốc sinh ra khi vật chuyển động.

Ví dụ

Khi đó ta được

$$F_c = by(t) = bx_1, \quad F_m = m\frac{d^2y(t)}{dt^2} = m\frac{dx_2}{dt} \quad \text{và} \quad F_d = a\frac{dy(t)}{dt} = ax_2$$

Suy ra

$$F_c + F_m + F_d = bx_1 + m\frac{dx_2}{dt} + ax_2 = u \quad \Leftrightarrow \frac{dx_2}{dt} = -\frac{b}{m}x_1 - \frac{a}{m}x_2 + \frac{1}{m}u$$

và từ đó là mô hình trạng thái:

$$\begin{cases} \dfrac{d\underline{x}}{dt} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -m^{-1}b & -m^{-1}a \end{pmatrix}\underline{x} + \begin{pmatrix} 0 \\ m^{-1} \end{pmatrix}u \\ y = x_1 = (1\ ,\ 0)\underline{x} \end{cases}$$

3.1.2. Quan hệ giữa mô hình trạng thái và hàm truyền

Một hệ thống tuyến tính SISO cùng được mô tả bởi phương trình trạng thái và hàm truyền G(s). Vậy thì giữa hai mô hình này phải có những mối liên hệ với nhau.

- Xác định hàm truyền từ mô hình trạng thái;
- Xác định mô hình trạng thái từ hàm truyền;
- Xác định bậc tương đối của hàm truyền từ mô hình trạng thái.

3.1.2. Quan hệ giữa mô hình trạng thái và hàm truyền

1) *Xác định hàm truyền từ mô hình trạng thái*

Cho đối tượng được mô tả bởi mô hình trạng thái tham số hằng :

$$\begin{cases} \dfrac{d\underline{x}}{dt} = A\underline{x} + Bu \\ y = C\underline{x} + Du \end{cases}$$

Khi đó hàm truyền đạt được tính theo công thức:

$$G(s) = \underline{C}(sI - A)^{-1}B + D$$

Ví dụ

- Cho hệ SISO với hai biến trạng thái được mô tả bởi:

$$\begin{cases} \dfrac{d\underline{x}}{dt} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}\underline{x} + \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix} u \\ y = \begin{bmatrix} 2 & 1 \end{bmatrix}\underline{x} \end{cases}$$

Tìm hàm truyền đạt.

Ta có hàm truyền đạt:

$$G(s) = C(sI - A)^{-1}B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} s-2 & -1 \\ 0 & s-3 \end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{(s-2)(s-3)}\begin{bmatrix} 2 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} s-3 & 1 \\ 0 & s-2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix} = \frac{6}{s^2 - 5s + 6}$$

2)Xác định mô hình trạng thái chuẩn điều khiển từ hàm truyền

- Xét hệ SISO có hàm truyền:

$$G(s) = \frac{b_0 + b_1 s + \cdots + b_n s^n}{a_0 + a_1 s + \cdots + a_{n-1}s^{n-1} + s^n} = \frac{B(s)}{A(s)} \qquad (*)$$

- Gọi $U(s)$ là ảnh Laplace của $u(t)$, $Y(s)$ là ảnh của $y(t)$ thì từ hàm truyền đã cho ta có:

$$Y(s) = \frac{b_0 + b_1 s + \cdots + b_n s^n}{A(s)} U(s) = b_0 \frac{U(s)}{A(s)} + b_1 \frac{sU(s)}{A(s)} + \cdots + b_n \frac{s^n U(s)}{A(s)}$$

Đặt n biến trạng thái $x_1(t), \ldots, x_n(t)$, ghép chung lại

thành $\underline{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$ có ảnh Laplace

$$X_1(s) = \frac{U(s)}{A(s)}, \quad X_2(s) = \frac{sU(s)}{A(s)}, \quad \ldots, \quad X_n(s) = \frac{s^{n-1}U(s)}{A(s)}$$

2)Xác định mô hình trạng thái chuẩn điều khiển từ hàm truyền

Sẽ được

$$sX_1(s) = X_2(s) \quad \Rightarrow \quad \frac{dx_1}{dt} = x_2$$

$$sX_2(s) = X_3(s) \quad \Rightarrow \quad \frac{dx_2}{dt} = x_3$$

$$\vdots$$

$$sX_{n-1}(s) = X_n(s) \quad \Rightarrow \quad \frac{dx_{n-1}}{dt} = x_n$$

Cũng như:

$$X_1(s) = \frac{U(s)}{A(s)}$$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow \quad U &= a_0X_1 + a_1sX_1 + \cdots + a_{n-1}s^{n-1}X_1 + s^nX_1 \\ &= a_0X_1 + a_1X_2 + \cdots + a_{n-1}X_n + sX_n \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \quad a_0x_1 + a_1x_2 + \cdots + a_{n-1}x_n + \frac{dx_n}{dt} = u$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{dx_n}{dt} = -a_0x_1 - a_1x_2 - \cdots - a_{n-1}x_n + u$$

Suy ra:

$$\frac{d\underline{x}}{dt} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 & \cdots & -a_{n-1} \end{pmatrix} \underline{x} + \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} u$$

2)Xác định mô hình trạng thái chuẩn điều khiển từ hàm truyền

Mặt khác, từ:

$$Y = b_0 X_1 + b_1 X_2 + \cdots + b_{n-1} X_n + s b_n X_n$$

còn có:

$$y = b_0 x_1 + b_1 x_2 + \cdots + b_{n-1} x_n + b_n \frac{dx_n(t)}{dt}$$

$$\left\{ y = (b_0 - a_0 b_n) x_1 + \left(b_1 - a_1 b_n\right) x_2 + \cdots + \left(b_{n-1} - a_{n-1} b_n\right) x_n + b_n u \right.$$

Định nghĩa 3.2: Hệ SISO vói hàm truyền đạt (*) có mô hình trạng thái chuẩn điều khiển như sau:

$$\begin{cases} \dfrac{d\underline{x}}{dt} = \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 & \cdots & -a_{n-1} \end{pmatrix}}_{A} \underline{x} + \underbrace{\begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}}_{B} u \\ y = \underbrace{\left(b_0 - a_0 b_n \,, \cdots \,, b_{n-1} - a_{n-1} b_n\right)}_{C} \underline{x} + b_n u \end{cases}$$

3) Xác định mô hình trạng thái chuẩn quan sát từ hàm truyền

Định nghĩa 3.3: Hệ SISO với hàm truyền đạt 3.12 có mô hình trạng thái chuẩn quan sát như sau:

$$\begin{cases} \dfrac{d\underline{x}}{dt} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & -a_0 \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & -a_1 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & -a_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & -a_{n-1} \end{pmatrix} \underline{x} + \underbrace{\begin{pmatrix} b_0 - a_0 b_n \\ \vdots \\ b_{n-1} - a_{n-1} b_n \end{pmatrix}}_{B} u \\ y = \underbrace{\left(0 \,,\, \cdots \,,\, 0 \,,\, 1\right)}_{C} \underline{x} + b_n u \end{cases}$$

Ví dụ

- Hãy xác định hệ phương trình trạng thái theo chuẩn quan sát khi biết hàm truyền đạt

$$G(s) = \frac{3+s}{4+5s+s^2}$$

Ta có a0 = 4; a1 = 5;

b0 = 3 ; b1 =1

$$\begin{cases} \dfrac{d\underline{x}}{dt} = \begin{pmatrix} 0 & -a_0 \\ 1 & -a_1 \end{pmatrix} \underline{x} + \underbrace{\begin{pmatrix} b_0 \\ b_1 \end{pmatrix}}_{\underline{b}} u \\ y = \underbrace{(0\ ,\ 1)}_{\underline{c}^T} \underline{x} \end{cases}$$

hay

$$\begin{cases} \dfrac{d\underline{x}}{dt} = \begin{pmatrix} 0 & -4 \\ 1 & -5 \end{pmatrix} \underline{x} + \underbrace{\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}}_{\underline{b}} u \\ y = \underbrace{(0\ ,\ 1)}_{\underline{c}^T} \underline{x} \end{cases}$$

4) Xác định bậc tương đối của hàm truyền từ mô hình trạng thái

- Xét hệ SISO có hàm truyền hợp thức chặt:

$$G(s)=\frac{b_0+b_1s+\quad\cdots\quad+b_ms^m}{a_0+a_1s+\quad\cdots\quad+a_ns^n},\quad m<n \qquad (**)$$

Bậc tương đối của nó được hiểu là hiệu r = n-m≥1

Định nghĩa 3.4: Bậc tương đối của hệ SISO có hàm truyền (**) được xác định từ mô hình trạng thái tương ứng của nó bằng công thức sau:

$$CA^kB=\begin{cases}=0 & \text{khi}\ \ 0\le k\le r-2\\ \neq 0 & \text{khi}\ \ k=r-1\end{cases}$$

Ví dụ

- Cho hệ SISO với hai biến trạng thái được mô tả bởi:

$$\begin{cases} \dfrac{d\underline{x}}{dt} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}\underline{x} + \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix} u \\ y = \begin{bmatrix} 2 & 1 \end{bmatrix}\underline{x} \end{cases}$$

Xác định bậc tương đối

Ta có hàm truyền: G(s) = $\frac{6}{s^2-5s+6}$

Như vậy, ta thấy hệ có bậc tương đối là r = 2. Giá trị này cũng có thể trực tiếp tính được từ mô hình trạng thái như sau:

Xét k=0

$$CB = \begin{bmatrix} 2 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix} = 0$$

k=1

$$CAB = \begin{bmatrix} 2 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix} = 8 \neq 0$$

Do đó r = k+1 = 2

3.1.3. Quỹ đạo trạng thái

1) Khái niệm

- *Quỹ đạo trạng thái* được hiểu là *nghiệm* của hệ phương trình vi phân:

$$\frac{d\underline{x}}{dt} = A\underline{x} + B\underline{u}$$

trong mô hình trạng thái với một kích thích $\underline{u}(t)$ và trạng thái đầu $x(0) = x_0$ cho trước. Tập hợp của tất cả các quỹ đạo trạng thái của hệ thống được gọi là *không gian trạng thái*.

- Nếu $u(t) = 0$ và $x(0) \neq 0$ thì quỹ đạo trạng thái được gọi là tự do.
- Nếu $u(t) \neq 0$ và $x(0) = 0$ thì quỹ đạo trạng thái được gọi là cưỡng bức.

+ Ý nghĩa: Dùng để tìm quỹ đạo trạng thái của hệ.

Định nghĩa 3.5: Với một ma trận $A \in R^{nxn}$ cho trước, ma trận hàm mũ tương ứng với A được định nghĩa bởi:

$$e^{At} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(At)^k}{k!}$$

+ Các tính chất của ma trận hàm mũ:

- a) $e^{At_1}e^{At_2} = e^{At_2}e^{At_1} = e^{A(t_1+t_2)}$ và $e^{At}e^{-At} = e^{A(t-t)} = I$
- b) $\dfrac{de^{At}}{dt} = Ae^{At} = e^{At}A$
- c) Nếu A là ma trận đường chéo A = diag(a_i) thì e^{At}= diag ($e^{a_i t}$).
- d) $e^{At} = L^{-1}\{(sI-A)^{-1}\}$

+ Cách xác định hàm e^{At}

- Sử dụng toán tử Laplace $e^{At} = L^{-1}\{(sI - A)^{-1}\}$.

Ví dụ- toán tử Laplace

Ví dụ 1: Xác định ma trận hàm mũ bằng toán tử Laplace

Với $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ thì

Theo phép biến đổi Laplace:

$$e^{At} = \mathcal{L}^{-1}\{(sI - A)^{-1}\} = \mathcal{L}^{-1}\{\begin{pmatrix} s-2 & -1 \\ 0 & s-3 \end{pmatrix}^{-1}\} = \mathcal{L}^{-1}\{\frac{1}{(s-2)(s-3)}\begin{pmatrix} s-3 & 1 \\ 0 & s-2 \end{pmatrix}\}$$

$$= \mathcal{L}^{-1}\{\begin{pmatrix} \frac{1}{s-2} & \frac{1}{(s-2)(s-3)} \\ 0 & \frac{1}{s-3} \end{pmatrix}\} = \begin{pmatrix} e^{2t} & e^{3t} - e^{2t} \\ 0 & e^{3t} \end{pmatrix}$$

3) Tìm quỹ đạo trạng thái

Định lý 3.4: Nghiệm của phương trình trạng thái tham số hằng được tính:

$$\begin{cases} \underline{x}(t) = e^{At}\underline{x}_0 + \int_0^t e^{A(t-\tau)}B\underline{u}(\tau)d\tau \\ \underline{y}(t) = C\left[e^{At}\underline{x}_0 + \int_0^t e^{A(t-\tau)}B\underline{u}(\tau)d\tau \right] + D\underline{u} \end{cases}$$

Định lý 3.5: Khi hệ thống được mô tả bởi mô hình trạng thái tham số hằng thì nó sẽ có:

a) Quá trình tự do: $\underline{y}_t(t) = Ce^{At}\underline{x}_0$

b) Quá trình cưỡng bức : $\underline{y}_c(t) = C\int_0^t e^{A(t-\tau)}B\underline{u}(\tau)d\tau + D\underline{u}$

Ví dụ

- Xác định quỹ đạo trạng thái có tham số không phụ thuộc thời gian
  - Hãy xác định $y(t)$ khi hệ được kích thích bởi u(t) = 1(t) từ trạng thái đầu $x_0 = 0$ cho hệ thống SISO có hai biến trạng thái được mô tả bởi:

$$\frac{d\underline{x}}{dt} = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \cdot \underline{x} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot u \,, \; y = x_1$$

Hệ có ma trận:

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}; \; C = (1 \quad 0)$$

Khi đó:

$$(sI - A)^{-1} = \begin{pmatrix} s+2 & -1 \\ 0 & s+1 \end{pmatrix}^{-1} = \frac{\begin{pmatrix} s+1 & 1 \\ 0 & s+2 \end{pmatrix}}{(s+2)(s+1)} = \begin{pmatrix} \frac{1}{s+2} & \frac{1}{(s+2)(s+1)} \\ 0 & \frac{1}{s+1} \end{pmatrix}$$

$$e^{At} = L^{-1}\{(sI - A)^{-1}\} = \begin{pmatrix} e^{-2t} & e^{-t} - e^{-2t} \\ 0 & e^{-t} \end{pmatrix}$$

Ví dụ

- Vậy

$$\underline{x}(t)=\int_0^t\begin{pmatrix} e^{-2(t-\tau)} & e^{-(t-\tau)}-e^{-2(t-\tau)} \\ 0 & e^{-(t-\tau)} \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}1(\tau)d\tau=\int_0^t\begin{pmatrix} e^{-(t-\tau)}-e^{-2(t-\tau)} \\ e^{-(t-\tau)} \end{pmatrix}d\tau$$

$$=\begin{pmatrix} e^{-(t-\tau)}-\left.\dfrac{e^{-2(t-\tau)}}{2}\right|_0^t \\ \left.e^{-(t-\tau)}\right|_0^t \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} \dfrac{1}{2}-e^{-t}+\dfrac{e^{-2t}}{2} \\ 1-e^{-t} \end{pmatrix}$$

$$y(t)=\frac{1}{2}-e^{-t}+\frac{e^{-2t}}{2}$$

3.2. Phân tích hệ thống trong không gian trạng thái

Nội dung

1. Tính ổn định của hệ thống
2. Tính điều khiển được của hệ thống tại một điểm trạng thái cho trước.
3. Tính quan sát được của hệ thống tại một điểm trạng thái cho trước.

3.2.1. Tính ổn định

+ Khái niệm ổn định BIBO

Từ quan hệ giữa mô hình trạng thái không có trạng thái thừa và ma trận hàm truyền *G*(*s*) của hệ thống:

$$G(s) = C(sI - A)^{-1}B + D = C\frac{(sI - A)_{adj}}{\det(sI - A)}B + D$$

Định lý 3.6: Hệ không có trạng thái thừa, sẽ ổn định BIBO khi và chỉ khi ma trận *A* có tất cả các giá trị riêng nằm bên trái trục ảo, tức là khi và chỉ khi:

$$p(s) = \det(sI - A)$$

là đa thức Hurwitz.

Dùng các tiêu chuẩn ổn định đại số để kiểm tra tính ổn định của p(s)

+ Tiêu chuẩn ổn định Lyapunov - Hàm Lyapunov

Định nghĩa 3.6: Hệ được gọi là ổn định Lyapunov tại điểm cân bằng $\underline{x}_e$ nếu sau một tác động tức thời đánh bật hệ ra khỏi điểm cân bằng thì sau đó hệ có khả năng tự quay về được lân cận điểm cân bằng đó. Nếu hệ tiến tới $\underline{x}_e$ thì nó được gọi là ổn định tiệm cận Lyapunov tại $\underline{x}_e$

Điểm cân bằng là điểm thỏa mãn: $\frac{dx}{dt} = Ax = 0$

Định lý 3.8: Hệ ổn định BIBO khi và chỉ khi nó ổn định tiệm cận Lyapunov, tức là khi và chỉ khi các quỹ đạo trạng thái tự do có hướng tiến về gốc tọa độ và kết thúc tại đó.

3.2.2. Phân tích tính điều khiển được

+ Tại sao lại cần phải hiểu biết về tính điều khiển được

- Nhiệm vụ chính của điều khiển là tìm được tín hiệu điều khiển mang lại cho hệ thống một chất lượng mong muốn, tức là phải tìm được một tín hiệu thỏa mãn chất lượng đề ra trong số các tín hiệu có khả năng đưa hệ thống từ một điểm trạng thái ban đầu $\underline{x}_0$ (tùy ý) tới được điểm trạng thái đích $\underline{x}_T$.
- Nếu tồn tại một tín hiệu điều khiển làm được việc đó thì ta nói hệ thống điều khiển được tại điểm trạng thái $\underline{x}_0$

+ Khái niệm điều khiển được hoàn toàn

- **Định nghĩa 3.7:** Một hệ thống tuyến tính, liên tục được gọi là *điều khiển được* nếu tồn tại ít nhất một tín hiệu điều khiển đưa được nó từ một điểm trạng thái ban đầu $\underline{x}_0$ (tùy ý) về được gốc tọa độ $\underline{0}$ *trong khoảng thời gian hữu hạn*.

- Chú ý: Nếu hệ tuyến tính đã điều khiển được thì nó cũng điều khiển được hoàn toàn, nghĩa là luôn tồn tại một tín hiệu điều khiển u(t) đưa hệ từ x0 (tùy ý) tới được xT (tùy ý) trong khoảng thời gian hữu hạn.

+Các tiêu chuẩn xét tính điều khiển được

Định lý 3.10 (Hautus)**:** Cần và đủ để hệ tuyến tính không có trạng thái thừa điều khiển được là:

$$\text{Rank}(sI - A,\ B) = n \quad \text{với mọi } s \in C$$

Định lý 3.11 (Kalman)**:** Cần và đủ để hệ tuyến tính không có trạng thái thừa điều khiển được là:

$$\text{Rank}(B,\ AB,\ A^2B,\ \ldots,\ A^{n-1}B) = n$$

- Trong MATLAB: P = ctrb(A,B) $\longrightarrow$ rank(P).

Ví dụ 4

(Áp dụng tiêu chuẩn Hautus)

Cho hệ thống có mô hình:

$$\frac{d\underline{x}}{dt} = \underbrace{\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix}}_{A} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \underbrace{\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}}_{B} u$$

Suy ra:

$$\mathrm{Rank}(sI - A, B) = \mathrm{Rank}\begin{pmatrix} s-a & 0 & 0 \\ 0 & s-b & 1 \end{pmatrix}$$

- Như vậy nếu s=a thì:

$$\mathrm{Rank}(sI - A, B) = 1 < 2$$

và do đó hệ không điều khiển được.

Ví dụ 4

(Áp dụng tiêu chuẩn Kalman)

Cho hệ thống có mô hình:

Ta có:

$$\frac{d\underline{x}}{dt} = \underbrace{\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix}}_{A} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \underbrace{\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}}_{B} u$$

$$AB = \underbrace{\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix}}_{A} \underbrace{\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}}_{B} = \begin{pmatrix} 0 \\ b \end{pmatrix}$$

Vậy: $\mathrm{Rank}(B, AB) = \mathrm{Rank} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & b \end{pmatrix} < 2$

và do đó hệ không điều khiển được.

Ví dụ 5

Cho hệ thống có mô hình:

Ta có: $$\frac{d\underline{x}}{dt} = \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 \end{pmatrix}}_{A} \cdot \underline{x} + \underbrace{\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}}_{B} u$$

Do đó: $$B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix};\ AB = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -a_2 \end{pmatrix};\ A^2B = \begin{pmatrix} 1 \\ -a_2 \\ (a_2^2 - a_1) \end{pmatrix}$$

$$P = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -a_2 \\ 1 & -a_2 & (a_2^2 - a_1) \end{pmatrix}$$

det(P)≠0 suy ra rank(P)=3 vậy hệ thống là điều khiển được

3.2.3. Phân tích tính quan sát được

+ Tại sao cần tính quan sát được

- Sau khi biết hệ có thể điều khiển được → xác định được $\underline{x}_0$ để từ đó bộ điều khiển có thể tạo ra tín hiệu điều khiển thích hợp đưa hệ từ $\underline{x}_0$ về $\underline{x}_T$.
- Công việc xác định điểm trạng thái $\underline{x}_0$ có thể được tiến hành bằng cách đo trực tiếp (nhờ cảm biến) nhưng cũng có khi phải tính toán.
- Điểm trạng thái $\underline{x}_0$ của một hệ là quan sát được nếu ta xác định được nó thông qua việc đo các tín hiệu vào/ ra trong một khoảng thời gian hữu hạn.

+ Khái niệm quan sát được

Định nghĩa 3.8: Một hệ thống có tín hiệu vào $\underline{u}(t)$ và tín hiệu ra $\underline{y}(t)$ được gọi là:

a) *Quan sát được tại thời điểm* t_0, nếu tồn tại ít nhất một giá trị hữu hạn T> t_0 để điểm trạng thái $\underline{x}(t_0) = \underline{x}_0$ xác định được một cách chính xác thông qua vector các tín hiệu vào ra $\underline{u}(t)$, $\underline{y}(t)$ trong khoảng thời gian $[t_0, T]$.

b) *Quan sát được hoàn toàn tại thời điểm* t_0, nếu với mọi T> t_o, điểm trạng thái $\underline{x}(t_o) = \underline{x}_o$ luôn xác định được một cách chính xác từ vector các tín hiệu vào ra $\underline{u}(t)$, $\underline{y}(t)$ trong khoảng thời gian $[t_0, T]$.

+Các tiêu chuẩn xét tính quan sát được

- **Định lý 3.12:** Cho hệ tham số hằng không có trạng thái thừa. Các phát biểu sau là tương đương:

a) Hệ quan sát được.

b) $\operatorname{Rank}\begin{pmatrix} sI - A \\ C \end{pmatrix} = n$ với mọi *s*, và *I* là ma trận đơn vị (Hautus 1969).

c) $\operatorname{Rank}\begin{pmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{pmatrix} = n$ (Kalman, 1961).

Trong MATLAB: *Q* = obsv(*A*,C) ⟶ rank(Q).

Ví dụ 5

Cho đối tượng có mô hình trạng thái

$$\frac{dx}{dt}=\begin{pmatrix}1 & 2 & -1\\ 0 & 1 & 0\\ 1 & -4 & 3\end{pmatrix}x+\begin{pmatrix}1\\ 1\\ 0\end{pmatrix}u \quad ; y = x_1 \qquad \text{trong đó } \underline{x}=\begin{pmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\end{pmatrix}$$

Hãy kiểm tra tính điều khiển được nhờ tiêu chuẩn Kalman

a) Hãy kiểm tra tính quan sát được của đối tượng nhờ tiêu chuẩn Hautus.

Giải:

a) Tính điều khiển được

Ta có:

$$A=\begin{pmatrix}1 & 2 & -1\\ 0 & 1 & 0\\ 1 & -4 & 3\end{pmatrix}; \ \mathbf{B}=\begin{pmatrix}1\\ 1\\ 0\end{pmatrix}; C=(1 \quad 0 \quad 0);$$

Ví dụ 5

Tính các ma trận:

$$AB=\begin{pmatrix}1 & 2 & -1\\ 0 & 1 & 0\\ 1 & -4 & 3\end{pmatrix}.\begin{pmatrix}1\\ 1\\ 0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3\\ 1\\ -3\end{pmatrix};\ A^2\mathbf{B}=\begin{pmatrix}1 & 2 & -1\\ 0 & 1 & 0\\ 1 & -4 & 3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3\\ 1\\ -3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}8\\ 1\\ -10\end{pmatrix};$$

Suy ra :

$$P=(B\,AB\,A^2B)=\begin{pmatrix}1 & 3 & 8\\ 1 & 1 & 1\\ 0 & -3 & -10\end{pmatrix}$$

Rank(P)=3 vây hệ thống là điều khiển được

Dùng Matlab

- Dùng Matlab để tính các ma trận, lập trình trên mfile

```
A=[1 2 -1;0 1 0;1 -4 3];
B=[1;1;0];
C=[1 0 0];
D=A*B
E=A*A*B
P=[B D E]
rank(P)
```

- Dùng trực tiếp câu lệnh để tính P = ctrb(A,B)

Ví dụ 5

b) Tính quan sát được theo Hautus

$$sI - A = \begin{pmatrix} s & 0 & 0 \\ 0 & s & 0 \\ 0 & 0 & s \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s-1 & -2 & 1 \\ 0 & s-1 & 0 \\ -1 & 4 & s-3 \end{pmatrix}$$

với mọi s

$$rank\begin{pmatrix} sI - A \\ C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s-1 & -2 & 1 \\ 0 & s-1 & 0 \\ -1 & 4 & s-3 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = 2$$

Vậy hệ thống là không quan sát được

Ví dụ 4

Cho đối tượng có mô hình trạng thái

$$\frac{dx}{dt}=\begin{pmatrix}1 & 0 & 1\\ 2 & 1 & -4\\ -1 & 0 & 3\end{pmatrix}x+\begin{pmatrix}-1\\ 0\\ 1\end{pmatrix}u \quad ; \quad y=x_3$$ trong đó $$\underline{x}=\begin{pmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\end{pmatrix}$$

a) Hãy kiểm tra tính điều khiển được nhờ tiêu chuẩn Hautus

b) Hãy kiểm tra tính quan sát được của đối tượng nhờ tiêu chuẩn Kalman.

Giải:

a) Tính điều khiển được theo Hautus

Ta có:

$$A=\begin{pmatrix}1 & 0 & 1\\ 2 & 1 & -4\\ -1 & 0 & 3\end{pmatrix};\ \mathbf{B}=\begin{pmatrix}-1\\ 0\\ 1\end{pmatrix};C=(0 \quad 0 \quad 1);$$

Ví dụ 4

$$sI-A=\begin{pmatrix} s & 0 & 0 \\ 0 & s & 0 \\ 0 & 0 & s \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & -4 \\ -1 & 0 & 3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} s-1 & 0 & -1 \\ -2 & s-1 & 4 \\ 1 & 0 & s-3 \end{pmatrix}$$

$$rank\left(sI-A,B\right)=\begin{pmatrix} s-1 & 0 & -1 & -1 \\ -2 & s-1 & 4 & 0 \\ 1 & 0 & s-3 & 1 \end{pmatrix}=3$$

với mọi s

Vậy hệ thống là điều khiển được

b) Tính quan sát theo Kalman

Tính toán các ma trận

Ta có $CA=\left(0 \quad 0 \quad 1\right).\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & -4 \\ -1 & 0 & 3 \end{pmatrix}=\left(-1 \quad 0 \quad 3\right);\ CA^2=\left(-1 \quad 0 \quad 3\right)\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & -4 \\ -1 & 0 & 3 \end{pmatrix}=\left(-4 \quad 0 \quad 8\right);$

$$rank\begin{pmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 3 \\ -4 & 0 & 8 \end{pmatrix}=2$$

->hệ thống không quan sát được

Dùng Matlab

- Dùng Matlab tính các ma trận, dùng trên m file

```
A=[1 0 1;2 1 -4;-1 0 3];
B=[-1;0;1];
C=[0 0 1];
D=C*A
E=C*A*A
Q=[C ;D; E]
rank(P)
```

- Dùng trực tiếp câu lệnh để tính Q=obsv(A,C)

3.3. Thiết kế bộ điều khiển

Nội dung

- Bộ điều khiển phản hồi trạng thái gán điểm cực
- Bộ quan sát trạng thái
- Bộ điều khiển phản hồi đầu ra

3.3.1. Bộ điều khiển phản hồi trạng thái gán điểm cực

+Đặt vấn đề:

- Xác định ma trận hàm truyền $G(s)$ của hệ từ mô hình trạng thái thì các điểm cực của hệ chính là giá trị riêng của ma trận A.
- Chất lượng hệ thống lại phụ thuộc nhiều vào vị trí của các điểm cực trong mặt phẳng phức.

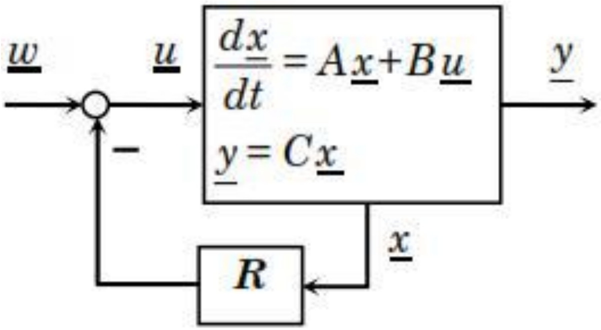
→ Vì vậy, để chất lượng hệ thống điều khiển như mong muốn, ta tìm cách can thiệp (thiết kế bộ điều khiển) sao cho các điểm cực của hệ kín ở vị trí tương ứng với chất lượng điều khiển mong muốn.

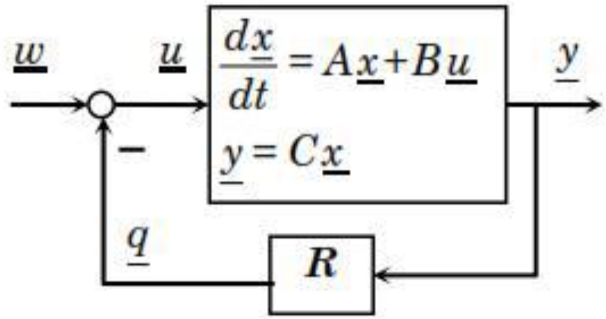
+Các phương pháp thiết kế

- **+ Thiết kế bộ điều khiển phản hồi trạng thái:**
  - ❑Phương pháp trực tiếp.
  - ❑Phương pháp Ackermann.
- + **Thiết kế theo nguyên tắc phản hồi tín hiệu ra**

Tư tưởng thiết kế của hai phương pháp

- Giả sử các điểm cực mong muốn là s_1, ……, s_n





- Phản hồi trạng thái

$$\frac{d\underline{x}}{dt} = A\underline{x} + B\underline{u} = A\underline{x} + B\left(\underline{w} - R\underline{x}\right) = (A - BR)\underline{x} + B\underline{w}$$

Phải giải phương trình để có R

$$\det\left(sI - (A - BR)\right) = (s - s_1)(s - s_2)\ \cdots\ (s - s_n)$$

Điều kiện: Chỉ cần hệ điều khiển được

Phản hồi tín hiệu đầu ra

$$\frac{d\underline{x}}{dt} = A\underline{x} + B\underline{u} = A\underline{x} + B\left(\underline{w} - R\underline{y}\right) = (A - BRC)\underline{x} + B\underline{w}$$

Tìm ma trận R thỏa mãn

$$\det\left(sI - (A - BRC)\right) = (s - s_1)(s - s_2)\ \cdots\ (s - s_n)$$

Tính điều khiển được chưa đủ

1. Phương pháp trực tiếp

=

Đơn giản , xét hệ một vào một ra

$$\frac{d\underline{x}}{dt} = A\underline{x} + B\underline{u} \quad ; A \in R^{nxn} \; , B \in R^{n} \qquad (1)$$

Tìm bộ điều khiển $R = [r_1, \ldots\ldots, r_n]$ trực tiếp từ phương trình

$$\det\left(sI - (A - BR)\right) = (s - s_1)(s - s_2) \cdots (s - s_n) \qquad (2)$$

Cách làm:

Khai triển hai vế của phương trình (2) thành các đa thức bậc *n*.

Cân bằng hệ số các đa thức.

Giải hệ *n* phương trình thu được tìm $r_1, \ldots\ldots\ldots, r_n$.

Ví dụ 1

Cho đối tượng có mô hình trạng thái

$$\frac{dx}{dt}=\begin{pmatrix}0 & 1\\ -1 & 2\end{pmatrix}x+\begin{pmatrix}0\\ 1\end{pmatrix}u \;\; ; \; y=x_1$$

trong đó

$$\underline{x}=\begin{pmatrix}x_1\\ x_2\end{pmatrix}$$

Hãy xác định bộ điều khiển phản hồi trạng thái R để hệ kín nhận các giá trị cho trước s_1=-1; s_2=-2 làm điểm cực.

Tìm bộ điều khiển phản hồi trạng thái R = (r1 , r2) sao cho

det(sI-A+BR) = (s+1)(s+2) = s^2+3s+2

Ta co

$$\det(sI-A+BR)=\det\left(\begin{pmatrix}s & -1\\ 1 & s-2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0\\ 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}r_1 & r_2\end{pmatrix}\right)=\det\begin{pmatrix}s & -1\\ r_1+1 & s-2+r_2\end{pmatrix}=s(s-2+r_2)+r_1+1$$

Cân bằng hệ số ta có hệ

$$\begin{cases}r_2-2=3\\ r_1+1=2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}r_2=5\\ r_1=1\end{cases}$$

Vậy bộ điều khiển R=(1 5)

Ví dụ 2

- Xét đối tượng SISO có mô hình trạng thái:

$$\frac{d\underline{x}}{dt} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}\underline{x} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}u$$

- Hãy thiết kế bộ điều khiển để hệ kín nhận được chọn ứng điểm cực $s_0 = -3,\ s_1 = -4$ và $s_3 = -5$

Giải:

Bộ điều khiển R=(r_1,r_2,r_3), khi đó hệ kín có đa thức đặc tính

$$\det(sI - A + BR) = \det\left(\begin{pmatrix} s & 0 & 0 \\ 0 & s & 0 \\ 0 & 0 & s \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} r_1 & r_2 & r_3 \end{pmatrix}\right)$$

$$= \det\begin{pmatrix} s & -1 & 0 \\ 0 & s & -1 \\ r_1+1 & r_2-2 & s-3+r_3 \end{pmatrix} = s\left(s(s-3+r_3) + r_2 - 2\right) + r1 + 1 = s^3 + \left(r_3 - 3\right)s^2 + \left(r_2 - 2\right)s + r_1 + 1 \qquad (1)$$

- Với các điểm cực mong muốn ta có:

$$(s-s_1)(s-s_2)(s-s_3)=(s+3)(s+4)(s+5)=60+47s+12s^2+s^3 \qquad (2)$$

Cân bằng hệ số của (1) và (2) ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} r_1+1=60 \\ r_2-2=47 \\ r_3-3=12 \end{cases} -> \begin{cases} r_1=59 \\ r_2=49 \\ r_3=15 \end{cases}$$

Vậy bộ điều khiển phản hồi trạng thái cần tìm là:

$$R=(59\ ,\ 49\ ,\ 15)$$

Ví dụ 3

Cho đối tượng có mô hình trạng thái

$$\frac{dx}{dt}=\begin{pmatrix}1 & 2 & -1\\ 0 & 1 & 0\\ 1 & -4 & 3\end{pmatrix}x+\begin{pmatrix}1\\ 1\\ 0\end{pmatrix}u$$

trong đó $\underline{x}=\begin{pmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\end{pmatrix}$

$$y=x_1$$

Hãy xác định bộ điều khiển phản hồi trạng thái R để hệ kín nhận các giá trị cho trước $s_1=s_2=-1$ và $s_3=-2$ làm điểm cực.

Giải:

- Tìm bộ điều khiển $R = (r_1 \quad r_2 \quad r_3)$ sao cho

$$\det\left(sI-(A-BR)\right)=(s+1)(s+1)(s+2)$$

Ta có

$$\left(sI - A + BR\right) = \begin{pmatrix} s & 0 & 0 \\ 0 & s & 0 \\ 0 & 0 & s \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_1 & r_2 & r_3 \end{pmatrix}$$

$$\left(sI - A + BR\right) = \begin{pmatrix} s-1 & -2 & 1 \\ 0 & s-1 & 0 \\ 0 & 4 & s-3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} r_1 & r_2 & r_3 \\ r_1 & r_2 & r_3 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s-1+r_1 & r_2-2 & r_3 \\ r_1 & s-1+r_2 & r_3 \\ 0 & 4 & s-3 \end{pmatrix}$$

Suy ra: $\det\left(sI - A + BR\right) = (s-1+r_1)(s-1+r_2)(s-3) - 4r_3(s-1+r_1) - (r_2-2)r_1(s-3) + 4r_3r_1$

$$(s-1+r_1)(s-1+r_2)(s-3) - 4r_3(s-1+r_1) - (r_2-2)r_1(s-3) + 4r_3r_1 = (s+1)(s+1)(s+2)$$

Khai triển rồi đồng nhất hệ số -> quá dài

Nhược điểm của phương pháp:

- Không chỉ ra cách tìm *R* một cách tổng quát.
- Không phải lúc nào cũng giải được dễ dàng hệ n phương trình thu được

2. Phương pháp Ackermann

=

+ Mô hình trạng thái dạng chuẩn điều khiển

Chỉ áp dụng cho đối tượng một tín hiệu vào.

Xét đối tượng chỉ có một đầu vào u được mô tả bởi mô hình trạng thái dạng chuẩn điều khiển

$$\frac{d\underline{x}}{dt} = \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 & \cdots & -a_{n-1} \end{pmatrix}}_{A} \underline{x} + \underbrace{\begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}}_{\underline{b}} u \qquad (3)$$

Như vậy, đối tượng có đa thức đặc tính theo công thức là:

$$\det(sI - A) = a_0 + a_1 s + \cdots + a_{n-1} s^{n-1} + s^n \qquad (4)$$

với nghiệm là các điểm cực của đối tượng.

Bộ điều khiển phản hồi trạng thái R phải tìm là: R = $(r_1,\ r_2,\ \cdots\ ,\ r_n)$

Khi đó hệ kín sẽ có mô hình:

$$\frac{d\underline{x}}{dt} = (A - \underline{b}R)\underline{x} + \underline{b}w$$

$$= \left[\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & (5) & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 & \cdots & -a_{n-1} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \left(r_1,\ r_2,\ \cdots,\ r_2 \right) \right] \underline{x} + \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} w$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ -(a_0 + r_1) & -(a_1 + r_2) & -(a_2 + r_3) & \cdots & -(a_{n-1} + r_n) \end{pmatrix} \underline{x} + \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} w$$

với đa thức đặc tính:

$$\det\left(sI - (A - \underline{b}R \right) = (a_0 + r_1) + (a_1 + r_2)s + \ \cdots \ + (a_{n-1} + r_n)s^{n-1} + s^n \qquad (6)$$

Để hệ kín nhận các điểm s_1, s_2, …, s_n là các điểm cực thì

$$\det\left(sI - (A - \underline{b}R \right) = (s - s_1)(s - s_2)......(s - s_n)$$

Suy ra

$$(a_0 + r_1) + (a_1 + r_2)s + \ \cdots \ + (a_{n-1} + r_n)s^{n-1} + s^n = \tilde{a}_o + \tilde{a}_1 s + ...\tilde{a}_{n-1} s^{n-1} + s^n$$

$$r_i = \tilde{a}_{i-1} - a_{i-1}, \quad i = 1, 2, \ \ldots \ , n$$

Ví dụ 4

- Xét đối tượng SISO có mô hình trạng thái:

$$\frac{d\underline{x}}{dt} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \underline{x} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} u$$

- Hãy thiết kế bộ điều khiển để hệ kín nhận được chọn ứng điểm cực $s_0 = -3,$ và $s_1 = -4$ $s_3 = -5$

Giải:

- Hệ này ở dạng chuẩn điều khiển nên từ mô hình ta có ngay:

$$\det(sI - A) = a_0 + a_1 s + a_2 s^2 + s^3 \quad \text{với} \quad a_0 = 1,\ a_1 = -2,\ a_2 = -3$$

- Với các điểm cực mong muốn ta có:

$$(s-s_1)(s-s_2)(s-s_3)=(s+3)(s+4)(s+5)=60+47s+12s^2+s^3$$

Ta có: $\tilde{a}_o = 60; \tilde{a}_1 = 47; \tilde{a}_2 = 12$

Vậy bộ điều khiển phản hồi trạng thái cần tìm là:

$R = (60–1 , 47+2 , 12+3) = (59 , 49 , 15)$

+Mô hình không ở dạng chuẩn điều khiển

$$\frac{d\underline{x}}{dt} = A\underline{x} + B\underline{u}$$

- Tìm một phép đổi biến $\underline{z} = S\underline{x} \Leftrightarrow \underline{x} = S^{-1}\underline{z}$ sao cho với nó, đối tượng ban đầu được chuyển về dạng chuẩn điều khiển.

- **Định lý 3.13.** Nếu hệ là điều khiển được thì phép đổi biến

$\underline{z} = S\underline{x}$ với:
$$S = \begin{pmatrix} \underline{s}^T \\ \underline{s}^T A \\ \vdots \\ \underline{s}^T A^{n-1} \end{pmatrix}$$

trong đó $\underline{s}^T$ là vector hàng cuối cùng của ma trận:

$$(B\ ,\ A\underline{B}\ ,\ \cdots\ ,\ A^{n-1}\underline{B})^{-1}$$

sẽ chuyển nó về dạng chuẩn điều khiển

$$\frac{d\underline{z}}{dt} = SAS^{-1}\underline{z} + S\underline{b}u = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 & \cdots & -a_{n-1} \end{pmatrix}\underline{z} + \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}u$$

- với $a_0,\ a_1,\ \dots,\ a_{n-1}$ là các hệ số của đa thức đặc tính:

$$\det(sI - A) = a_0 + a_1 s + \ \cdots\ + a_{n-1}s^{n-1} + s^n$$

áp dụng được thuật toán đã biết để thiết kế bộ điều khiển R_z phản hồi trạng thái $\underline{z}$ cho nó, tức là:

$$R_z = (\tilde{a}_0 - a_0,\ \tilde{a}_1 - a_1\ ,\dots\dots,\tilde{a}_{n-1} - a_{n-1})$$

với các hệ số $\tilde{a}_i$ được xác định từ:

$$(s - s_1)(s - s_2)\dots\dots(s - s_n) = \tilde{a}_o + \tilde{a}_1 s + \dots\dots\tilde{a}_{n-1}s^{n-1} + s^n$$

- Cuối cùng bộ điều khiển phản hồi trạng thái là

$$R = R_z S = (\tilde{a}_0 - a_0,\ \tilde{a}_1 - a_1\ ,......,\tilde{a}_{n-1} - a_{n-1})\begin{pmatrix} \underline{s}^T \\ \underline{s}^T A \\ \vdots \\ \underline{s}^T A^{n-1} \end{pmatrix}$$

$$= \sum_{i=0}^{n-1}\left(\tilde{a}_i - a_i\right)\underline{s}^T A^i = \sum_{i=0}^{n-1}\tilde{a}_i\ \underline{s}^T A^i - \sum_{i=0}^{n-1} a_i\,\underline{s}^T A^i$$

$$= \sum_{i=0}^{n-1}\tilde{a}_i\ \underline{s}^T A^i + \underline{s}^T A^n$$

Vì: $A^n = -\sum_{i=0}^{n-1} a_i A^i$ (Cayley–Hamilton)

Ví dụ 5

Cho đối tượng

$$\frac{dx}{dt}=\begin{pmatrix}0 & 1 & 0\\ 0 & -1 & 1\\ 0 & 0 & -2\end{pmatrix}x+\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}u$$

Thiết kế bộ điều khiển để hệ kín nhận được các điểm cực $s_1=s_2=s_3=-1$

Giải

Trước hết phải chuyển về mô hình điều khiển chuẩn

Đối tượng này có

$$AB=\begin{pmatrix}0 & 1 & 0\\ 0 & -1 & 1\\ 0 & 0 & -2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\1\\-2\end{pmatrix}\;;\qquad A^2B=\begin{pmatrix}0 & 1 & 0\\ 0 & -1 & 1\\ 0 & 0 & -2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0\\1\\-2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\-3\\4\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}B & AB & A^2B\end{pmatrix}^{-1}=\begin{pmatrix}0 & 0 & 1\\ 0 & 1 & -3\\ 1 & -2 & 4\end{pmatrix}^{-1}=\begin{pmatrix}2 & 2 & 1\\ 3 & 1 & 0\\ 1 & 0 & 0\end{pmatrix}$$

Vậy $\quad s^T=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\end{pmatrix}$

$$s^T A = \begin{pmatrix}1 & 0 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0 & 1 & 0\\ 0 & -1 & 1\\ 0 & 0 & -2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0 & 1 & 0\end{pmatrix} \ ; \qquad s^T A^2 = \begin{pmatrix}0 & 1 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0 & 1 & 0\\ 0 & -1 & 1\\ 0 & 0 & -2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0 & -1 & 1\end{pmatrix}$$

$$s^T A^3 = \begin{pmatrix}0 & -1 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0 & 1 & 0\\ 0 & -1 & 1\\ 0 & 0 & -2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0 & 1 & -3\end{pmatrix}$$

- Để gán các điểm cực $s_1 = s_2 = s_3 = -1$

$$(s - s_1)(s - s_2)(s - s_3) = (s+1)^3 = 1 + 3s + 3s^2 + s^3 \qquad \tilde{a}_0 = 1, \quad \tilde{a}_1 = \tilde{a}_2 = 3$$

Ta sử dụng bộ điều khiển phản hồi trạng thái *R* tìm theo

$$\boxed{R = \sum_{i=0}^{n-1} \tilde{a}_i \, \underline{s}^T A^i + \underline{s}^T A^n}$$

$$\tilde{a}_0 s^T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \; ;$$

$$\tilde{a}_1 s^T A = 3\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 0 \end{pmatrix};$$

$$\tilde{a}_2 s^T A^2 = 3\begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -3 & 3 \end{pmatrix}$$

$$s^T A^3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

Vậy bộ điều khiển R là

$$R = \tilde{a}_0 s^T + \tilde{a}_1 s^T A + \tilde{a}_2 s^T A^2 + s^T A^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 3 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -3 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 & -3 \end{pmatrix};$$

$$R = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Ví dụ 6

Cho đối tượng có mô hình trạng thái

$$\frac{dx}{dt}=\begin{pmatrix}1 & 2 & -1\\ 0 & 1 & 0\\ 1 & -4 & 3\end{pmatrix}x+\begin{pmatrix}1\\ 1\\ 0\end{pmatrix}u \qquad y=x_1 \quad \text{trong đó} \qquad \underline{x}=\begin{pmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\end{pmatrix}$$

a) Hãy xác định bộ điều khiển phản hồi trạng thái R để hệ kín nhận các giá trị cho trước $s_1=s_2=-1$ và $s_3=-2$ làm điểm cực.

b) Hãy viết hàm truyền đạt của hệ kín bao gồm đối tượng đã cho và bộ điều khiển phản hồi trạng thái tìm được ở câu a. Từ đó chỉ ra rằng bộ điều khiển phản hồi trạng thái đó đã không làm thay đổi được bậc tương đối của đối tượng.

Giải

a. Trước hết phải chuyển về mô hình điều khiển chuẩn

Đối tượng này có

$$AB = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix} \quad ; \qquad A^2B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 1 \\ -10 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} B & AB & A^2B \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 8 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & -3 & -10 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 7 & -6 & 5 \\ -10 & 10 & -7 \\ 3 & -3 & 2 \end{pmatrix}$$

Vậy

$$s^T = \begin{pmatrix} 3 & -3 & 2 \end{pmatrix}$$

$$s^T A = \begin{pmatrix}3 & -3 & 2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 2 & -1\\ 0 & 1 & 0\\ 1 & -4 & 3\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}5 & -5 & 3\end{pmatrix}\ ; \qquad s^T A^2 = \begin{pmatrix}5 & -5 & 3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 2 & -1\\ 0 & 1 & 0\\ 1 & -4 & 3\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}8 & -7 & 4\end{pmatrix}$$

$$s^T A^3 = \begin{pmatrix}8 & -7 & 4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 2 & -1\\ 0 & 1 & 0\\ 1 & -4 & 3\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}12 & -7 & 4\end{pmatrix}$$

- Để gán các điểm cực $s_1 = s_2 = -1;\ s_3 = -2$

$$(s-s_1)(s-s_2)(s-s_3) = (s+1)^2(s+2) = 2 + 5s + 4s^2 + s^3 \qquad \tilde{a}_0 = 2,\ \ \tilde{a}_1 = 5; \tilde{a}_2 = 4$$

Ta sử dụng bộ điều khiển phản hồi trạng thái *R* tìm theo

$$\boxed{R = \sum_{i=0}^{n-1} \tilde{a}_i\, \underline{s}^T A^i + \underline{s}^T A^n}$$

$$\tilde{a}_0 s^T = 2\begin{pmatrix}3 & -3 & 2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}6 & -6 & 4\end{pmatrix} \;;$$

$$\tilde{a}_1 s^T A = 5\begin{pmatrix}5 & -5 & 3\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}25 & -25 & 15\end{pmatrix};$$

$$\tilde{a}_2 s^T A^2 = 4\begin{pmatrix}8 & -7 & 4\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}32 & -28 & 16\end{pmatrix}$$

$$s^T A^3 = \begin{pmatrix}12 & -7 & 4\end{pmatrix}$$

Vậy bộ điều khiển R là

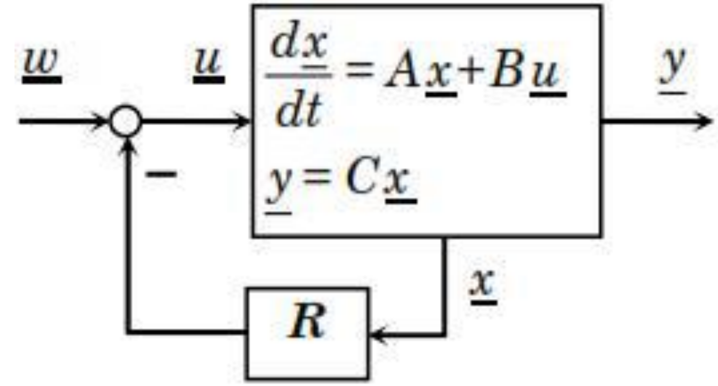
$$R = \tilde{a}_0 s^T + \tilde{a}_1 s^T A + \tilde{a}_2 s^T A^2 + s^T A^3$$

$$= \begin{pmatrix}6 & -6 & 4\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}25 & -25 & 15\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}32 & -28 & 16\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}12 & -7 & 4\end{pmatrix};$$

$$\rightarrow R = \begin{pmatrix}75 & -66 & 39\end{pmatrix}$$

b. Sơ đồ hệ thống khi có bộ điều khiển R

$$\begin{cases} \dfrac{d\underline{x}}{dt} = A\underline{x} + B\underline{u} = A\underline{x} + B\left(\underline{w} - R\underline{x}\right) = (A - BR)\underline{x} + B\underline{w} \\ y = Cx \end{cases}$$



Ta có bậc tương đối của đối tượng là kiểm tra

$CA^kB \neq 0$ với k= 0,1,….

Với k=0 ta có:

$$CB = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = 1 \neq 0$$

Vậy bậc tương đối của đối tượng là bằng 1

Để kiểm tra bậc tương đối r khi có bộ điều khiển R ta tìm k để

$C(A-BR)^kB \neq 0$ với k= 0,1,….

Suy ra r-1 = k

Với k = 0 ta có:

$$CB = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = 1 \neq 0$$

Vậy k= 0 suy ra r=1 ; như vậy khi mắc thêm bộ điều khiển R không làm thay đổi Bậc tương đối của đối tượng

+ Ưu nhược điểm của phương pháp Ackermann

- Ưu điểm:
  - Đơn giản.
  - Chỉ ra cách tìm bộ điều khiển phản hồi trạng thái *R* một cách tổng quát.
- Nhược điểm:
  - Chỉ áp dụng được cho các hệ có một đầu vào

Sử dụng Matlab xác định hàm truyền đạt khi biết hệ phương trình trạng thái

```
A=[1 2 -1;0 1 0;1 -4 3];
B=[1;1;0];
C=[1,0,0];
D = 0;
[num,den]=ss2tf(A,B,C,D);
Gd=tf(num,den)
R=[75,-66,39];
Q= A-B*R
[num,den]=ss2tf(Q,B,C,D);
Gk=tf(num,den)
```

3.3.2. Bộ quan sát trạng thái

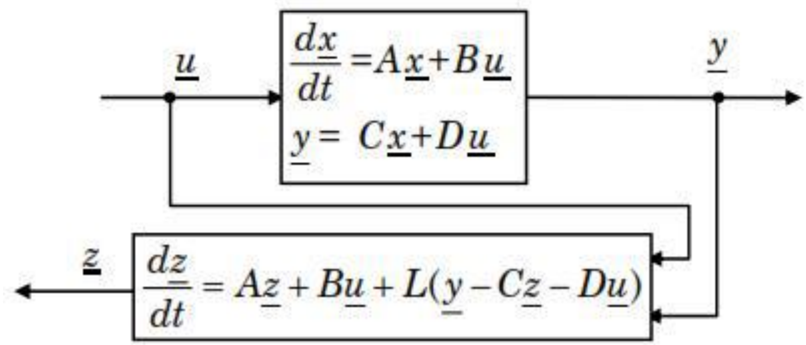
Tại sao cần quan sát trạng thái?

- Không phải lúc nào cũng đo được tất cả các trạng thái của hệ.Hơn nữa, nếu có thể thì chi phí rất đắt. Ví dụ: công suất không đo được trực tiếp mà phải thông qua dòng điện và điện áp.
- Số biến trạng thái đo được thì ít nhưng thuật toán điều khiển cần tới giá trị của nhiều biến trạng thái.

=) cần tới bộ quan sát trạng thái tính toán, xấp xỉ các biến trạng thái không đo được.

1. Tư tưởng thiết kế

Xét đối tượng hợp thức chặt với mô hình trạng thái:



$$\begin{cases} \dfrac{d\underline{x}}{dt} = A\underline{x} + B\underline{u} \\ \underline{y} = C\underline{x} + D\underline{u} \end{cases}$$

thiết kế bộ quan sát trạng thái Luenberger là sử dụng khâu có mô hình:

$$\frac{d\underline{z}}{dt} = A\underline{z} + B\underline{u} + L(\underline{y} - C\underline{z} - D\underline{u}) \qquad (1)$$

Làm bộ quan sát để có $\underline{z} \approx \underline{x}$ ít nhất trong khoảng thời gian đủ ngắn T hay $\|\underline{e}(t)\|_\infty = \|\underline{x}(t) - \underline{z}(t)\|_\infty \approx 0$ với $t \geq T$ (2)

Nhiệm vụ xác định L trong (1) để có được (2)

- Trước hết ta lập sai lệch : $\underline{e}(t) = \underline{x}(t) - \underline{z}(t)$
- Mô hình $\underline{e}$:

$$\frac{d\underline{e}}{dt} = \frac{d(\underline{x}-\underline{z})}{dt} = A(\underline{x}-\underline{z}) - L(\underline{y} - C\underline{z} - D\underline{u})$$
$$= A(\underline{x}-\underline{z}) - L(C\underline{x} + D\underline{u} - C\underline{z} - D\underline{u}) = (A - LC)\underline{e}$$

có nghiệm $e(t) = e^{(A-LC)t}e(0)$

Từ đó suy ra $e(t) \rightarrow 0 \Leftrightarrow$ A-LC là bền

Giá trị riêng của A-LC càng xa trục ảo về bên trái thì $e(t) \rightarrow 0$ càng nhanh.

2. Thuật toán

- Cho trước $s_1, s_2, \ldots, s_n$ đủ xa về phía trái trục ảo
- Tìm L từ phương trình

  $\det(sI-(A-LC)) = (s-s_1)(s-s_2)\ldots(s-s_n)$ đúng với $\forall s$
- So sánh việc tìm L sao cho A-LC nhận các điểm cho trước làm điểm cực thì cũng tương đương với việc tìm L^T để $(A-LC)^T$ nhận các điểm cho trước làm điểm cực.
- Do đó việc tìm L chính là bài toán thiết kế bộ điều khiển phản hồi trạng thái L^T cho đối tượng đối ngẫu

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = A^T x + C^T u \\ y = B^T x \end{cases}$$

Ví dụ

- Cho đối tượng

$$\begin{cases} \dfrac{d\underline{x}}{dt} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -3 & -5 \end{pmatrix} \underline{x} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \underline{u} \\ \underline{y} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} \underline{x} \end{cases}$$

- Hãy xác định bộ quan sát trạng thái Luenberger để tính xấp xỉ $\underline{z}=\underline{x}$ trạng thái của đối tượng với hai điểm cực cho trước $\lambda_1 = \lambda_2 = -10$

Giải:

- Chuyển về mô hình đối tượng đối ngẫu ta có

$$\begin{cases} \dfrac{d\underline{x}}{dt} = \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ 1 & -5 \end{pmatrix} \underline{x} + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \underline{u} \\ \underline{y} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} \underline{x} \end{cases}$$

Ví dụ

- Khi đó bài toán trở thành thiết kế bộ điều khiển phản hồi trạng thái R cho đối tượng đối ngẫu.
- Để hệ kín nhận $\lambda_1 = \lambda_2 = -10$ làm điểm cực thì

$$\det(sI-A^T+C^TR)=(s+10)^2$$

$$\mathrm{Det}\begin{pmatrix} s+r_1 & r_2+3 \\ -1 & s+5 \end{pmatrix} = (s+r_1)(s+5)+r_2+3 = s^2+(r_1+5)s+5r_1+r_2+3$$

$$= s^2+20s+100$$

Cân bằng các hệ số ta có hệ:

$$\begin{cases} r_1+5=20 \\ 5r_1+r_2+3 = 100 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} r_1 = 15 \\ r_2 = 22 \end{cases}$$

Vậy R=(15 , 22) suy ra bộ quan sát $L=R^T=\begin{pmatrix} 15 \\ 22 \end{pmatrix}$

3.3.3. Bộ điều khiển phản hồi đầu ra

Tại sao cần bộ điều khiển phản hồi đầu ra?

- Dùng bộ điều khiển phản hồi trạng thái thì cần phải đo tín hiệu trạng thái> Tuy nhiên trong thực tế nhiều trạng thái không đo được. Còn tín hiệu đầu ra luôn đo được.
- Đó là bài toán tìm bộ điều khiển *R* phản hồi đầu ra cho đối tượng:

$$\begin{cases} \dfrac{d\underline{x}}{dt} = A\underline{x} + B\underline{u} \\ \underline{y} = C\underline{x} \end{cases}$$

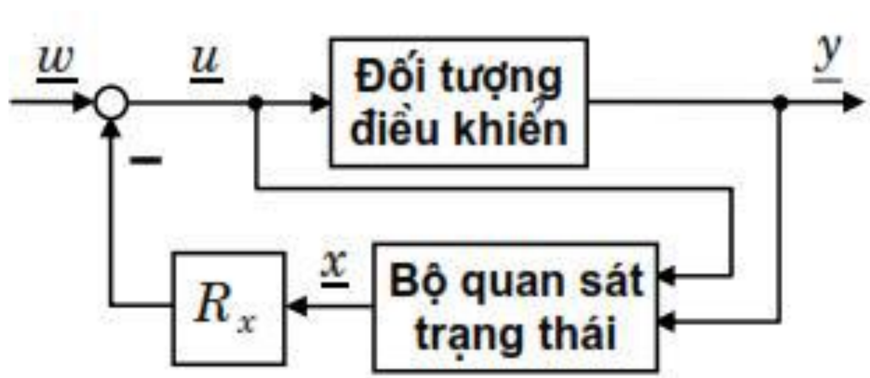
trong đó $A \in R^{n\times n}$, $B \in R^{n\times m}$, $C \in R^{r\times n}$ sao cho hệ kín thu được với mô hình:

$$\begin{cases} \dfrac{d\underline{x}}{dt} = (A - BR)\underline{x} + B\underline{w} \\ \underline{y} = C\underline{x} \end{cases}$$

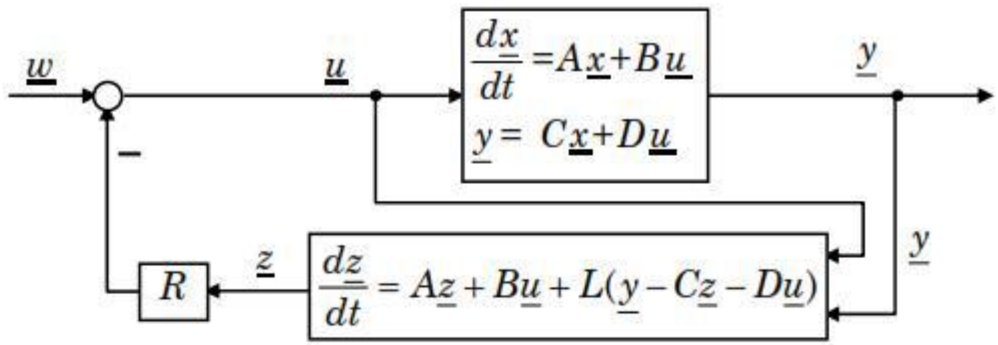
có được các điểm cực $s_1, \ldots, s_n$ là những giá trị cho trước.

3.3.3. Bộ điều khiển phản hồi đầu ra

- Sử dụng thêm bộ quan sát trạng thái cùng với bộ điều khiển phản hồi trạng thái để có điều khiển phản hồi đầu ra.
- Sơ đồ cấu trúc



- Sử dụng bộ quan sát Luenberger ta có sơ đồ cấu trúc



Thường chọn giá trị riêng của *A-LC* xa trục ảo hơn rất nhiều so với giá trị riêng A-BR

+Nguyên lý tách

- Mô hình trạng thái của hệ kín

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{e} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A - BR & BR \\ 0 & A - LC \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ e \end{bmatrix}$$

- Hệ kín là ổn định khi và chỉ khi *A -BR* và *A -LC* ổn định
- Đa thức đặc tính của hệ kín:

$$A_k(s) = \det(sI-(A-BR)).\det(sI-(A-LC))$$

- Ở hệ tuyến tính việc thiết kế bộ điều khiển phản hồi đầu ra có thể tách thành hai bài toán riêng: thiết kế bộ quan sát trạng thái L và thiết kế bộ điều khiển phản hồi trạng thái R